

TOMA DE DECISIÓN LINGÜÍSTICA. MODELOS COMPUTACIONALES SIMBÓLICOS Y SU APLICACIÓN EN EL TRATAMIENTO DE PERCEPCIONES

R.M. Rodríguez¹ L. Martínez¹ F. Herrera²

¹Departamento de Informática, Universidad de Jaén, 23071 (Jaén) {rmrodrig,martin}@ujaen.es

²Departamento de CCIA, Universidad de Granada, 18071 (Granada) {herrera}@decsai.ugr.es

Resumen

La Toma de Decisiones aparece en distintas áreas y contextos del mundo real. El interés de esta contribución se centra en contextos vagos y con incertidumbre, donde la información puede ser imprecisa o basada en percepciones. En estos casos la información lingüística modela de forma flexible este conocimiento, aunque implica procesos de computación con palabras. Existen distintos modelos computacionales para operar lingüísticamente. Nuestro objetivo es hacer un estudio de los mismos en su aplicación en problemas de Toma de Decisión Lingüística y sus implicaciones en computación con percepciones.

Palabras Clave: Toma de decisión, información lingüística, computación con palabras, computación con percepciones.

1 INTRODUCCIÓN

La Toma de Decisión es un proceso habitual en muchas actividades del mundo real como, la ingeniería, las finanzas, la psicología, etc. Esta heterogeneidad implica que dichos problemas puedan definirse en distintos contextos. Aquí nos centraremos en problemas de decisión definidos bajo incertidumbre, donde los humanos toman sus decisiones con conocimiento incierto o basado en sus propias percepciones. En estos casos el Enfoque Lingüístico Difuso [27] modela dicho conocimiento mediante información lingüística obteniéndose resultados satisfactorios en estos problemas de Toma de Decisión que se denominan Toma de Decisión Lingüística (TDL). El éxito del Enfoque Lingüístico Difuso en TDL, se debe, a que los conjuntos difusos son adecuados para tratar la incertidumbre y por la cercanía de la información lingüística al modelo cognitivo humano.

En la literatura existen distintos modelos para realizar

procesos de computación con palabras necesarios en los modelos de resolución de problemas de TDL. Los dos modelos inicialmente utilizados son:

- El modelo basado en el principio de extensión [4, 18, 19, 20] opera sobre los números difusos que definen la semántica de los términos lingüísticos.
- El modelo simbólico que considera una escala ordinal de etiquetas. Este modelo es planteado bajo el uso de los operadores max-min [2, 23], y bajo el uso de la combinación convexa sobre los índices de las etiquetas [5].

Estos modelos computacionales presentan algunas limitaciones de compresión y precisión que son discutidas en [8]. Para superar estas limitaciones se han propuesto nuevos modelos computacionales basados en la escala ordinal de términos lingüísticos y el manejo de los índices de las etiquetas.

En esta contribución nos centraremos en estudiar algunas de estas propuestas que proponen una mejora del modelo simbólico, tales como, el modelo lingüístico 2-Tupla [7], el modelo lingüístico Virtual [22] y el modelo lingüístico 2-Tupla proporcional [21]. El objetivo que perseguimos es analizar y comparar el papel de dichos modelos computacionales en la TDL, y estudiar los procesos de computación con palabras para el tratamiento de percepciones en problemas basados en análisis de decisión.

Para ello este trabajo se estructura como sigue: en la Sección 2, se introducen preliminares necesarios. En la Sección 3, revisamos los diferentes modelos de computación con palabras. En la Sección 4 realizamos un análisis comparativo de los mismos en un problema de TDL. En la Sección 5 analizamos sus implicaciones en la computación con percepciones y finalmente concluimos en la Sección 6.

2 PRELIMINARES

En esta sección revisamos brevemente la Aproximación Lingüística Difusa y sus modelos computacionales

clásicos. También presentamos un problema de TDL y su esquema de resolución.

2.1 APROXIMACIÓN LINGÜÍSTICA DIFUSA

Normalmente trabajamos en entornos cuantitativos donde la información se expresa por medio de valores numéricos. Sin embargo, muchos aspectos del mundo real no pueden ser valorados de esta forma, aunque sí mediante percepciones o con conocimiento impreciso. En este caso, un mejor enfoque podría ser la utilización de valoraciones lingüísticas en vez de numéricas. El enfoque lingüístico difuso representa dicho conocimiento mediante variables lingüísticas [27].

Definición 1 Una variable lingüística se caracteriza por una quintupla $(H, T(H), U, G, M)$, donde H es el nombre de la variable; $T(H)$ es el conjunto de términos de H , donde cada valor es una variable difusa notada como X y que varía a lo largo del universo del discurso U , el cuál está asociado con una variable base u ; G es una regla sintáctica para generar los nombres de los valores de H ; y M es una regla semántica para asociar significado $M(X)$, a cada elemento de H , el cuál es un conjunto difuso de U .

Por tanto, hay que elegir adecuadamente los descriptores lingüísticos para el conjunto de términos lingüísticos y su semántica. Para realizar esta tarea, existen diferentes posibilidades. Una de ellas consiste en proporcionar directamente el conjunto de términos, considerando todos los términos distribuidos en una escala la cual tiene un orden definido [24]. Por ejemplo, un conjunto de 7 términos podría ser:

$$S = \{s_0 : nada, s_1 : muy poco, s_2 : poco, s_3 : medio, s_4 : alto, s_5 : muy alto, s_6 : total\}$$

En estos casos se requiere que existan los operadores:

1. Negación $Neg(s_i) = s_j$ tal que $j = g - i$, siendo $(g + 1)$ la cardinalidad de S .
2. Maximización: $\max(s_i, s_j) = s_i$ si $s_i \geq s_j$
3. Minimización: $\min(s_i, s_j) = s_i$ si $s_i \leq s_j$

La semántica de los términos se da mediante números difusos. Una forma de caracterizar un número difuso es utilizar una representación paramétrica de sus funciones de pertenencia [1]. Por ejemplo, podemos asignar la semántica mostrada en la Fig. 1, al conjunto de siete términos con números difusos triangulares.

2.1.1 Modelos Computacionales Clásicos

El uso de variables lingüísticas implica procesos de computación con palabras, tales como, agregación, comparación, etc. Para realizar estas operaciones la aproximación lingüística difusa proporciona dos modelos computacionales:

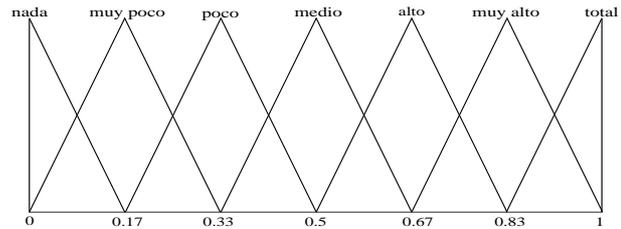


Figura 1: Conjunto de 7 términos lingüísticos

1. **Modelo Basado en el Principio de Extensión:** Opera con términos lingüísticos, $s_i \in S$, mediante operaciones asociadas a sus funciones de pertenencia basadas en el Principio de Extensión. Los resultados obtenidos con los operadores difusos son números difusos, \bar{s} , que normalmente no coinciden con ningún término lingüístico del conjunto inicial, $\bar{s} \notin S$. Por lo que para expresarlo lingüísticamente hay que hacer un proceso de aproximación.
2. **Modelo Simbólico:** Este modelo usa la estructura ordenada del conjunto de términos lingüísticos, $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ donde $s_i < s_j$ si $i < j$, para operar. Usando operadores min-max o la combinación convexa donde los resultados son valores numéricos, $\gamma \in [0, g]$, que serán aproximados mediante una función de aproximación $app(\gamma) \in \{0, \dots, g\}$ que obtendrá un valor numérico que indica el índice del término lingüístico asociado, $s_{app(\gamma)} \in S$.

Ambos modelos producen pérdida de información debido a sus procesos de aproximación, y de ahí la falta de precisión en los resultados [8].

2.2 TOMA DE DECISIÓN LINGÜÍSTICA

Un problema básico de TDL consiste en elegir entre un conjunto finito de alternativas, $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ sobre el que un conjunto de expertos, $P = \{p_1, \dots, p_m\}$ expresa sus valoraciones, $x_i^j, i = 1 \dots n, j = 1 \dots m$, en un conjunto de términos lingüísticos, $S = \{s_0, \dots, s_g\}$, para seleccionar la mejor alternativa al problema. Los valores, $x_i^j \in S$, son conjuntos difusos definidos por una función de pertenencia en $[0, 1]$ (ver Fig. 1).

Un esquema de resolución de un problema de Toma de Decisión puede verse en la Fig. 2. Dicho esquema consta de dos fases: la *fase de agregación*, para obtener valoraciones colectivas de cada alternativa y una *fase de explotación*, para obtener el conjunto solución de alternativas al problema.

Tong y Bonissone presentaron en [20] una técnica para TDL en la que se asumía que el uso de etiquetas lingüísticas con semántica difusa era adecuada para tratar la incertidumbre propia en estos problemas.

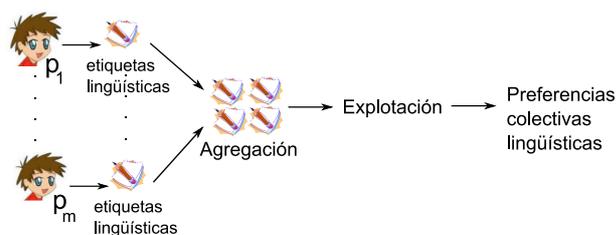


Figura 2: Esquema de Toma de Decisión

También se asumía que los resultados para tomar una decisión, debían ser cuantificables en el lenguaje natural. Diferentes autores [12, 14, 17, 20, 25, 26] asumen que no parece adecuado tomar decisiones basadas en información numérica cuando se ha desarrollado un modelo lingüístico cercano al modelo cognitivo humano. De esta forma, se introduce la idea de una retraslación de la información para ser proporcionada en su salida de forma lingüística [26].

El modelo de resolución propuesto en la Fig. 2 adaptado a un esquema lingüístico sería (ver Fig. 3):

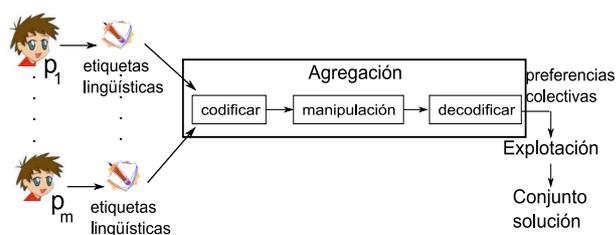


Figura 3: Esquema de Toma de Decisión Lingüístico

3 MODELOS COMPUTACIONALES SIMBÓLICOS BASADOS EN ÍNDICES

La necesidad de tratar con información lingüística en la TDL ha llevado a desarrollar modelos para mejorar los procesos de computación con palabras. Aquí vamos a revisar algunos enfoques simbólicos recientes que pretenden mejorar la precisión de los resultados de la computación con palabras proporcionada por el modelo simbólico revisado en la sección 2.1, tales como, el modelo Lingüístico 2-Tupla [7], el modelo Lingüístico Virtual [22] y el modelo Lingüístico 2-Tupla proporcional [21]. Estos enfoques han sido usados en problemas tales como, Toma de Decisión [22], Evaluación [3], Sistemas de Recomendación [13], etc.

Revisaremos estos modelos analizando la representación de la información lingüística y sus modelos computacionales.

3.1 MODELO LINGÜÍSTICO 2-TUPLA

Este modelo fue presentado en [7] para mejorar la precisión en procesos de computación con palabras.

a) Modelo de Representación:

La información lingüística se representa mediante un par de valores (s_i, α) , siendo s_i un término lingüístico y α un número que representa la traslación simbólica.

Definición 2 La traslación simbólica de un término lingüístico $s_i \in S = \{s_0, \dots, s_g\}$ es un valor numérico definido en $[-0.5, 0.5)$ que representa la “diferencia de información” entre una cantidad de información $\beta \in [0, g]$ obtenida de una operación simbólica y el índice del término lingüístico más cercano.

Este modelo lingüístico define un conjunto de funciones para realizar transformaciones entre valores numéricos y 2-tupla.

Definición 3 Sea $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos y $\beta \in [0, g]$ un valor obtenido de una operación simbólica, la 2-tupla que expresa la información equivalente a β se obtiene:

$$\Delta : [0, g] \longrightarrow S \times [-0.5, 0.5)$$

$$\Delta(\beta) = (s_i, \alpha), \quad \text{con} \quad \begin{cases} i = \text{round}(\beta), \\ \alpha = \beta - i, \end{cases} \quad (1)$$

Debemos tener en cuenta que Δ es biyectiva [7, 8] y $\Delta^{-1} : S \times [-0.5, 0.5) \longrightarrow [0, g]$ es definida por $\Delta^{-1}(s_i, \alpha) = i + \alpha$.

b) Modelo Computacional:

Junto a este modelo de representación, un modelo computacional basado en las funciones Δ y Δ^{-1} fue definido en [7], con las siguientes operaciones:

1. Comparación de 2-tuplas

Se realiza según un orden lexicográfico. Sea (s_k, α_1) y (s_l, α_2) dos 2-tuplas:

- si $k < l$ entonces $(s_k, \alpha_1) < (s_l, \alpha_2)$
- si $k = l$ entonces
 1. si $\alpha_1 = \alpha_2$ entonces $(s_k, \alpha_1), (s_l, \alpha_2)$ representa la misma información
 2. si $\alpha_1 < \alpha_2$ entonces $(s_k, \alpha_1) < (s_l, \alpha_2)$
 3. si $\alpha_1 > \alpha_2$ entonces $(s_k, \alpha_1) > (s_l, \alpha_2)$

2. Operador de negación de una 2-tupla

Este operador fue definido como:

$$\text{Neg}((s_i, \alpha)) = \Delta(g - (\Delta^{-1}(s_i, \alpha))) \quad (2)$$

donde $g + 1$ es la cardinalidad de S , $S = \{s_0, \dots, s_g\}$.

3. Agregación de 2-tuplas

En [7] fueron definidos distintos operadores de agregación para 2-tuplas lingüísticas.

3.2 MODELO LINGÜÍSTICO VIRTUAL

Este modelo fue propuesto por Xu en [22] para evitar la pérdida de información e incrementar los operadores en procesos de computación con palabras.

a) Modelo de Representación:

En este modelo, Xu extendió el conjunto de términos discreto $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ a un conjunto de términos continuo $\bar{S} = \{s_\alpha | s_0 < s_\alpha \leq s_g, \alpha \in [0, g]\}$, donde, si $s_\alpha \in S$, s_α es llamado término lingüístico *original*, en caso contrario, $s_\alpha \in \bar{S}$ es un término lingüístico *virtual*, el cual no tiene asignado ninguna *semántica ni sintaxis*.

Los expertos utilizan términos lingüísticos originales para valorar las variables lingüísticas y los términos lingüísticos virtuales aparecen al operar.

b) Modelo Computacional:

Para llevar a cabo procesos de computación con palabras, Xu introdujo las siguientes operaciones:

Sea $s_\alpha, s_\beta \in \bar{S}$, dos términos lingüísticos y $\mu, \mu_1, \mu_2 \in [0, 1]$.

1. $(s_\alpha)^\mu = s_{\alpha\mu}$
2. $(s_\alpha)^{\mu_1} \otimes (s_\alpha)^{\mu_2} = (s_\alpha)^{\mu_1 + \mu_2}$
3. $(s_\alpha \otimes s_\beta)^\mu = (s_\alpha)^\mu \otimes (s_\beta)^\mu$
4. $s_\alpha \otimes s_\beta = s_\beta \otimes s_\alpha = s_{\alpha\beta}$
5. $s_\alpha \oplus s_\beta = s_{\alpha + \beta}$
6. $s_\alpha \oplus s_\beta = s_\beta \oplus s_\alpha$
7. $\mu s_\alpha = s_{\mu\alpha}$
8. $(\mu_1 + \mu_2)s_\alpha = \mu_1 s_\alpha \oplus \mu_2 s_\alpha$
9. $\mu(s_\alpha \oplus s_\beta) = \mu s_\alpha \oplus \mu s_\beta$

Muchas de estas operaciones no tienen una base cualitativa, por lo que los resultados que obtienen no pueden ser representados ni interpretados en el dominio de expresión inicial de los expertos.

3.3 MODELO LINGÜÍSTICO 2-TUPLA PROPORCIONAL

Este modelo presentado por Wang y Hao en [21] es una generalización y extensión del modelo lingüístico 2-tupla [7].

a) Modelo de Representación:

Este modelo representa la información lingüística mediante una 2-Tupla proporcional, p.ej. $(0.2A, 0.8B)$ sería la clasificación de un curso completo de un estudiante que obtuvo 20%A y 80%B. Los autores remarcan que si B fuese usada como la calificación aproximada, entonces se perdería información. Este enfoque

de 2-Tupla proporcional, está basado en el concepto de *proporción simbólica* [21].

Definición 4 Sea $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos ordinales, $I = [0, 1]$ y

$$IS \equiv I \times S = \{(\alpha, s_i) : \alpha \in [0, 1] \text{ y } i = 0, 1, \dots, g\} \quad (3)$$

donde S es el conjunto ordenado de $g + 1$ términos ordinales $\{s_0, \dots, s_g\}$. Dado un par (s_i, s_{i+1}) de dos términos ordinales sucesivos de S , cualquiera dos elementos de $(\alpha, s_i), (\beta, s_{i+1})$ de IS es denominado par de proporción simbólica y α, β son denominados pares de proporciones simbólicas del par (s_i, s_{i+1}) siendo $\alpha + \beta = 1$. Un par de proporción simbólica $(\alpha, s_i), (1 - \alpha, s_{i+1})$ es representado por $(\alpha s_i, (1 - \alpha)s_{i+1})$ y el conjunto de todos los pares de proporciones simbólicas es representado mediante \bar{S} , tal que, $\bar{S} = \{(\alpha s_i, (1 - \alpha)s_{i+1}) : \alpha \in [0, 1], i = 0, 1, \dots, g - 1\}$.

\bar{S} es denominado el *conjunto ordinal 2-Tupla proporcional* generado por S y los miembros de \bar{S} , *2-Tupla proporcional ordinal*, el cual es usado para representar la información ordinal en computación con palabras.

De forma similar a [7], Wang y Hao definieron funciones para facilitar las operaciones con este tipo de representación.

Definición 5 Sea $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos ordinales y \bar{S} el conjunto 2-Tupla proporcional ordinal generado por S . La función $\pi : \bar{S} \rightarrow [0, g]$ fue definida como sigue:

$$\pi((\alpha s_i, (1 - \alpha)s_{i+1})) = i + (1 - \alpha), \quad (4)$$

donde $i = \{0, 1, \dots, g - 1\}, \alpha \in [0, 1]$ y π es la posición de la función índice de la 2-tupla ordinal.

Cabe destacar que la función π es biyectiva, $\bar{S} \rightarrow [0, g]$ y su inversa $\pi^{-1} : [0, g] \rightarrow \bar{S}$ es definida como sigue:

$$\pi^{-1}(x) = ((1 - \beta)s_i, \beta s_{i+1}) \quad (5)$$

donde $i = E(x)$, E es la parte entera de la función, $\beta = x - i$.

b) Modelo Computacional:

Para operar con información lingüística, Wang y Hao definieron los siguientes operadores:

1. Comparación de 2-Tupla proporcional

Para cualquier $(\alpha s_i, (1 - \alpha)s_{i+1}), (\beta s_j, (1 - \beta)s_{j+1}) \in \bar{S}$, se define $(\alpha s_i, (1 - \alpha)s_{i+1}) < (\beta s_j, (1 - \beta)s_{j+1}) \Leftrightarrow \alpha i + (1 - \alpha)(i + 1) < \beta j + (1 - \beta)(j + 1) \Leftrightarrow i + (1 - \alpha) < j + (1 - \beta)$.

De esta forma, para cualquier dos 2-tupla proporcional $(\alpha s_i, (1 - \alpha)s_{i+1})$ y $(\beta s_j, (1 - \beta)s_{j+1})$:

- si $i < j$, entonces

Tabla 1: Resolución del problema de TDL con distintos modelos simbólicos

	\bar{x}_1^e	\bar{x}_2^e	\bar{x}_3^e	\bar{x}_4^e
2-Tupla	(medio, .25)	(medio, -.5)	(poco, .25)	(medio, -.25)
Ling. Virtual	(s3.25)	(s2.5)	(s2.25)	(s2.75)
2-T Prop.	(0.75medio, 0.25alto)	(0.5poco, 0.5medio)	(0.75poco, 0.25medio)	(0.25poco, 0.75medio)

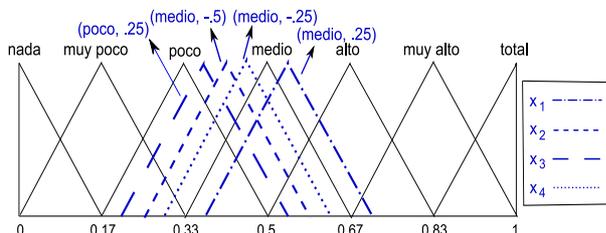


Figura 4: Resultados del modelo 2-Tupla para el problema de TDL

1. $(\alpha s_i, (1-\alpha)s_{i+1}), (\beta s_j, (1-\beta)s_{j+1})$ son iguales cuando $i = j - 1$ y $\alpha = 0, \beta = 1$
2. $(\alpha s_i, (1-\alpha)s_{i+1}) < (\beta s_j, (1-\beta)s_{j+1})$ en otro caso,
 - si $i = j$, entonces
 1. si $\alpha = \beta$ entonces $(\alpha s_i, (1-\alpha)s_{i+1}), (\beta s_j, (1-\beta)s_{j+1})$ representan la misma información
 2. si $\alpha < \beta$ entonces $(\alpha s_i, (1-\alpha)s_{i+1}) < (\beta s_j, (1-\beta)s_{j+1})$
 3. si $\alpha > \beta$ entonces $(\alpha s_i, (1-\alpha)s_{i+1}) > (\beta s_j, (1-\beta)s_{j+1})$
2. Operador de negación de una 2-Tupla proporcional

$$Neg((\alpha s_i, (1-\alpha)s_{i+1})) = ((1-\alpha)s_{g-i-1}, \alpha s_{g-i}), \quad (6)$$

siendo $g + 1$ la cardinalidad de S .

3. Agregación de 2-Tupla proporcional

Wang y Hao definieron varios operadores de agregación para manejar procesos de computación con palabras. Las definiciones de estos operadores de agregación están basados en valores característicos de las etiquetas lingüísticas [21].

4 ANÁLISIS COMPARATIVO

En esta sección resolvemos un problema de TDL con los diferentes modelos presentados en la sección 3 y hacemos un estudio comparativo de los mismos.

4.1 PROBLEMA DE TOMA DE DECISIÓN

Supongamos que una pequeña empresa quiere renovar los ordenadores a sus empleados de ventas, $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$, que no son expertos en informática. Para ello les solicita su opinión sobre cuál de las distintas alternativas que tiene se adapta mejor a sus necesidades. Las alternativas son las siguientes:

x_1	x_2	x_3	x_4
PC	Portatil	Netbook	Imac

Dado que los empleados no son expertos en informática, sus preferencias están fuertemente marcadas por sus percepciones e incluyen cierta incertidumbre debido a su falta de conocimiento. Por lo que, expresarán dichas preferencias lingüísticamente en el conjunto $S = \{s_0 : nada, s_1 : muy poco, s_2 : poco, s_3 : medio, s_4 : alto, s_5 : muy alto, s_6 : total\}$, cuya semántica fue mostrada en la Fig. 1. Cada empleado proporciona un vector de preferencias:

		alternativas			
		x_1	x_2	x_3	x_4
exper- tos	p_1	poco	medio	medio	poco
	p_2	medio	poco	muy poco	alto
	p_3	alto	muy poco	medio	medio
	p_4	alto	alto	poco	poco

Utilizando el modelo de resolución de la Fig. 3 y los distintos modelos simbólicos revisados en la sección 3, obtenemos los resultados de la Tabla 1. En la Fig. 4 se muestra la representación semántica de los resultados del modelo 2-Tupla, mientras que para el modelo virtual y 2-Tupla proporcional no es posible realizar figuras análogas porque no tienen una representación semántica.

La mejor alternativa en sendos modelos es $x_1 = PC$. A continuación analizamos los distintos resultados obtenidos.

4.2 ESTUDIO COMPARATIVO

Este análisis estudia si las propuestas simbólicas revisadas y aplicadas a un problema de TDL se adecúan a la técnica expuesta en la sección 2.2. Para ello se analiza la representación de la información, su operativa

Tabla 2: Análisis comparativo de modelos simbólicos

	2-Tupla	Lingüístico Virtual	2-Tupla proporcional
Representación	Difusa	No difusa	No difusa
Modelo Computacional	Lingüístico	No lingüístico	Lingüístico
Precisión	Etiquetas equidistantes	Siempre, no semántica	Misma amplitud
Comprensión	Fácil de entender	Útil en ordenaciones	Comprensible

computacional, precisión y comprensión de los resultados obtenidos (ver Tabla 2). A partir de dicha tabla que se basa en los resultados obtenidos en el problema de TDL de la sección 4.1 podemos indicar:

- En el modelo lingüístico Virtual [22] las decisiones no se toman basándose en valoraciones lingüísticas difusas como se asumía en [12, 20, 25] y reflejaba el esquema de la Fig. 3, ya que sus valores lingüísticos no utilizan ni semántica, ni sintáxis, tal y como define el Enfoque Lingüístico Difuso; siendo su interpretación numérica. La 2-Tupla proporcional [21] tampoco mantiene una representación difusa, ya que utiliza las proporciones de dos etiquetas lingüísticas consecutivas para representar el resultado. Sin embargo, el modelo 2-Tupla [7] sí que mantiene una representación difusa de la información lingüística tal y como se muestra en la Fig. 4.
- El modelo computacional del modelo Virtual es preciso en cualquier conjunto de etiquetas, ya que no utiliza semántica alguna. Además de poder utilizar valores fuera del universo del discurso de la variable lingüística. Los otros modelos sólo pueden obtener valores en el universo del discurso de la variable y garantizan precisión cuando el conjunto de etiquetas es simétrico y uniformemente distribuido en el caso de la 2-Tupla y cuando el soporte de todas las etiquetas es el mismo en la 2-Tupla proporcional [7, 21].
- Si analizamos los resultados obtenidos por los 3 modelos, observamos que el modelo Virtual obtiene valores de difícil interpretación más allá de una mera ordenación, por tanto, no son adecuados para representar incertidumbre ni cercanos al modelo cognitivo de los seres humanos, ya que no son propiamente lingüísticos. Mientras que los modelos 2-Tupla y 2-Tupla proporcional ofrecen resultados cualitativos fáciles de entender, aunque el último tiene un poco más de complejidad, ya que utiliza cuatro valores para expresar una única valoración.

Del análisis anterior vemos que el modelo 2-Tupla es el único modelo basado en el Enfoque Lingüístico Difuso, ya que mantiene una sintáxis y semántica difusa al representar y operar con términos lingüísticos. Lo cuál

lo hace adecuado para el tratamiento de la incertidumbre y es cercano al modelo cognitivo de los humanos. Además, como veremos en la siguiente sección lo hace útil y apropiado para el tratamiento de percepciones subjetivas en aquellos problemas donde aparecen.

5 COMPUTACIÓN CON PERCEPCIONES: USO DE LA 2-TUPLA LINGÜÍSTICA

En [14], Mendel analizó el concepto de computación perceptual o computación con percepciones, como una instancia del paradigma de computación con palabras, para la realización de decisiones o creación de opiniones subjetivas. En [15] se presentó un repaso histórico a los orígenes de la computación con percepciones. En este análisis, a partir de la idea inicial de Tong y Bonissone [20], se establece como regla básica de la computación con percepciones que: “el modelado de la información subjetiva debe ser lingüístico y los resultados de operar con la misma para construir opiniones o tomar decisiones tiene que ser igualmente lingüística” (ver Fig. 5).

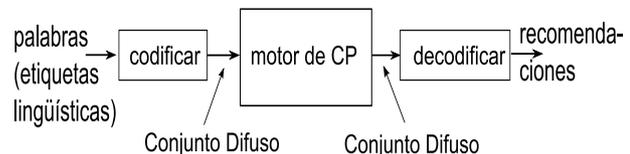


Figura 5: Computación perceptual [14]

En términos similares otros autores como Schumcker [17] o Yager [25, 26] han propuesto esquemas lingüísticos para el tratamiento de información subjetiva. La Fig. 6 muestra la propuesta de Yager. Zadeh



Figura 6: Computación con palabras [25]

en [28] indica como la manipulación de percepciones es una pieza clave en procesos de razonamiento y decisión. También expone la diferencia básica entre medidas y percepciones, donde las primeras son generalmente precisas y las últimas difusas.

Teniendo en cuenta las ideas expuestas anteriormente, el estudio realizado en la sección 4 nos muestra como el modelo lingüístico de 2-Tupla es adecuado para la computación perceptual. Además distintas extensiones del modelo básico de 2-Tupla permitirán abordar ciertos problemas en la base de la computación con percepciones que con otros modelos no sería posible. A continuación justificaremos la adecuación de la 2-Tupla a la computación perceptual y mostraremos distintas extensiones útiles de dicho modelo para la computación con percepciones.

5.1 2-TUPLA LINGÜÍSTICA Y COMPUTACIÓN CON PERCEPCIONES

Tal y como acabamos de revisar, la teoría de computación con percepciones establece la regla que al operar con las mismas, tanto las entradas como las salidas de las operaciones deben estar representadas lingüísticamente. La teoría de conjuntos difusos [11] proporciona una representación semántica de la información lingüística que permite cumplir esta regla. En esta línea el modelo 2-Tupla cumple dicha regla, ya que las entradas y salidas son información lingüística basada en la teoría de conjuntos difusos (Ver Fig. 4).

El uso de percepciones es clave en problemas como la evaluación sensorial, donde modelos basados en la 2-Tupla han proporcionado resultados satisfactorios en distintos problemas [12, 16].

5.2 EXTENSIONES DEL MODELO 2-TUPLA EN COMPUTACIÓN CON PERCEPCIONES

Además de la utilización del modelo básico de 2-Tupla en computación con percepciones, se han presentado distintas extensiones formales sobre dicho modelo básico para operar con ellas, tales como:

- Tratamiento de información heterogénea [10]: se presentó un proceso para operar con información lingüística, numérica e intervalar basada en el modelo de 2-Tupla. Este tipo de información puede aparecer en problemas con distintos criterios, algunos subjetivos y otros objetivamente medibles.
- Tratamiento de información lingüística valorada en distintos conjuntos de términos [9]: en los problemas basados en percepciones, distintos expertos pueden tener distinto nivel de adquisición de las percepciones, ej: desarrollo de sentidos sensoriales. En esos casos, la posibilidad de tratar información con distinta granularidad produce mejores resultados en la resolución de dichos problemas.
- Tratamiento de escalas no balanceadas [6]: en muchos problemas basados en percepciones el uso

de escalas bipolares es común, pero no tienen porqué ser simétricamente distribuidas. Para estos problemas se ha desarrollado una metodología basada en 2-Tupla que permite tratarlos manteniendo una representación y precisión remarcable.

6 CONCLUSIONES

La computación con palabras y con percepciones son claves para la solución de problemas relacionados con modelos cognitivos. El uso de información lingüística para modelar información vaga, incierta o imprecisa propia en los procesos cognitivos, es adecuada tanto desde el punto de vista de tratamiento de la incertidumbre, como de la comprensión de los resultados.

En esta contribución hemos revisado los modelos computacionales simbólicos de 2-Tupla [7], Virtual [21] y 2-Tupla proporcional [22], para aplicarlos a un problema de TDL. Analizando los resultados obtenidos con dichos modelos, hemos visto como el modelo de 2-Tupla es el único que mantiene la base del Enfoque Lingüístico Difuso, ya que mantiene la representación lingüística (semántica y sintaxis) de sus resultados. Mientras que los otros modelos no lo hacen.

Aprovechando el estudio anterior, hemos incluido un apunte de cómo el modelo de 2-Tupla es un modelo adecuado para la computación perceptual [14] y que cumple su regla básica de representar la información de los expertos y los resultados de forma lingüística. Finalmente, hemos apuntado distintas extensiones realizadas sobre el modelo de 2-Tupla que se han mostrado útiles en procesos de computación perceptual.

Agradecimientos

Este trabajo está parcialmente subvencionado por los proyectos de investigación TIN-2009-08286, P08-TIC-3548 y fondos FEDER.

Referencias

- [1] P.P. Bonissone and K.S. Decker. *Selecting Uncertainty Calculi and Granularity: An Experiment in Trading-Off Precision and Complexity*. In L.H. Kanal and J.F. Lemmer, Editors., *Uncertainty in Artificial Intelligence*. North-Holland, 1986.
- [2] J.J. Buckley. The multiple judge, multiple criteria ranking problem: A fuzzy set approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 13:23–37, 1984.
- [3] G. Buyukozkan, D. Ruan, and O. Feyzioglu. Evaluating e-learning web site quality in a fuzzy environment. *International Journal of Intelligent System*, 22:567–586, 2007.
- [4] R. Degani and G. Bortolan. The problem of linguistic approximation in clinical decision making.

- International Journal of Approximate Reasoning*, 2:143–162, 1988.
- [5] M. Delgado, J.L. Verdegay, and M.A. Vila. On aggregation operations of linguistic labels. *International Journal of Intelligent Systems*, 8(3):351–370, 1993.
- [6] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and L. Martínez. A fuzzy linguistic methodology to deal with unbalanced linguistic term sets. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 16(2):354–370, 2008.
- [7] F. Herrera and L. Martínez. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(6):746–752, 2000.
- [8] F. Herrera and L. Martínez. The 2-tuple linguistic computational model. Advantages of its linguistic description, accuracy and consistency. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(Suppl.):33–49, 2001.
- [9] F. Herrera and L. Martínez. A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multigranularity hierarchical linguistic contexts in multiexpert decision-making. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Part B: Cybernetics*, 31(2):227–234, 2001.
- [10] F. Herrera, L. Martínez, and P.J. Sánchez. Managing non-homogeneous information in group decision making. *European Journal of Operational Research*, 166(1):115–132, 2005.
- [11] G.J. Klir and B. Yuan. *Fuzzy sets and fuzzy logic: Theory and Applications*. Prentice-Hall PTR, 1995.
- [12] L. Martínez. Sensory evaluation based on linguistic decision analysis. *International Journal of Approximate Reasoning*, 44 Num 2:148–164, 2007.
- [13] L. Martínez, M.J. Barranco, L.G. Perez, , and M. Espinilla. A knowledge based recommender system with multigranular linguistic information. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 1(3):225 – 236, 2008.
- [14] J.M. Mendel. The perceptual computer: An architecture for computing with words. In *FUZZ-IEEE*, pages 35–38, 2001.
- [15] J.M. Mendel. Historical reflections and new positions on perceptual computing. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2009. In press.
- [16] D. Ruan and X. Zeng (Eds.). *Sensory Evaluation: Methodologies and Applications*. Springer, 2004.
- [17] K.J. Schmucker. *Fuzzy sets, natural language computations, and risk analysis*. Computer Science Press, Rockville, 1984.
- [18] M.S. Shendrik and B.G. Tamm. Approach to interactive solution of multicritical optimization problems with linguistic modeling of preferences. *Automatic Control and Computer Sciences*, 19(6):3–9, 1985.
- [19] V.B. Silov and D.V. Vilenchik. Linguistic decision-making methods in multicriterial selection of models. *Soviet Journal of Automation and Information Sciences*, 18(4):92–94, 1985.
- [20] M. Tong and P.P. Bonissone. A linguistic approach to decision making with fuzzy sets. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 10:716–723, 1980.
- [21] J. Wang and J. Hao. A new version of 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE transactions on fuzzy systems*, 14:435–445, 2006.
- [22] Z.S. Xu. A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations. *Information Science*, 166:19–30, 2004.
- [23] R.R. Yager. A new methodology for ordinal multiobjective decision based on fuzzy sets. *Decision Science*, 12:589–600, 1981.
- [24] R.R. Yager. An approach to ordinal decision making. *International Journal of Approximate Reasoning*, 12:237–261, 1995.
- [25] R.R. Yager. *Computing with words and information/intelligent systems 2:applications*, chapter Approximate reasoning as a basis for computing with words, pages 50–77. Physica Verlag, 1999.
- [26] R.R. Yager. On the retranslation process in zadeh’s paradigm of computing with words. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B: Cybernetics*, 34:1184–1195, 2004.
- [27] L.A. Zadeh. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. *Information Sciences, Part I, II, III*, 8,8,9:199–249,301–357,43–80, 1975.
- [28] L.A. Zadeh. *Computing with Words in Information/Intelligent Systems 1*, chapter What is Computing with Words? Physica-Verlag, 1999.