

USO DE OPERADORES OWA PARA MODELAR LA ACTITUD HACIA EL CONSENSO EN PROBLEMAS DE TOMA DE DECISIÓN EN GRUPO

Iván Palomares¹, Jun Liu², Yang Xu³, Luis Martínez¹

¹Depto. de Informática, Universidad de Jaén, {ivanp,martin}@ujaen.es

²School of Computing and Mathematics, University of Ulster, j.liu@ulster.ac.uk

³School of Mathematics, Southwest Jiaotong University, xuyang@home.swjtu.edu.cn

Resumen

El uso de procesos de *consenso* para resolver problemas de Toma de Decisión en Grupo busca alcanzar un acuerdo mutuo antes de tomar una decisión. Un aspecto clave en estos procesos es la elección de una medida de consenso adecuada a las necesidades del grupo y al contexto del problema. Dado que dichas medidas implican normalmente agregación de información, en esta contribución presentamos una extensión del operador OWA, llamada *Attitude-OWA* (AOWA), para reflejar diferentes actitudes del grupo hacia el consenso.

Palabras Clave: Toma de decisión, consenso, OWA, agregación, actitud.

1 INTRODUCCIÓN

Los problemas de Toma de Decisión en Grupo (TDG) son habituales en la sociedad y en muchas organizaciones, donde varios individuos deben alcanzar una solución común a un problema consistente en una serie de alternativas, sobre las cuales cada individuo expresa sus preferencias [6]. Tradicionalmente, estos problemas se han resuelto mediante enfoques clásicos de TDG, tales como la unanimidad, regla de la mayoría, etc. [2]. Sin embargo, en muchos contextos es importante que el grupo alcance un acuerdo mutuo antes de tomar la decisión, de manera que todos los miembros acepten la solución obtenida. Este acuerdo puede conseguirse mediante el uso de procesos de *consenso* [12].

Diferentes interpretaciones se han propuesto en la literatura para el concepto de consenso, destacando el llamado enfoque de *soft consensus* basado en el concepto de mayoría difusa [6]. Asimismo, distintos modelos de consenso han sido propuestos, tales como modelos con información lingüística [3], modelos basados en estructuras de preferencia incompletas [5], modelos de consenso adaptativos [9], etc. Sin embargo, existen algunos aspectos relativos a los procesos de consenso que aún requieren un mayor estudio, como

por ejemplo las *medidas de consenso* para determinar el nivel de acuerdo, las cuales suelen implicar una agregación de información [1]. Así, sería interesante definir un operador de agregación que permita reflejar la *actitud* del grupo hacia el consenso, para conocer la capacidad de cambio a la que están dispuestos los expertos para alcanzar un acuerdo y de esta forma optimizar el proceso de consenso.

En esta contribución presentamos una extensión del operador OWA [13] a la que llamaremos AOWA (*Attitude-OWA*), que permite integrar la actitud en la agregación de información en problemas de consenso en TDG. Dicho operador se basa en la medida de su grado de optimismo (*orness*), y en el empleo de cuantificadores lingüísticos [15], definidos a partir de la actitud deseada, para el cálculo de pesos. Además, se mostrará una aplicación práctica del operador en la resolución mediante consenso de un problema de TDG con un número de expertos elevado.

Este trabajo se estructura como sigue: en la Sección 2 se introducen los preliminares necesarios. En la Sección 3, presentamos el operador AOWA y mostramos cómo reflejar la actitud del grupo hacia el consenso. En la Sección 4 se presenta una simulación donde se integra la actitud en un sistema de apoyo al consenso. Por último, concluimos el trabajo en la Sección 5.

2 PRELIMINARES

En esta sección revisaremos los problemas de TDG y los procesos de consenso, además del operador OWA.

2.1 PROCESOS DE CONSENSO EN TDG

Formalmente, un problema de TDG se compone de los siguientes elementos [2, 6]:

- Un conjunto de *alternativas* o posibles soluciones al problema, $X = \{x_1, \dots, x_n\} (n \geq 2)$.
- Un conjunto de individuos o *expertos*, que dan su opinión sobre las alternativas en X mediante una estructura de preferencia, $E = \{e_1, \dots, e_m\} (m \geq 2)$.

Una de las estructuras de preferencia más utilizadas en TDG bajo incertidumbre es la *relación de preferencia di-*

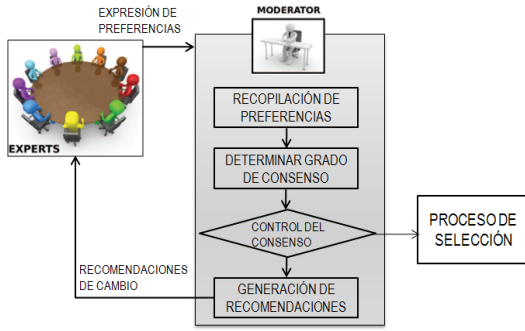


Figura 1: Esquema general del proceso de consenso.

fusa [4]. Una relación de preferencia difusa P_i asociada al experto e_i se caracteriza por una función de pertenencia $\mu_{P_i} : X \times X \rightarrow [0, 1]$, y se representa, siempre que X sea finito, mediante una matriz de dimensión $n \times n$ como:

$$P_i = \begin{pmatrix} p_i^{11} & \dots & p_i^{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_i^{n1} & \dots & p_i^{nn} \end{pmatrix}$$

donde cada valoración $p_i^{lk} = \mu_{P_i}(x_l, x_k)$ representa el grado de preferencia de la alternativa x_l sobre x_k según el experto e_i , de forma que $p_i^{lk} > 0.5$ indica preferencia de x_l sobre x_k , $p_i^{lk} < 0.5$ indica preferencia de x_k sobre x_l , y $p_i^{lk} = 0.5$ indica indiferencia entre x_l y x_k .

Tradicionalmente, el proceso de resolución de problemas de TDG se compone de una *fase de agregación*, en la que se combinan las preferencias de los expertos, y una *fase de explotación*, donde se obtiene una alternativa o subconjunto de alternativas como solución al problema [11].

Al resolver problemas de TDG puede aparecer el problema de que algunos expertos no estén de acuerdo con la decisión tomada porque piensan que sus opiniones no han sido suficientemente consideradas. Los *procesos de consenso* surgieron para solventar este problema, mediante la discusión de los expertos y la modificación de sus preferencias, con el objetivo de acercarlas entre sí y conseguir un nivel de acuerdo suficiente antes de tomar la decisión [12]. Existen diferentes interpretaciones de consenso, desde una visión rígida de consenso como acuerdo total (unanimidad) a otra más flexible que considera diferentes grados de acuerdo parciales [2]. Uno de los enfoques flexibles de consenso más conocidos es el de *soft consensus* [6], propuesto por Kacprzyk y basado en el concepto de mayoría difusa, según el cual existe consenso cuando “la mayoría de expertos participantes coincide en su opinión sobre las alternativas importantes”.

El consenso es un proceso dinámico e iterativo, normalmente coordinado por una figura conocida como *moderador*, que evalúa el nivel de acuerdo alcanzado e identifica aquellos expertos y opiniones que impiden alcanzar el

consenso [8]. La Figura 1 muestra un esquema general del proceso de consenso [9]:

1. *Expresión y Recopilación de preferencias*: Cada experto e_i proporciona al moderador una relación de preferencia difusa P_i sobre X .
2. *Determinar grado de consenso*: Para cada par de expertos e_i, e_j ($i < j$), se calcula un valor de similitud $s_{ij}^{lk} \in [0, 1]$ en cada par de alternativas (x_l, x_k) como

$$s_{ij}^{lk} = 1 - |p_i^{lk} - p_j^{lk}| \quad (1)$$

Los valores de similitud se agregan para obtener el grado de consenso sobre cada par de alternativas c^{lk} ,

$$c^{lk} = \phi(s_{12}^{lk}, \dots, s_{1m}^{lk}, s_{23}^{lk}, \dots, s_{2m}^{lk}, \dots, s_{(m-1)m}^{lk}) \quad (2)$$

donde la función $\phi : [0, 1]^{\frac{m(m-1)}{2}} \rightarrow [0, 1]$ representa el operador de agregación utilizado. Seguidamente, los grados de consenso c^{lk} se agregan para obtener un grado de consenso global $cr \in [0, 1]$,

$$cr = \frac{\sum_{l=1}^n \sum_{k=1, k \neq l}^n c^{lk}}{n(n-1)} \quad (3)$$

3. *Control del consenso*: Se compara cr con el umbral de consenso mínimo deseado, μ . Si $cr \geq \mu$, se ha alcanzado consenso y el grupo pasa al proceso de selección; en caso contrario, se procede a la siguiente fase.
4. *Generación de Recomendaciones*: El moderador determina aquellas valoraciones, p_i^{lk} , de los expertos e_i que se encuentran más alejadas del consenso, y recomienda a dichos expertos su modificación para aumentar el grado de acuerdo.

2.2 OPERADORES OWA. CÁLCULO DE PESOS

Los operadores OWA (*Ordered Weighted Averaging*), propuestos por Yager [13], suponen una de las familias de operadores de agregación ponderados más utilizados en toma de decisiones.

Definición 1. Dado un conjunto $A = \{a_1, \dots, a_n\}$, $a_i \in [0, 1]$, un operador OWA de dimensión n se define como una función $OWA_W : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, con un vector de pesos $W = [w_1 w_2 \dots w_n]^T$, donde $w_i \in [0, 1]$, $\sum_i w_i = 1$ y

$$OWA_W(a_1, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j \quad (4)$$

donde b_j es el j -ésimo mayor valor en A .

Los operadores OWA son idempotentes, continuos, monótonos, neutros y compensativos [1]. Además, se pueden clasificar mediante el concepto *orness*, que es una medida de optimismo comprendida en el intervalo unitario, que nos indica a partir de W cuan cercano el operador se encuentra al operador *máximo* (OR) o al operador *mínimo* (AND).

$$orness(W) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (n-i)w_i \quad (5)$$

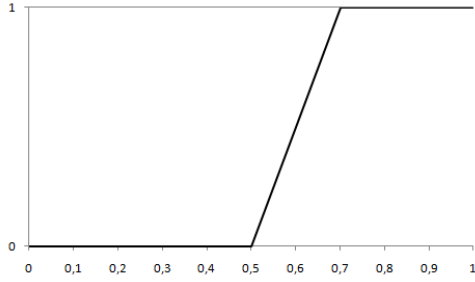


Figura 2: Cuantificador $Q = \text{"la mayoría"}$.

Un operador OWA se puede considerar optimista si $orness(W) > 0.5$, pesimista si $orness(W) < 0.5$ y neutro si $orness(W) = 0.5$. Otra medida para distinguir entre operadores OWA con igual grado de optimismo es la *dispersión* o entropía, que indica la cantidad de información de A que es considerada en la agregación. Esta medida toma valores en el intervalo $[0, \ln(n)]$, y se calcula como

$$Disp(W) = - \sum_{i=1}^n w_i \ln w_i \quad (6)$$

Existen diferentes métodos para determinar los pesos de un operador OWA, como por ejemplo a partir de cuantificadores lingüísticos [15]. En este trabajo utilizaremos un tipo de cuantificadores relativos conocidos como RIM (*Regular Increasing Monotone*) para el cálculo de pesos [7], ya que debido a su semántica implícita son apropiados para reflejar la noción de consenso como mayoría difusa [6].

Un cuantificador RIM Q es un conjunto difuso en $[0,1]$, donde dada una proporción $r \in [0,1]$, $Q(r)$ indica el grado en que r satisface la semántica definida en Q . La Figura 2 muestra un ejemplo de cuantificador $Q = \text{"la mayoría"}$. Los cuantificadores RIM presentan las siguientes propiedades: (i) $Q(0) = 0$, (ii) $Q(1) = 1$ y (iii) si $r_1 > r_2$ entonces $Q(r_1) \geq Q(r_2)$. Para un cuantificador RIM lineal, su función de pertenencia $Q(r)$ se define a partir de dos parámetros $\alpha, \beta \in [0,1]$, $\alpha < \beta$ como

$$Q(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } r \leq \alpha, \\ \frac{r-\alpha}{\beta-\alpha} & \text{si } \alpha < r \leq \beta, \\ 1 & \text{si } r > \beta. \end{cases} \quad (7)$$

Basándose en $Q(r)$, Yager propuso en [13] el siguiente método para calcular los pesos de un operador OWA mediante cuantificadores RIM:

$$w_i = Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right), i = 1, \dots, n \quad (8)$$

Dado un cuantificador RIM Q , sea $[\alpha, \beta] \subseteq [0,1]$ el intervalo de crecimiento en la función de pertenencia $Q(r)$ (tal que $Q(r) = 0, \forall r \leq \alpha$ y $Q(r) = 1, \forall r \geq \beta$), siendo

$$d = \beta - \alpha \quad (9)$$

la amplitud de dicho intervalo.

3 INTEGRACIÓN DE LA ACTITUD EN OPERADOR AOWA: APLICACIÓN EN PROCESOS DE CONSENSO

En esta sección se definirá un operador de agregación que nos permita reflejar la actitud del grupo al aplicar dicho operador a problemas de consenso en TDG.

3.1 OPERADOR AOWA (*Attitude-OWA*)

El procedimiento para reflejar la actitud en una agregación puede llevarse a cabo desde varios puntos de vista. En esta contribución, consideramos que la especificación del valor en la medida $orness(W)$ del operador OWA puede ayudarnos, al indicar el carácter más o menos optimista del operador, es decir, la actitud [1]. El operador AOWA será una extensión del OWA basado en la medida $orness(W)$ y en el uso de cuantificadores RIM para el cálculo de pesos.

Mediante los valores de $orness(W)$ y la amplitud d , que indica los valores que reciben un peso no nulo al agregar y se relaciona con la dispersión del operador OWA correspondiente (véase Sección 2.2), definimos el operador AOWA:

Definición 2. *Un operador AOWA de dimensión n en $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ es un operador OWA basado en dos parámetros de actitud ϑ, φ , tal que*

$$AOWA_W(A, \vartheta, \varphi) = \sum_{j=1}^n w_j b_j \quad (10)$$

donde b_j es el j -ésimo mayor valor en A ; $\vartheta = orness(W)$, $\varphi = d$ (ver ec. (9)) son los parámetros que permiten expresar la actitud y W es el vector de pesos, obtenidos mediante un cuantificador RIM definido a partir de $\vartheta, \varphi \in [0,1]$.

El operador AOWA mantiene las propiedades de idempotencia, continuidad, monotonía, neutralidad y compensación, propias del operador OWA. Un aspecto importante para la utilización de este operador es la relación entre los parámetros de actitud ϑ, φ y el cuantificador RIM asociado a dicha actitud, la cual mostramos a continuación.

Teorema 1. *Dado un cuantificador RIM con una función de pertenencia $Q(r)$ diferenciable, el grado de optimismo o actitud del operador AOWA basado en dicho cuantificador se obtiene como*

$$\vartheta = \int_0^1 Q(r) dr \quad (11)$$

Demostración. Basándonos en las ecs. (5) y (8), se tiene

$$\vartheta(n) = orness(W)(n) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (n-i) \left[Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right) \right],$$

cuando n es suficientemente grande ($n \rightarrow \infty$),

$$\begin{aligned} \vartheta &= \lim_{n \rightarrow \infty} \vartheta(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (n-i) \left[Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right) \right] \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \left[Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right) \right] \end{aligned}$$

Considerando $P = \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \left[Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right) \right]$ y expandiendo los sumatorios, se obtiene

$P = \sum_{i=1}^{n-1} \left[n \left[Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right) \right] - i \left[Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right) \right] \right]$ *Demostración.* Suponer $\alpha + \varphi > 1$. Sabiendo que $\varphi = \beta - \alpha$, la ec. (12) implica,

$$\vartheta = 1 - \alpha - \frac{\varphi}{2} = 1 - \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\begin{aligned} &= n \sum_{i=1}^{n-1} \left[Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right) \right] - \sum_{i=1}^{n-1} i \left[Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right) \right] \\ &= nQ\left(\frac{n-1}{n}\right) - \left[- \sum_{i=1}^{n-2} Q\left(\frac{i}{n}\right) + (n-1)Q\left(\frac{n-1}{n}\right) \right] \\ &= nQ\left(\frac{n-1}{n}\right) - (n-1)Q\left(\frac{n-1}{n}\right) + \sum_{i=1}^{n-2} Q\left(\frac{i}{n}\right) \\ &= Q\left(\frac{n-1}{n}\right) + \sum_{i=1}^{n-2} Q\left(\frac{i}{n}\right) = \sum_{i=1}^{n-1} Q\left(\frac{i}{n}\right) \end{aligned}$$

donde $\frac{\alpha + \beta}{2}$ es el valor central del intervalo de crecimiento del cuantificador, $[\alpha, \beta]$, de manera que

$$\alpha \leq \frac{\alpha + \beta}{2} \leq \beta$$

$$1 - \alpha \geq 1 - \frac{\alpha + \beta}{2} \geq 1 - \beta$$

$$1 - \alpha \geq \vartheta \geq 1 - (\alpha + \varphi)$$

Luego,

$$\vartheta(n) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} Q\left(\frac{i}{n}\right)$$

cuando $n \rightarrow \infty$, aplicando la definición de integral como límite se tiene [14]:

$$\vartheta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} Q\left(\frac{i}{n}\right) = \int_0^1 Q(r) dr,$$

donde $r = i/n$. \square

Dado que esta afirmación es aplicable a toda función $Q(r)$ diferenciable en $[0, 1]$, es posible extenderla a diferentes tipos de cuantificadores, como mostramos a continuación.

Corolario 1. Dado un cuantificador RIM con función de pertenencia lineal como la mostrada en la ec. (7), cuando el número de elementos a agregar n es suficientemente alto, es posible calcular el grado de optimismo ϑ del operador AOWA basado en dicho cuantificador como [7, 14]

$$\vartheta = 1 - \alpha - \frac{\varphi}{2} \quad (12)$$

Demostración. A partir del teorema anterior, y basándonos en la ec. (7), se tiene

$$\vartheta = \int_0^1 Q(r) dr = \int_\alpha^1 Q(r) dr = A(Q) = \frac{1}{2}(\beta - \alpha) + 1 - \beta$$

donde el intervalo de integración $(\alpha, 1]$ es el *soporte* del cuantificador, y $A(Q)$ es el área bajo $Q(r)$ en dicho intervalo. Por último, teniendo en cuenta que $\beta - \alpha = d = \varphi$,

$$\vartheta = \frac{1}{2}\varphi + 1 - (\alpha + \varphi) = 1 - \alpha - \frac{\varphi}{2}$$

se concluye que $\vartheta = 1 - \alpha - \varphi/2$. \square

Este corolario permite que, dados ϑ y φ , sea posible calcular el valor del parámetro α , necesario para definir el cuantificador RIM asociado al operador AOWA, como

$$\alpha = 1 - \vartheta - \frac{\varphi}{2} \quad (13)$$

La relación entre los parámetros de actitud hace necesario definir una serie de restricciones en sus valores para asegurar la definición de un cuantificador válido a partir de ellos.

Teorema 2. Dado un cuantificador RIM lineal con parámetros $\alpha, \varphi \in [0, 1]$, la actitud ϑ del operador AOWA asociado es válida únicamente si $\alpha + \varphi \leq 1$.

donde $\beta = \alpha + \varphi$. Si $\alpha + \varphi > 1$, entonces ϑ puede ser negativo, luego $\alpha + \varphi$ debe ser menor o igual que 1 para asegurar la definición de una actitud válida. \square

Para que se cumpla esta condición, las siguientes restricciones serán impuestas al proporcionar el valor de cada parámetro,

Corolario 2. Dado $\varphi \in [0, 1]$, el valor de ϑ deberá cumplir

$$\frac{\varphi}{2} \leq \vartheta \leq 1 - \frac{\varphi}{2} \quad (14)$$

Demostración. Según la ec. (13), α es negativo si $(\vartheta + \varphi/2) > 1$. Es necesario que $\alpha \geq 0$, es decir,

$$1 - \vartheta - \frac{\varphi}{2} \geq 0 \Rightarrow \vartheta + \frac{\varphi}{2} \leq 1 \Rightarrow \vartheta \leq 1 - \frac{\varphi}{2}$$

Sin embargo, también es necesario que $\alpha + \varphi \leq 1$ (véase Teorema 2). Considerando de nuevo la ec. (13),

$$\alpha + \varphi = 1 - \vartheta - \frac{\varphi}{2} + \varphi \leq 1 \Rightarrow$$

$$1 - \vartheta + \frac{\varphi}{2} \leq 1 \Rightarrow \vartheta \geq \frac{\varphi}{2}$$

Teniendo en cuenta ambas desigualdades, se concluye que $\frac{\varphi}{2} \leq \vartheta \leq 1 - \frac{\varphi}{2}$. \square

Corolario 3. Dado $\vartheta \in [0, 1]$, el valor de φ deberá cumplir

$$\varphi \leq 1 - |2\vartheta - 1| \quad (15)$$

Demostración. Según la demostración del corolario anterior, $\alpha \geq 0$ implica

$$\vartheta + \frac{\varphi}{2} \leq 1 \Rightarrow \varphi \leq 2(1 - \vartheta)$$

que, pese a ser válido para $\vartheta \in [0.5, 1]$, daría lugar a $\varphi > 1$ y a violar el Teorema 2 si $\vartheta < 0.5$. Considerando dicho teorema y la ec. (13), tenemos

$$\alpha + \varphi = 1 - \vartheta - \frac{\varphi}{2} + \varphi \leq 1 \Rightarrow$$

$$1 - \vartheta + \frac{\varphi}{2} \leq 1 \Rightarrow \varphi \leq 2\vartheta$$

que es válido para $\vartheta \in [0, 0.5]$, pero permite que $\varphi > 1$ cuando $\vartheta > 0.5$. Por tanto, según el valor de ϑ se deberán cumplir las siguientes desigualdades:

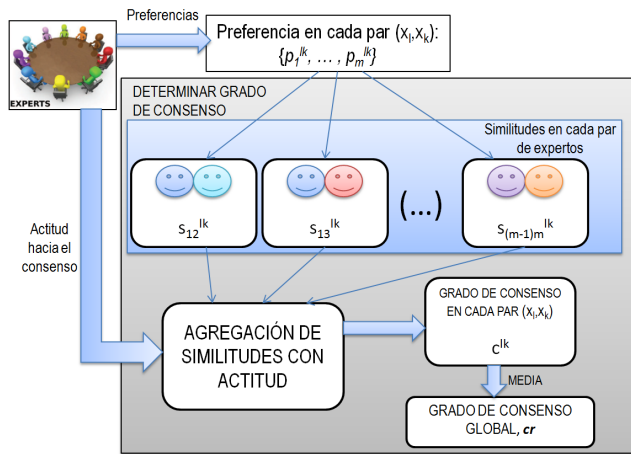


Figura 3: Procedimiento para determinar el grado de consenso basado en la actitud.

$$\begin{cases} \varphi \leq 2\vartheta & \text{si } \vartheta \in [0, 0.5] \\ \varphi \leq 2(1 - \vartheta) & \text{si } \vartheta \in [0.5, 1] \end{cases}$$

Nos planteamos finalmente encontrar una única expresión que integre ambas restricciones. Por un lado, tenemos

$$2\vartheta = 1 - (-2\vartheta + 1)$$

donde, para $\vartheta \in [0, 0.5]$, el término $(-2\vartheta + 1) \geq 0$. Por otro lado,

$$2(1 - \vartheta) = 1 - (2\vartheta - 1)$$

donde, para $\vartheta \in [0.5, 1]$, el término $(2\vartheta - 1) \geq 0$. Por ello, mediante el valor absoluto del término $(2\vartheta - 1)$ es posible integrar ambas restricciones como

$$\varphi \leq 1 - |2\vartheta - 1|$$

ya que $(2\vartheta - 1)$ es negativo cuando $\vartheta \in [0, 0.5]$. \square

Si se respetan las restricciones impuestas en las ecs. (14) y (15), quedará garantizada la correcta definición de un operador AOWA para reflejar la actitud dada por ϑ y φ .

3.2 APLICACIÓN DE AOWA EN PROCESOS DE CONSENSO

Una vez presentado el operador AOWA, en este apartado aplicamos dicho operador en procesos de consenso para la resolución de problemas de TDG con muchos expertos, con el objetivo de reflejar la actitud del grupo hacia el consenso. En este contexto de aplicación, la actitud debe ser interpretada como explicamos a continuación:

- *Actitud Optimista*: Indica que los miembros del grupo se inclinan a cambiar sus preferencias para alcanzar un acuerdo, por lo que aquellas posiciones del grupo donde el nivel de acuerdo es mayor cobrarán mayor importancia en la agregación.
- *Actitud Pesimista*: Indica que los expertos son reacios a cambiar con facilidad sus opiniones para alcanzar un acuerdo, lo cual implica que aquellas posiciones del grupo en mayor desacuerdo cobrarán mayor importancia en la agregación.

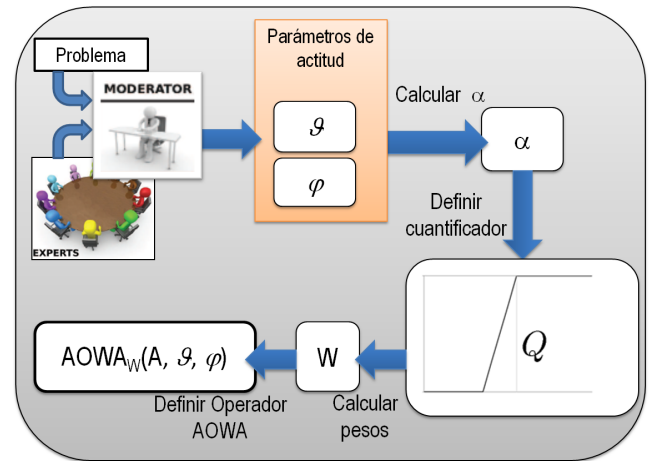


Figura 4: Proceso para definir un operador AOWA a partir de la actitud de grupo hacia el consenso.

La actitud dependerá de los expertos y del problema a resolver. En la Figura 3 se muestra en mayor detalle la fase de medición del grado de consenso explicada en la sección 2.1, incluyendo la agregación en la que proponemos reflejar la actitud mediante el operador AOWA (véase ec. (2)).

En la Figura 4 mostramos un esquema general para integrar la actitud en el proceso de consenso mediante AOWA. La expresión de la actitud por parte del grupo debe realizarse antes de comenzar el proceso de consenso (siendo el moderador responsable de recopilar e integrar los parámetros que definen dicha actitud). Para ello, el moderador puede considerar tanto el contexto y características del problema de decisión a resolver, como la idea de actitud que tenga cada experto, así como decidir si considerar solamente la actitud deseada por un subgrupo de expertos, debido a su nivel de conocimiento sobre el problema o su posición dentro del grupo.

4 SIMULACIÓN EXPERIMENTAL

En esta sección presentamos un ejemplo práctico de aplicación de la actitud hacia el consenso en un Sistema de Apoyo al Consenso desarrollado sobre una plataforma multi-agente [10], que nos ha permitido simular la resolución de un problema de TDG mediante consenso, utilizando operadores AOWA basados en distintas actitudes, y con un alto número de expertos en el grupo.

Hipótesis: El empleo de diferentes actitudes hacia el consenso tiene un efecto directo sobre el proceso, donde el optimismo favorece una mayor convergencia al consenso tras un número de rondas de discusión menor, mientras que el pesimismo da lugar una convergencia menor y, por tanto, será necesario un número mayor de rondas de discusión.

El problema de TDG utilizado consiste en 4 alternativas, $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, 50 expertos, $E = \{e_1, \dots, e_{50}\}$, y un

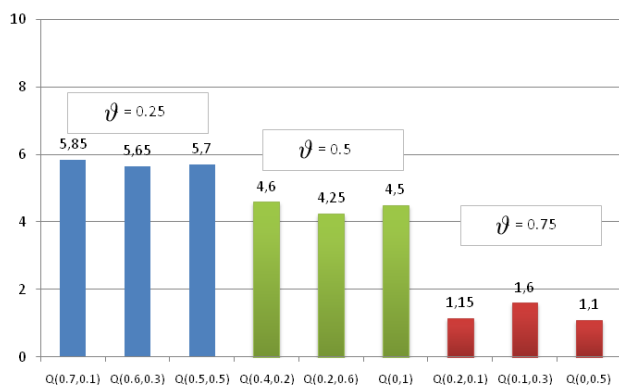


Figura 5: Promedio de rondas de discusión necesarias con operadores AOWA basados en diferentes actitudes dadas por ϑ y φ .

umbral de consenso $\mu = 0.85$. Se han definido nueve actitudes hacia el consenso (véase Tabla 1). Los experimentos han consistido en resolver mediante simulación el problema definido, un total de 20 veces para cada actitud.

Tabla 1: Parámetros de actitud y cuantificadores utilizados.

Actitud	ϑ	φ	α	$Q(\alpha, \varphi)$
Pessimista	0.25	0.1	0.7	$Q(0.7, 0.1)$
	0.25	0.3	0.6	$Q(0.6, 0.3)$
	0.25	0.5	0.5	$Q(0.5, 0.5)$
Indiferente	0.5	0.2	0.4	$Q(0.4, 0.2)$
	0.5	0.6	0.2	$Q(0.2, 0.6)$
	0.5	1	0	$Q(0, 1)$
Optimista	0.75	0.1	0.2	$Q(0.2, 0.1)$
	0.75	0.3	0.1	$Q(0.1, 0.3)$
	0.75	0.5	0	$Q(0, 0.5)$

Los resultados de los experimentos, mostrados en la Figura 5, indican la convergencia hacia el consenso, mediante el número promedio de rondas de discusión necesarias para alcanzar μ con cada operador AOWA. Estos resultados confirman nuestra hipótesis de partida.

5 COMENTARIOS FINALES

En este trabajo, hemos presentado el operador AOWA, una extensión del operador OWA que permite reflejar la actitud en la agregación, y lo hemos aplicado a procesos de consenso para resolver problemas de TDG con un gran número de expertos, proponiendo un método que permite al grupo de decisión reflejar fácilmente la actitud que desean considerar a la hora de medir el consenso en dicho grupo.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por los Proyectos de Investigación TIN-2009-08286, P08-TIC-3548 y fondos FEDER.

Referencias

- [1] G. Beliakov, A. Pradera, T. Calvo: *Aggregation Functions: A Guide for Practitioners*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [2] C. Butler, A. Rothstein: *On Conflict and Consensus: A Handbook on Formal Consensus Decision Making*. Takoma Park, 2006.
- [3] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, J. Verdegay: A model of consensus in group decision making under linguistic assessments. *Fuzzy Set. Syst.* 78, pp. 73–87, 1996.
- [4] E. Herrera-Viedma, F. Herrera, F. Chiclana: A consensus model for multiperson decision making with different preference structures. *IEEE T. Syst. Man Cy., A* 32, pp. 394–402, 2002.
- [5] E. Herrera-Viedma, S. Alonso, F. Chiclana, F. Herrera: A consensus model for group decision making with incomplete fuzzy preference relations. *IEEE T. Fuzzy Syst.* 15, pp. 863–867, 2007.
- [6] J. Kacprzyk: Group decision making with a fuzzy linguistic majority. *Fuzzy Set. Syst.* 18, pp. 105–118, 1986.
- [7] X. Liu, S. Han: Orness and parameterized RIM quantifier aggregation with OWA operators: A summary. *Int. J. Approx. Reason.* 48, pp. 77–97, 2008.
- [8] L. Martínez, J. Montero: Challenges for improving consensus reaching process in collective decisions. *New Maths. Nat. Comp.* 3, pp. 203–217, 2007.
- [9] F. Mata, L. Martínez, E. Herrera-Viedma: An adaptive consensus support model for group decision-making problems in a multigranular fuzzy linguistic context. *IEEE T. Fuzzy Syst.* 17, pp. 279–290, 2009.
- [10] I. Palomares, P.J. Sánchez, F.J. Quesada, F. Mata, L. Martínez: COMAS: A multi-agent system for performing consensus processes, *Advances in Intelligent and Soft Computing*, 91, pp. 125–132, Springer, 2011.
- [11] M. Roubens: Fuzzy Sets and Decision Analysis. *Fuzzy Set. Syst.* 90, pp. 199–206, 1997.
- [12] S. Saint, J.R. Lawson: *Rules for Reaching Consensus. A Modern Approach to Decision Making*. Jossey-Bass, 1994.
- [13] R.R. Yager: On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making. *IEEE T. Syst. Man Cy., B* 18, pp. 183–190, 1988.
- [14] R.R. Yager: Quantifier guided aggregation using OWA operators. *Int. J. Int. Syst.* 11, pp. 49–73, 1996.
- [15] L.A. Zadeh: A computational approach to fuzzy quantifiers in natural languages. *Comput. Maths. Appl.* 9, pp. 149–184, 1983.