

A large scale consensus reaching process managing group hesitation

1. Definition of the LS-GDM problem

The GDM problem is formulated as follows: let $E = \{e_1, e_2, \dots, e_{50}\}$, be the students of the course of basic programming of Computer Science degree. The professor asks them which programming language they would like to use for the practices in the laboratory and he provides four options, $X = \{x_1 : C, x_2 : C++, x_3 : Java, x_4 : Python\}$. The professor wants an agreed solution because once the language is selected, they cannot change it for another one. Students provide their preferences by fuzzy preference relations over the four options.

Additionally to the experts and alternatives, it is necessary to establish the following parameters:

- Consensus threshold: $\vartheta = 0.85$
- Level of consensus for the advice generation: $\delta = 0.7$
- Maximum number of rounds allowed: $\text{max_round} = 15$

2. Expert's preferences

$$P^1 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.96 & 0.93 \\ 0.2 & 0.5 & 0.85 & 0.78 \\ 0.04 & 0.15 & 0.5 & 0.38 \\ 0.07 & 0.22 & 0.62 & 0.5 \end{pmatrix}, P^2 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.42 & 0.06 & 0.14 \\ 0.58 & 0.5 & 0.08 & 0.18 \\ 0.94 & 0.92 & 0.5 & 0.72 \\ 0.86 & 0.82 & 0.28 & 0.5 \end{pmatrix}, P^3 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.14 & 0.11 & 0.01 \\ 0.86 & 0.5 & 0.44 & 0.05 \\ 0.89 & 0.56 & 0.5 & 0.06 \\ 0.99 & 0.95 & 0.94 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^4 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.7 & 0.75 & 0.96 \\ 0.3 & 0.5 & 0.56 & 0.91 \\ 0.25 & 0.44 & 0.5 & 0.89 \\ 0.04 & 0.09 & 0.11 & 0.5 \end{pmatrix}, P^5 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.33 & 0.05 & 0.02 \\ 0.67 & 0.5 & 0.09 & 0.05 \\ 0.95 & 0.91 & 0.5 & 0.34 \\ 0.98 & 0.95 & 0.66 & 0.5 \end{pmatrix}, P^6 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.37 & 0.87 & 0.69 \\ 0.63 & 0.5 & 0.92 & 0.79 \\ 0.13 & 0.08 & 0.5 & 0.25 \\ 0.31 & 0.21 & 0.75 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^7 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.42 & 0.53 & 0.03 \\ 0.58 & 0.5 & 0.61 & 0.05 \\ 0.47 & 0.39 & 0.5 & 0.03 \\ 0.97 & 0.95 & 0.97 & 0.5 \end{pmatrix}, P^8 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.21 & 0.93 & 0.88 \\ 0.79 & 0.5 & 0.98 & 0.96 \\ 0.07 & 0.02 & 0.5 & 0.36 \\ 0.12 & 0.04 & 0.64 & 0.5 \end{pmatrix}, P^9 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.87 & 0.94 & 0.97 \\ 0.13 & 0.5 & 0.71 & 0.83 \\ 0.06 & 0.29 & 0.5 & 0.67 \\ 0.03 & 0.17 & 0.33 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{10} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.72 & 0.79 & 0.43 \\ 0.28 & 0.5 & 0.59 & 0.23 \\ 0.21 & 0.41 & 0.5 & 0.17 \\ 0.57 & 0.77 & 0.83 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{11} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.05 & 0.63 & 0.71 \\ 0.95 & 0.5 & 0.97 & 0.98 \\ 0.37 & 0.03 & 0.5 & 0.59 \\ 0.29 & 0.02 & 0.41 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{12} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.75 & 0.23 & 0.37 \\ 0.25 & 0.5 & 0.09 & 0.16 \\ 0.77 & 0.91 & 0.5 & 0.66 \\ 0.63 & 0.84 & 0.34 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{13} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.06 & 0.06 \\ 0.75 & 0.5 & 0.15 & 0.16 \\ 0.94 & 0.85 & 0.5 & 0.51 \\ 0.94 & 0.84 & 0.49 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{14} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.55 & 0.46 & 0.39 \\ 0.45 & 0.5 & 0.41 & 0.34 \\ 0.54 & 0.59 & 0.5 & 0.43 \\ 0.61 & 0.66 & 0.57 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{15} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.72 & 0.34 & 0.49 \\ 0.28 & 0.5 & 0.17 & 0.28 \\ 0.66 & 0.83 & 0.5 & 0.65 \\ 0.51 & 0.72 & 0.35 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{16} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.6 & 0.74 & 0.44 \\ 0.4 & 0.5 & 0.66 & 0.34 \\ 0.26 & 0.34 & 0.5 & 0.21 \\ 0.56 & 0.66 & 0.79 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{17} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.59 & 0.76 & 0.55 \\ 0.41 & 0.5 & 0.69 & 0.46 \\ 0.24 & 0.31 & 0.5 & 0.28 \\ 0.45 & 0.54 & 0.72 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{18} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.22 & 0.47 & 0.18 \\ 0.78 & 0.5 & 0.76 & 0.44 \\ 0.53 & 0.24 & 0.5 & 0.2 \\ 0.82 & 0.56 & 0.8 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{19} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.78 & 0.79 & 0.96 \\ 0.22 & 0.5 & 0.51 & 0.88 \\ 0.21 & 0.49 & 0.5 & 0.88 \\ 0.04 & 0.12 & 0.12 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{20} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.25 & 0.07 \\ 0.7 & 0.5 & 0.44 & 0.15 \\ 0.75 & 0.56 & 0.5 & 0.18 \\ 0.93 & 0.85 & 0.82 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{21} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.67 & 0.83 \\ 0.8 & 0.5 & 0.89 & 0.95 \\ 0.33 & 0.11 & 0.5 & 0.71 \\ 0.17 & 0.05 & 0.29 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{22} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.85 & 0.84 & 0.31 \\ 0.15 & 0.5 & 0.48 & 0.07 \\ 0.16 & 0.52 & 0.5 & 0.08 \\ 0.69 & 0.93 & 0.92 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{23} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.86 & 0.93 & 0.5 \\ 0.14 & 0.5 & 0.68 & 0.14 \\ 0.07 & 0.32 & 0.5 & 0.07 \\ 0.5 & 0.86 & 0.93 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{24} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.83 & 0.97 & 0.96 \\ 0.17 & 0.5 & 0.87 & 0.85 \\ 0.03 & 0.13 & 0.5 & 0.45 \\ 0.04 & 0.15 & 0.55 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{25} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.43 & 0.97 & 0.97 \\ 0.57 & 0.5 & 0.98 & 0.98 \\ 0.03 & 0.02 & 0.5 & 0.5 \\ 0.03 & 0.02 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{26} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.08 & 0.14 & 0.11 \\ 0.92 & 0.5 & 0.65 & 0.59 \\ 0.86 & 0.35 & 0.5 & 0.44 \\ 0.89 & 0.41 & 0.56 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{27} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.99 & 0.98 & 0.96 \\ 0.01 & 0.5 & 0.35 & 0.21 \\ 0.02 & 0.65 & 0.5 & 0.33 \\ 0.04 & 0.79 & 0.67 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{28} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.43 & 0.72 & 0.89 \\ 0.57 & 0.5 & 0.77 & 0.92 \\ 0.28 & 0.23 & 0.5 & 0.77 \\ 0.11 & 0.08 & 0.23 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{29} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.14 & 0.05 & 0.01 \\ 0.86 & 0.5 & 0.24 & 0.04 \\ 0.95 & 0.76 & 0.5 & 0.12 \\ 0.99 & 0.96 & 0.88 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{30} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.83 & 0.98 & 0.68 \\ 0.17 & 0.5 & 0.89 & 0.3 \\ 0.02 & 0.11 & 0.5 & 0.05 \\ 0.32 & 0.7 & 0.95 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{31} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.34 & 0.48 & 0.22 \\ 0.66 & 0.5 & 0.64 & 0.36 \\ 0.52 & 0.36 & 0.5 & 0.24 \\ 0.78 & 0.64 & 0.76 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{32} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.94 & 0.82 & 0.87 \\ 0.06 & 0.5 & 0.22 & 0.3 \\ 0.18 & 0.78 & 0.5 & 0.6 \\ 0.13 & 0.7 & 0.4 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{33} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.98 & 1.0 & 1.0 \\ 0.02 & 0.5 & 0.86 & 0.91 \\ 0.0 & 0.14 & 0.5 & 0.62 \\ 0.0 & 0.09 & 0.38 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{34} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.56 & 0.14 & 0.23 \\ 0.44 & 0.5 & 0.11 & 0.19 \\ 0.86 & 0.89 & 0.5 & 0.66 \\ 0.77 & 0.81 & 0.34 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{35} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.41 & 0.94 \\ 0.75 & 0.5 & 0.68 & 0.98 \\ 0.59 & 0.32 & 0.5 & 0.96 \\ 0.06 & 0.02 & 0.04 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{36} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.61 & 0.59 & 0.92 \\ 0.39 & 0.5 & 0.48 & 0.88 \\ 0.41 & 0.52 & 0.5 & 0.89 \\ 0.08 & 0.12 & 0.11 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{37} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.92 & 0.95 & 0.9 \\ 0.08 & 0.5 & 0.63 & 0.44 \\ 0.05 & 0.37 & 0.5 & 0.32 \\ 0.1 & 0.56 & 0.68 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{38} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.15 & 0.26 & 0.3 \\ 0.85 & 0.5 & 0.67 & 0.7 \\ 0.74 & 0.33 & 0.5 & 0.54 \\ 0.7 & 0.3 & 0.46 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{39} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.59 & 0.51 & 0.92 \\ 0.41 & 0.5 & 0.42 & 0.89 \\ 0.49 & 0.58 & 0.5 & 0.92 \\ 0.08 & 0.11 & 0.08 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{40} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.81 & 0.43 & 0.66 \\ 0.19 & 0.5 & 0.15 & 0.31 \\ 0.57 & 0.85 & 0.5 & 0.72 \\ 0.34 & 0.69 & 0.28 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{41} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.6 & 0.16 & 0.01 \\ 0.4 & 0.5 & 0.11 & 0.01 \\ 0.84 & 0.89 & 0.5 & 0.05 \\ 0.99 & 0.99 & 0.95 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{42} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.39 & 0.48 & 0.15 \\ 0.61 & 0.5 & 0.59 & 0.22 \\ 0.52 & 0.41 & 0.5 & 0.16 \\ 0.85 & 0.78 & 0.84 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{43} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.04 & 0.07 & 0.09 \\ 0.96 & 0.5 & 0.63 & 0.69 \\ 0.93 & 0.37 & 0.5 & 0.57 \\ 0.91 & 0.31 & 0.43 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{44} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.58 & 0.05 & 0.01 \\ 0.42 & 0.5 & 0.04 & 0.01 \\ 0.95 & 0.96 & 0.5 & 0.18 \\ 0.99 & 0.99 & 0.82 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{45} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.03 & 0.02 & 0.02 \\ 0.97 & 0.5 & 0.37 & 0.4 \\ 0.98 & 0.63 & 0.5 & 0.53 \\ 0.98 & 0.6 & 0.47 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{46} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.86 & 0.11 & 0.08 \\ 0.14 & 0.5 & 0.02 & 0.01 \\ 0.89 & 0.98 & 0.5 & 0.42 \\ 0.92 & 0.99 & 0.58 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{47} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.36 & 0.58 & 0.99 \\ 0.64 & 0.5 & 0.71 & 1.0 \\ 0.42 & 0.29 & 0.5 & 0.99 \\ 0.01 & 0.0 & 0.01 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{48} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.63 & 0.98 & 0.98 \\ 0.37 & 0.5 & 0.97 & 0.96 \\ 0.02 & 0.03 & 0.5 & 0.45 \\ 0.02 & 0.04 & 0.55 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$P^{49} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.65 & 0.92 & 0.1 \\ 0.35 & 0.5 & 0.86 & 0.06 \\ 0.08 & 0.14 & 0.5 & 0.01 \\ 0.9 & 0.94 & 0.99 & 0.5 \end{pmatrix}, P^{50} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.44 & 0.56 & 0.91 \\ 0.56 & 0.5 & 0.62 & 0.93 \\ 0.44 & 0.38 & 0.5 & 0.89 \\ 0.09 & 0.07 & 0.11 & 0.5 \end{pmatrix}$$