

Manejo de contextos lingüísticos multigranulares jerárquicos para el modelado lingüístico de preferencias basado en 2-tuplas

Francisco Herrera Triguero
Dpto. de Ciencias de la
Computación e I.A.
E.T.S. de Ingeniería Informática
Universidad de Granada
18071 - Granada
e-mail: herrera@decsai.ugr.es

Luis Martínez López
Dpto. de Informática
Escuela Politécnica Superior
Universidad de Jaén
23071 - Jaén
e-mail: martin@ujaen.es

Resumen

Cuando trabajamos con problemas en los que las valoraciones que se utilizan para resolverlos pertenecen al dominio lingüístico, podemos encontrarnos situaciones en las que estas valoraciones no estén valoradas en un único conjunto de etiquetas, sino que pertenezcan a distintos conjuntos lingüísticos con diferente granularidad y/o semántica. En la literatura podemos encontrar diferentes enfoques para manejar este tipo de contextos, todos ellos realizan una unificación de la información multigranular en un único dominio de expresión. Este proceso hace que se produzca una pérdida de información lo que se traduce en falta de precisión en los resultados. Aquí presentaremos contextos lingüísticos multigranulares que llamaremos jerarquías lingüísticas que cumplen una serie de reglas y condiciones de forma que al trabajar sobre información lingüística multigranular valorada en estos contextos podremos unificarla en un único dominio de expresión sin pérdida de información. Para ello utilizaremos el modelado lingüístico basado en 2-tuplas.

Palabras clave: variables lingüísticas, preferencias lingüísticas, contextos lingüísticos multigranulares, jerarquías lingüísticas

1 Introducción

Los problemas presentan aspectos que pueden ser de distinta naturaleza. Cuando dichos aspectos son cuantitativos se valoran fácilmente mediante valores numéricos precisos. Sin embargo, cuando dichos aspectos son cualitativos no son fáciles de valorar con valores precisos. Un enfoque que se adapta mejor a la

hora de valorar los aspectos cualitativos es el enfoque lingüístico difuso [11] que utiliza variables lingüísticas, es decir, variables cuyos valores no son números sino palabras o frases en un lenguaje natural o artificial. Este enfoque ha sido utilizado con éxito por distintos autores.

En el enfoque lingüístico es muy importante determinar la "*granularidad de la incertidumbre*", es decir, la cardinalidad del conjunto de términos lingüísticos utilizado para expresar la información. Dependiendo del grado de incertidumbre que se posee sobre los distintos aspectos de un problema la valoración dada sobre éstos puede expresarse en conjuntos de términos lingüísticos con más o menos términos. En problemas en los que distintas fuentes de información dan sus valoraciones sobre un fenómeno puede ocurrir que cada una de ellas tenga distintos grados de incertidumbre, por lo que utilizarán conjuntos de etiquetas con distinta granularidad para expresar sus preferencias. Estos problemas se dice que están definidos en un contexto lingüístico multigranular [5, 6, 8].

Por otra parte, en los problemas en que se manejan preferencias de varias fuentes de información (expertos) o expresadas de acuerdo a diferentes criterios se sigue un esquema de resolución común compuesto por los siguientes procesos [10]:

1. *Proceso de Agregación.* Combina las valoraciones o preferencias para conseguir un valor colectivo de preferencia para cada alternativa.
2. *Proceso de Explotación.* Ordena los valores colectivos según un criterio determinado para obtener un conjunto solución de alternativas.

En este trabajo tratamos con problemas de manejo de preferencias dadas por varias fuentes de información y definidas sobre contextos lingüísticos multigranulares. Usualmente, para la resolución de este problema se sigue un proceso de agregación dividido en dos fases [5, 6, 8]:

- *Unificación de la información lingüística multi-granular* en un único dominio de expresión.
- *Combinación de la información uniforme.*

El mayor problema que presentan estos métodos es la pérdida de información que se produce durante el proceso de unificación que se traduce en una falta de precisión en los resultados finales.

Para abordar este problema vamos a presentar una serie de contextos lingüísticos multigranulares que denominaremos "*Jerarquías Lingüísticas*". Estas son construidas de acuerdo a un conjunto de reglas y condiciones, de forma que si se trabaja con información lingüística multigranular valorada sobre estos contextos podremos realizar el proceso de unificación de la información lingüística multigranular en un único dominio de expresión sin pérdida de información. Este proceso utilizará el modelado lingüístico basado en 2-tuplas [7, 9] que es el que nos permitirá realizar procesos de transformación entre dominios de expresión sin pérdida de información. Para ello presentaremos funciones de transformación entre niveles de una jerarquía lingüística.

Este trabajo se estructura como sigue: en la Sección 2 se hace un breve repaso al enfoque lingüístico difuso y al modelado lingüístico de preferencias basado en 2-tuplas, en la Sección 3 se presenta el concepto y reglas de construcción de una jerarquía lingüística, en la Sección 4 definimos las funciones de transformación de información sin pérdida de información entre distintos dominios de una jerarquía, en la Sección 5 presentaremos un ejemplo de funcionamiento de dichas funciones de transformación, finalmente apuntaremos algunos comentarios finales.

2 Enfoque Lingüístico Difuso

Como ya hemos comentado el enfoque lingüístico difuso representa información lingüística utilizando valores lingüísticos mediante variables lingüísticas [11].

Cuando trabajamos con información lingüística hay que seleccionar los descriptores lingüísticos adecuados y su semántica. Para llevar a cabo esta tarea, un aspecto importante a considerar es la "*granularidad de la incertidumbre*", es decir, la capacidad de discriminación entre distintos valores de información. Valores típicos de cardinalidad en los modelos lingüísticos son valores impares, tales como 7 ó 9, donde el término medio representa una valoración de "aproximadamente 0,5" y el resto de términos están distribuidos simétricamente a su alrededor. Una posibilidad es generar directamente el conjunto de términos considerando todos los términos distribuidos en una escala sobre la cuál se define un orden total. Un ejemplo de

un conjunto de 7 términos es:

$$S = \{s_0 : N, s_1 : VL, s_2 : L, s_3 : M, s_4 : H, s_5 : VH, s_6 : P\}$$

La semántica de los términos lingüísticos viene dada por números difusos definidos en el intervalo $[0, 1]$. Estos son valoraciones aproximadas, por lo que diferentes autores consideran que una función de pertenencia trapezoidal es lo suficientemente buena para capturar la vaguedad de los términos lingüísticos. Una representación trapezoidal se consigue con una 4-tupla (a, b, d, c) , donde b y d indican el intervalo donde la función de pertenencia vale 1, con a y c indicando los límites izquierdo y derecho de la función [1]. Un caso particular de este tipo de representación son las valoraciones lingüísticas cuya función sea triangular, es decir, $b = d$, entonces esta función de pertenencia triangular se representa como (a, b, c) . Otros autores usan representaciones no trapezoidales, por ejemplo, funciones gaussianas [2].

2.1 Modelado Lingüístico basado en 2-tuplas

El modelo de representación lingüístico basado en 2-tuplas [7, 9] se basa en el concepto de traslación simbólica. Sea $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos, y $\beta \in [0, g]$ un valor en el intervalo de granularidad de S .

Definición 1. *La Traslación Simbólica de un término lingüístico s_i es un número valorado en el intervalo $[-.5, .5]$ que expresa la "diferencia de información" entre una cantidad de información expresada por el valor $\beta \in [0, g]$ obtenido en una operación simbólica y el valor entero más próximo, $i \in \{0, \dots, g\}$, que indica el índice de la etiqueta lingüística (s_i) más cercana en S .*

A partir de este concepto desarrollaremos un nuevo modelo de representación para la información lingüística, el cuál usa como base de representación un par de valores o 2-tupla, (r_i, α_i) , donde $r_i \in S$ y $\alpha_i \in [-.5, .5]$

Este modelo de representación define un conjunto de funciones que facilitan las operaciones sobre 2-tuplas.

Definición 2. *Sea $s_i \in S$ un término lingüístico, su representación mediante una 2-tupla equivalente se obtiene mediante la función θ :*

$$\begin{aligned} \theta : S &\longrightarrow (S \times [-.5, .5]) \\ \theta(s_i) &= (s_i, 0) / s_i \in S. \end{aligned}$$

Definición 3. *Sea $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos y $\beta \in [0, g]$ un valor que representa el resultado de una operación simbólica, entonces la 2-tupla lingüística que expresa la información equiv-*

alente a β se obtiene usando la siguiente función:

$$\Delta : [0, g] \longrightarrow Sx[-.5, .5)$$

$$\Delta(\beta) = (s_i, \alpha), \text{ con } \begin{cases} s_i, & i = \text{round}(\beta) \\ \alpha = \beta - i, & \alpha \in [-.5, .5), \end{cases}$$

donde round es el operador usual de redondeo, s_i es la etiqueta con índice más cercano a β y α es el valor de la traslación simbólica.

Proposición 1. Sea $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos y (s_i, α) una 2-tupla lingüística. Existe la función Δ^{-1} , tal que, dada una 2-tupla (s_i, α) esta función devuelve su valor numérico equivalente $\beta \in [0, g]$.

Demostración.

Es trivial si consideramos la siguiente función.

$$\begin{aligned} \Delta^{-1} : Sx[-.5, .5) &\longrightarrow [0, g] \\ \Delta^{-1}(s_i, \alpha) &= i + \alpha = \beta. \end{aligned}$$

3 Jerarquías Lingüísticas

Las jerarquías lingüísticas se han utilizado en distintas áreas tales como Sistemas Basados en Reglas Difusas [3] y Modelos de Decisión [4]. En la misma línea en la que se introducen en [3] las variables lingüísticas jerarquizadas para el diseño de Sistemas Basados en Reglas Jerárquicas, a continuación vamos a presentar una estructura lingüística jerárquica que nos permite mejorar la precisión en los procesos de agregación de información multigranular.

Las *Jerarquías Lingüísticas* están compuestas por un conjunto de niveles, donde cada nivel es un conjunto de términos lingüísticos con distinta granularidad al resto de niveles de su jerarquía. Cada nivel de una jerarquía es notada como:

$$l(t, n(t))$$

siendo,

1. t es un número que indica el nivel de la jerarquía.
2. $n(t)$ es la granularidad del conjunto lingüístico del nivel t .

En este punto debemos señalar que en este trabajo vamos a tratar con conjuntos lingüísticos cuya función de pertenencia es triangular, simétrica y uniformemente distribuida. Además tienen un valor de granularidad impar de forma que la etiqueta central de dichos conjuntos lingüísticos representa el valor de indiferencia.

Los niveles dentro de una jerarquía están ordenados de acuerdo a su granularidad, es decir, para dos niveles sucesivos t y $t + 1$, $n(t + 1) > n(t)$. Esto propociona un refinamiento lingüístico del nivel anterior.

Como consecuencia de las definiciones anteriores podemos definir una jerarquía lingüística, LH , como la unión de todos los niveles t :

$$LH = \bigcup_t l(t, n(t))$$

A continuación vamos a desarrollar una metodología para construir jerarquías lingüísticas bajo ciertas reglas y condiciones.

3.1 Construcción de una Jerarquía Lingüística

Vamos a mostrar como construir una Jerarquía Lingüística, teniendo en cuenta que su orden jerárquico viene dado por el incremento de la granularidad de los conjuntos de términos lingüísticos en cada nivel.

Partimos de un conjunto de etiquetas S sobre el dominio U en el nivel t :

$$S = \{s_0, \dots, s_{n(t)-1}\}$$

Siendo s_k , ($k = 0, \dots, n(t) - 1$), términos lingüísticos del conjunto S .

Para construir una jerarquía lingüística extendemos la definición de S permitiendo la existencia de varios conjuntos de términos lingüísticos, cada uno con una granularidad distinta en cada nivel. Para esto añadimos el parámetro $n(t)$ a la definición de un conjunto de etiquetas, que representa la granularidad del conjunto del nivel t donde está definido:

$$S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$$

La metodología de construcción de una jerarquía lingüística cumple las siguientes reglas:

1. Conservar todos los puntos *modales* de las funciones de pertenencia de cada término lingüístico de un nivel al siguiente nivel de la jerarquía.
2. Hacer transiciones suaves entre niveles consecutivos. Teniendo como objetivo construir un nuevo conjunto S^{t+1} , añadiremos un nuevo término entre cada dos términos del conjunto del nivel t . Para realizar esta inserción reducimos el tamaño del soporte de las etiquetas para reservar espacio para la nueva, que se sitúa en el medio de ellas.

La Tabla 1 muestra la granularidad necesaria en cada conjunto lingüístico del nivel t dependiendo del valor $n(t)$ definido en el primer nivel (3 y 7 respectivamente).

	$L(t, n(t))$	$L(t, n(t))$
Nivel 1	$L(1, 3)$	$L(1, 7)$
Nivel 2	$L(2, 5)$	$L(2, 13)$
Nivel 3	$L(3, 9)$	

Tabla 1. Jerarquías Lingüísticas

Genéricamente podemos decir que el conjunto de términos del nivel $t + 1$ se obtiene de su predecesor como:

$$L(t, n(t)) \rightarrow L(t + 1, 2 \cdot n(t) - 1)$$

Ejemplos gráficos de las jeraquías lingüísticas de la Tabla 1 pueden verse en las figuras 1 y 2 respectivamente:

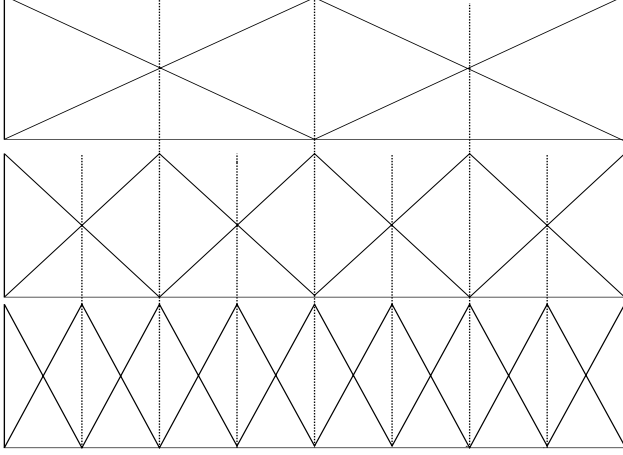


Figura 1: Jerarquía de 3,5 y 9 etiquetas

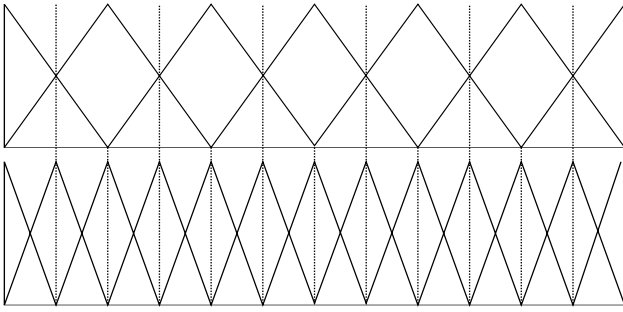


Figura 2: Jerarquía de 7 y 13 etiquetas

4 Funciones de transformación entre niveles de una jerarquía lingüística

A continuación vamos a construir funciones que nos permitan trasladar información lingüística de un conjunto de términos a otro sin pérdida de información. Para entender el modo de operar de estas funciones, en primer lugar definiremos transformaciones entre un nivel y su inmediato superior o inferior, y a continuación generalizaremos estas funciones para hacer transformaciones entre cualesquiera niveles de una jerarquía. Estas funciones utilizan el modelado lingüístico de preferencias basado en 2-tuplas.

Definición 4. Sea $LH = \bigcup_t l(t, n(t))$ una jerarquía lingüística cuyos conjuntos de términos notaremos

como $S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$. La función de transformación de un término del nivel t a uno del nivel $t+1$ se define como:

$$TF_{t+1}^t : l(t, n(t)) \longrightarrow l(t + 1, n(t + 1))$$

$$TF_{t+1}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t + 1) - 1)}{n(t) - 1}\right)$$

Definición 5. Sea $LH = \bigcup_t l(t, n(t))$ una jerarquía lingüística cuyos conjuntos de términos notaremos como $S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$. La función de transformación de un término del nivel t a uno del nivel $t-1$ se define como:

$$TF_{t-1}^t : l(t, n(t)) \longrightarrow l(t - 1, n(t - 1))$$

$$TF_{t-1}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t - 1) - 1)}{n(t) - 1}\right)$$

Estudiando la definiciones 4 y 5 vemos que puede construirse una función que permita transformaciones entre términos de niveles no consecutivos. Esta generalización se puede llevar a cabo mediante una función recursiva que se basa en las 2 funciones anteriores.

Definición 6. Sea $LH = \bigcup_t l(t, n(t))$ una jerarquía lingüística cuyos conjuntos de términos notaremos como $S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$. La función recursiva de transformación de un término del nivel t a uno del nivel $t'=t+a$ con $a \in \mathbb{Z}$ se define como:

$$TF_{t'}^t : l(t, n(t)) \longrightarrow l(t', n(t'))$$

Si $|a| > 1$ entonces

$$TF_{t'}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) = TF_{t'}^{t+\frac{t-t'}{|t-t'|}}(TF_{t+\frac{t-t'}{|t-t'|}}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}))$$

Si $|a| = 1$ entonces

$$TF_{t'}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) = TF_{t+\frac{t-t'}{|t-t'|}}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)})$$

Claramente esta función recursiva se puede definir no recursivamente como sigue:

$$TF_{t'}^t : l(t, n(t)) \longrightarrow l(t', n(t'))$$

$$TF_{t'}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) = \Delta^{-1}\left(\frac{\Delta(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t') - 1)}{n(t) - 1}\right)$$

Proposición 2. La función de transformación de términos entre distintos niveles de una jerarquía es idempotente:

$$TF_{t'}^{t'}(TF_{t'}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)})) = (s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)})$$

Demostración

$$TF_t^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t) - 1)}{n(t) - 1}\right),$$

por tanto,

$$\begin{aligned} TF_t^{t'}\left(\Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t) - 1)}{n(t) - 1}\right)\right) &= \\ = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}\left(\Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t) - 1)}{n(t) - 1}\right)\right) \cdot (n(t) - 1)}{n(t) - 1}\right) &= \\ = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t) - 1) \cdot (n(t) - 1)}{(n(t) - 1) \cdot (n(t) - 1)}\right) &= \\ = (s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) & \end{aligned}$$

Este resultado nos garantiza la transformación sin pérdida de información.

5 Ejemplo

Vamos a mostrar un ejemplo de como actúa las funciones de transformación sobre la jerarquía, $LH = \bigcup_t l(1, 3)$. Sus conjuntos de etiquetas serán los siguientes:

$$\begin{aligned} l(1, 3) & \{s_0^3, s_1^3, s_2^3\} \\ l(2, 5) & \{s_0^5, s_1^5, s_2^5, s_3^5, s_4^5\} \\ l(3, 9) & \{s_0^9, s_1^9, s_2^9, s_3^9, s_4^9, s_5^9, s_6^9, s_7^9, s_8^9\} \end{aligned}$$

Las transformaciones entre etiquetas de estos conjuntos se efectúan como indicamos a continuación:

$$TF_1^3(s_5^9, 0) = \Delta^{-1}\left(\frac{\Delta(s_5^9, 0) \cdot (3 - 1)}{9 - 1}\right) = \Delta^{-1}(1, 25) = (s_1^3, .25)$$

$$TF_3^1(s_1^3, .25) = \Delta^{-1}\left(\frac{\Delta(s_1^3, .25) \cdot (8 - 1)}{3 - 1}\right) = \Delta^{-1}(5) = (s_5^9, 0)$$

$$TF_2^3(s_5^9, 0) = \Delta^{-1}\left(\frac{\Delta(s_5^9, 0) \cdot (5 - 1)}{9 - 1}\right) = \Delta^{-1}(2.5) = (s_5^5, -.5)$$

$$TF_1^2(s_3^5, -.5) = \Delta^{-1}\left(\frac{\Delta(s_3^5, -.5) \cdot (3 - 1)}{5 - 1}\right) = \Delta^{-1}(1.25) = (s_1^3, .25)$$

6 Comentarios Finales

En este trabajo hemos introducido una propuesta de construcción de contextos lingüísticos multigranulares denominados *Jerarquías Lingüísticas*, de forma que unificar información definida en estos contextos se puede llevar a cabo sin pérdida de información alguna.

Finalmente indicar que las jerarquías lingüísticas se pueden integrar en el diseño de modelos de decisión con información lingüística multigranular.

Referencias

- [1] P.P. Bonissone and K.S. Decker, Selecting Uncertainty Calculi and Granularity: An Experiment in Trading-off Precision and Complexity, en: L.H. Kanal and J.F. Lemmer, Eds., *Uncertainty in Artificial Intelligence* (North-Holland, 1986) 217-247.
- [2] G. Bordogna and G. Passi, A Fuzzy Linguistic Approach Generalizing Boolean Information Retrieval: A Model and Its Evaluation, *J. of the American Society for Information Science* **44** (1993) 70-82.
- [3] O. Cordón, F. Herrera, I. Zwir, Hierarchical Knowledge Bases for Fuzzy Rule-Based Systems, in *Proc. IPMU2000 Conference*, Madrid (2000).
- [4] M. Delgado, J.L. Verdegay, M.A. Vila, Linguistic Decision Making Models, *Int. J. of Intelligent Systems* **7** (1992) 479-492.
- [5] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, L. Martínez, Un problema de Selección para Problemas de Decisión con Múltiples Expertos e Información Lingüística Multi-Granular, *Actas del VIII Congreso ESTYLE*, Pamplona, (1998) 333-338.
- [6] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, L. Martínez, A Fusion Approach for Managing Multi-Granularity Linguistic Terms Sets in Decision Making, *Fuzzy Sets and Systems* (2000) Por aparecer.
- [7] F. Herrera and L. Martínez, A 2-tuple Fuzzy Linguistic Representation Model for Computing with Words, Dept. Computer Sciences and A.I., Granada University, Technical Report#DECSAI-990102, (1999)
- [8] F. Herrera and L. Martínez, A Fusion Method for Multi-Granularity Linguistic Information based on the 2-tuple Fuzzy Linguistic Representation Model, Dept. Computer Sciences and A.I., Granada University, Technical Report#DECSAI-990107, 1999. (<http://decsai.ugr.es/~herrera/public.html>)
- [9] F. Herrera and L. Martínez, A 2-tuple Fuzzy Linguistic Representation Model based on a Symbolic Translation, In *Proc. EUROFUSE-SIC'99 Conference*, Budapest (1999) 25-28.
- [10] Roubens M., Fuzzy Sets and Decision Analysis, *Fuzzy Sets and Systems* **90** (1997) 199-206.
- [11] L. A. Zadeh, The Concept of a Linguistic Variable and Its Applications to Approximate Reasoning. Part I, *Information Sciences* **8** (1975) 199-249, Part II, *Information Sciences* **8** (1975) 301-357, Part III, *Information Sciences* **9** (1975) 43-80.