

A Cohesion Measure for Improving the Weighting of Experts' subgroups in Large-scale Group Decision Making Clustering Methods

1. Case study

Let us suppose a group formed by 50 entrepreneurs, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_{50}\}$, who decide to build a modern technology park in one of the capitals of Europe. After a thorough preselection process, 4 cities are the final candidates, $X = \{x_1 : \textit{Atenas}, x_2 : \textit{Paris}, x_3 : \textit{Vienna}, x_4 : \textit{Madrid}\}$.

2. Experts' preferences

$$P^1 = \begin{pmatrix} - & 0.97 & 0.99 & 0.93 \\ 0.03 & - & 0.8 & 0.31 \\ 0.01 & 0.2 & - & 0.1 \\ 0.07 & 0.69 & 0.9 & - \end{pmatrix} P^2 = \begin{pmatrix} - & 0.21 & 0.26 & 0.48 \\ 0.79 & - & 0.57 & 0.77 \\ 0.74 & 0.43 & - & 0.72 \\ 0.52 & 0.23 & 0.28 & - \end{pmatrix} P^3 = \begin{pmatrix} - & 0.74 & 0.32 & 0.53 \\ 0.26 & - & 0.14 & 0.28 \\ 0.68 & 0.86 & - & 0.71 \\ 0.47 & 0.72 & 0.29 & - \end{pmatrix}$$

$$P^4 = \begin{pmatrix} - & 0.33 & 0.48 & 0.47 \\ 0.67 & - & 0.65 & 0.64 \\ 0.52 & 0.35 & - & 0.49 \\ 0.53 & 0.36 & 0.51 & - \end{pmatrix} P^5 = \begin{pmatrix} - & 0.37 & 0.05 & 0.07 \\ 0.63 & - & 0.08 & 0.11 \\ 0.95 & 0.92 & - & 0.59 \\ 0.93 & 0.89 & 0.41 & - \end{pmatrix} P^6 = \begin{pmatrix} - & 0.58 & 0.92 & 1.0 \\ 0.42 & - & 0.89 & 1.0 \\ 0.08 & 0.11 & - & 0.99 \\ 0.0 & 0.0 & 0.01 & - \end{pmatrix}$$

$$P^7 = \begin{pmatrix} - & 0.31 & 0.24 & 0.18 \\ 0.69 & - & 0.41 & 0.33 \\ 0.76 & 0.59 & - & 0.42 \\ 0.82 & 0.67 & 0.58 & - \end{pmatrix} P^8 = \begin{pmatrix} - & 0.79 & 0.75 & 0.35 \\ 0.21 & - & 0.45 & 0.13 \\ 0.25 & 0.55 & - & 0.15 \\ 0.65 & 0.87 & 0.85 & - \end{pmatrix} P^9 = \begin{pmatrix} - & 0.38 & 0.64 & 0.97 \\ 0.62 & - & 0.74 & 0.98 \\ 0.36 & 0.26 & - & 0.95 \\ 0.03 & 0.02 & 0.05 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{10} = \begin{pmatrix} - & 0.41 & 0.37 & 0.57 \\ 0.59 & - & 0.46 & 0.65 \\ 0.63 & 0.54 & - & 0.69 \\ 0.43 & 0.35 & 0.31 & - \end{pmatrix} P^{11} = \begin{pmatrix} - & 0.21 & 0.15 & 0.67 \\ 0.79 & - & 0.4 & 0.88 \\ 0.85 & 0.6 & - & 0.92 \\ 0.33 & 0.12 & 0.08 & - \end{pmatrix} P^{12} = \begin{pmatrix} - & 0.6 & 0.4 & 0.73 \\ 0.4 & - & 0.31 & 0.64 \\ 0.6 & 0.69 & - & 0.8 \\ 0.27 & 0.36 & 0.2 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{13} = \begin{pmatrix} - & 0.74 & 0.72 & 0.24 \\ 0.26 & - & 0.47 & 0.1 \\ 0.28 & 0.53 & - & 0.11 \\ 0.76 & 0.9 & 0.89 & - \end{pmatrix} P^{14} = \begin{pmatrix} - & 0.51 & 0.13 & 0.13 \\ 0.49 & - & 0.13 & 0.13 \\ 0.87 & 0.87 & - & 0.49 \\ 0.87 & 0.87 & 0.51 & - \end{pmatrix} P^{15} = \begin{pmatrix} - & 0.78 & 0.69 & 0.4 \\ 0.22 & - & 0.39 & 0.16 \\ 0.31 & 0.61 & - & 0.23 \\ 0.6 & 0.84 & 0.77 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{16} = \begin{pmatrix} - & 0.59 & 0.35 & 0.14 \\ 0.41 & - & 0.27 & 0.1 \\ 0.65 & 0.73 & - & 0.24 \\ 0.86 & 0.9 & 0.76 & - \end{pmatrix} P^{17} = \begin{pmatrix} - & 0.25 & 0.5 & 0.87 \\ 0.75 & - & 0.75 & 0.95 \\ 0.5 & 0.25 & - & 0.87 \\ 0.13 & 0.05 & 0.13 & - \end{pmatrix} P^{18} = \begin{pmatrix} - & 0.54 & 0.42 & 0.99 \\ 0.46 & - & 0.38 & 0.98 \\ 0.58 & 0.62 & - & 0.99 \\ 0.01 & 0.02 & 0.01 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{19} = \begin{pmatrix} - & 0.99 & 0.99 & 1.0 \\ 0.01 & - & 0.65 & 0.67 \\ 0.01 & 0.35 & - & 0.52 \\ 0.0 & 0.33 & 0.48 & - \end{pmatrix} P^{20} = \begin{pmatrix} - & 0.88 & 0.99 & 0.94 \\ 0.12 & - & 0.92 & 0.67 \\ 0.01 & 0.08 & - & 0.15 \\ 0.06 & 0.33 & 0.85 & - \end{pmatrix} P^{21} = \begin{pmatrix} - & 0.7 & 0.34 & 0.58 \\ 0.3 & - & 0.18 & 0.37 \\ 0.66 & 0.82 & - & 0.73 \\ 0.42 & 0.63 & 0.27 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{22} = \begin{pmatrix} - & 0.68 & 0.6 & 0.52 \\ 0.32 & - & 0.41 & 0.33 \\ 0.4 & 0.59 & - & 0.42 \\ 0.48 & 0.67 & 0.58 & - \end{pmatrix} P^{23} = \begin{pmatrix} - & 0.64 & 0.74 & 0.43 \\ 0.36 & - & 0.61 & 0.29 \\ 0.26 & 0.39 & - & 0.21 \\ 0.57 & 0.71 & 0.79 & - \end{pmatrix} P^{24} = \begin{pmatrix} - & 0.64 & 0.36 & 0.16 \\ 0.36 & - & 0.24 & 0.1 \\ 0.64 & 0.76 & - & 0.25 \\ 0.84 & 0.9 & 0.75 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{25} = \begin{pmatrix} - & 0.07 & 0.0 & 0.0 \\ 0.93 & - & 0.02 & 0.02 \\ 1.0 & 0.98 & - & 0.52 \\ 1.0 & 0.98 & 0.48 & - \end{pmatrix} P^{26} = \begin{pmatrix} - & 0.78 & 0.82 & 0.94 \\ 0.22 & - & 0.56 & 0.83 \\ 0.18 & 0.44 & - & 0.79 \\ 0.06 & 0.17 & 0.21 & - \end{pmatrix} P^{27} = \begin{pmatrix} - & 0.35 & 0.24 & 0.39 \\ 0.65 & - & 0.37 & 0.54 \\ 0.76 & 0.63 & - & 0.67 \\ 0.61 & 0.46 & 0.33 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{28} = \begin{pmatrix} - & 0.88 & 0.84 & 0.7 \\ 0.12 & - & 0.41 & 0.24 \\ 0.16 & 0.59 & - & 0.31 \\ 0.3 & 0.76 & 0.69 & - \end{pmatrix} P^{29} = \begin{pmatrix} - & 0.31 & 0.86 & 0.79 \\ 0.69 & - & 0.93 & 0.89 \\ 0.14 & 0.07 & - & 0.39 \\ 0.21 & 0.11 & 0.61 & - \end{pmatrix} P^{30} = \begin{pmatrix} - & 0.67 & 0.7 & 0.52 \\ 0.33 & - & 0.53 & 0.35 \\ 0.3 & 0.47 & - & 0.32 \\ 0.48 & 0.65 & 0.68 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{31} = \begin{pmatrix} - & 0.56 & 0.09 & 0.18 \\ 0.44 & - & 0.07 & 0.14 \\ 0.91 & 0.93 & - & 0.69 \\ 0.82 & 0.86 & 0.31 & - \end{pmatrix} P^{32} = \begin{pmatrix} - & 0.84 & 0.28 & 0.07 \\ 0.16 & - & 0.07 & 0.01 \\ 0.72 & 0.93 & - & 0.15 \\ 0.93 & 0.99 & 0.85 & - \end{pmatrix} P^{33} = \begin{pmatrix} - & 0.19 & 0.04 & 0.0 \\ 0.81 & - & 0.16 & 0.01 \\ 0.96 & 0.84 & - & 0.04 \\ 1.0 & 0.99 & 0.96 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{34} = \begin{pmatrix} - & 0.43 & 0.9 & 0.99 \\ 0.57 & - & 0.92 & 1.0 \\ 0.1 & 0.08 & - & 0.95 \\ 0.01 & 0.0 & 0.05 & - \end{pmatrix} P^{35} = \begin{pmatrix} - & 0.64 & 0.12 & 0.68 \\ 0.36 & - & 0.07 & 0.54 \\ 0.88 & 0.93 & - & 0.94 \\ 0.32 & 0.46 & 0.06 & - \end{pmatrix} P^{36} = \begin{pmatrix} - & 0.07 & 0.04 & 0.06 \\ 0.93 & - & 0.35 & 0.47 \\ 0.96 & 0.65 & - & 0.62 \\ 0.94 & 0.53 & 0.38 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{37} = \begin{pmatrix} - & 0.7 & 0.62 & 0.44 \\ 0.3 & - & 0.41 & 0.25 \\ 0.38 & 0.59 & - & 0.33 \\ 0.56 & 0.75 & 0.67 & - \end{pmatrix} P^{38} = \begin{pmatrix} - & 0.32 & 0.12 & 0.01 \\ 0.68 & - & 0.22 & 0.03 \\ 0.88 & 0.78 & - & 0.09 \\ 0.99 & 0.97 & 0.91 & - \end{pmatrix} P^{39} = \begin{pmatrix} - & 0.56 & 0.53 & 0.72 \\ 0.44 & - & 0.47 & 0.67 \\ 0.47 & 0.53 & - & 0.7 \\ 0.28 & 0.33 & 0.3 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{40} = \begin{pmatrix} - & 0.28 & 0.28 & 0.53 \\ 0.72 & - & 0.5 & 0.74 \\ 0.72 & 0.5 & - & 0.74 \\ 0.47 & 0.26 & 0.26 & - \end{pmatrix} P^{41} = \begin{pmatrix} - & 0.14 & 0.0 & 0.0 \\ 0.86 & - & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 1.0 & - & 0.4 \\ 1.0 & 1.0 & 0.6 & - \end{pmatrix} P^{42} = \begin{pmatrix} - & 0.29 & 0.89 & 0.96 \\ 0.71 & - & 0.95 & 0.98 \\ 0.11 & 0.05 & - & 0.76 \\ 0.04 & 0.02 & 0.24 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{43} = \begin{pmatrix} - & 0.1 & 0.02 & 0.32 \\ 0.9 & - & 0.18 & 0.81 \\ 0.98 & 0.82 & - & 0.95 \\ 0.68 & 0.19 & 0.05 & - \end{pmatrix} P^{44} = \begin{pmatrix} - & 0.32 & 0.0 & 0.0 \\ 0.68 & - & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 1.0 & - & 0.51 \\ 1.0 & 1.0 & 0.49 & - \end{pmatrix} P^{45} = \begin{pmatrix} - & 0.62 & 0.28 & 0.1 \\ 0.38 & - & 0.19 & 0.06 \\ 0.72 & 0.81 & - & 0.22 \\ 0.9 & 0.94 & 0.78 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{46} = \begin{pmatrix} - & 0.18 & 0.03 & 0.47 \\ 0.82 & - & 0.11 & 0.8 \\ 0.97 & 0.89 & - & 0.97 \\ 0.53 & 0.2 & 0.03 & - \end{pmatrix} P^{47} = \begin{pmatrix} - & 0.31 & 0.37 & 0.4 \\ 0.69 & - & 0.57 & 0.6 \\ 0.63 & 0.43 & - & 0.53 \\ 0.6 & 0.4 & 0.47 & - \end{pmatrix} P^{48} = \begin{pmatrix} - & 0.22 & 0.72 & 0.87 \\ 0.78 & - & 0.9 & 0.96 \\ 0.28 & 0.1 & - & 0.73 \\ 0.13 & 0.04 & 0.27 & - \end{pmatrix}$$

$$P^{49} = \begin{pmatrix} - & 0.5 & 0.94 & 0.91 \\ 0.5 & - & 0.94 & 0.91 \\ 0.06 & 0.06 & - & 0.38 \\ 0.09 & 0.09 & 0.62 & - \end{pmatrix} P^{50} = \begin{pmatrix} - & 0.11 & 0.04 & 0.03 \\ 0.89 & - & 0.25 & 0.18 \\ 0.96 & 0.75 & - & 0.39 \\ 0.97 & 0.82 & 0.61 & - \end{pmatrix}$$