

Modelo de consenso basado en estructuras de decisión dinámicas

Luis Escobar-Ramírez¹, Pedro J. Sánchez², Luis Martínez²

¹Departamento de Informática y Computación. Universidad Tecnológica Metropolitana. Chile, luisescobarramirez@gmail.com

²Departamento de Informática. Universidad de Jaén. España, {pedroj,luis.martinez}@ujaen.es

Resumen

Los problemas de Toma de Decisiones en Grupo vienen definidos por la participación de múltiples expertos que aportan sus opiniones para encontrar en común la mejor solución a un problema compuesto por un conjunto de alternativas. Una posibilidad, en este tipo de problemas, es establecer un proceso de consenso donde los diferentes expertos acercarán sus posturas antes de alcanzar una solución. Así el proceso de consenso se llevará a cabo mediante una serie de rondas, con el objeto de que los expertos puedan cambiar sus preferencias y así acercar sus opiniones. En ocasiones, puede darse el caso que alguno de los expertos no pudiera participar en alguna ronda o que se incorporasen nuevos expertos al proceso una vez iniciado. En estos casos es necesario establecer algún mecanismo donde las opiniones de los expertos, que no participan en todas las rondas del proceso de consenso, puedan ser recordadas, lo que nos llevará a proponer un modelo de consenso que utilice estructuras de decisión dinámicas que nos permitirá almacenar la información de las diferentes rondas en el proceso de consenso. En esta contribución se presentarán las modificaciones que tendrán que realizarse a un modelo de consenso clásico para dotarle de un carácter dinámico.

Palabras Clave: Toma de decisión en grupo, consenso, información dinámica

1 Introducción

En los problemas de Toma de Decisión en Grupo (TDG) se selecciona la mejor solución a un problema compuesto por un conjunto de alternativas por parte de un grupo de dife-

rentes expertos aunando sus opiniones [5]. Para ello, los expertos valorarán las diferentes alternativas que pueden ser la solución del problema [4]. Clásicamente, en los problemas de TDG la solución se alcanza después de un proceso de selección entre las diferentes alternativas que componen el problema. Este proceso de selección ocasiona que en la solución alcanzada se considere la opinión mayoritaria de los expertos participantes, por lo que las opiniones de los expertos más alejados de la solución no serán tenidas en cuenta. Esto puede hacer que algunos expertos consideren que sus opiniones no han sido suficientemente atendidas y por tanto pueden rechazar la solución [1]. Para intentar solucionar este tipo de situaciones surgen los procesos de consenso [10], en los que los expertos acercarán sus opiniones para alcanzar un nivel de acuerdo mayor antes de tomar la decisión final del problema mediante la discusión.

Clásicamente, en los problemas de TDG en los que se establecen procesos de consenso, el número de expertos que participan en las diferentes rondas de discusión es el mismo. Sin embargo, pueden darse situaciones en los que algunos expertos no puedan participar en alguna de las rondas del proceso de consenso, siendo deseable que sus opiniones sean tenidas en cuenta en la solución final del problema. También pueden darse procesos de consenso donde el número de participantes sea muy elevado gracias al aumento de la importancia de las redes sociales o la e-democracia [7], en estos problemas podemos encontrarnos con una participación variable en las diferentes rondas de consenso pero es importante que todos los posibles participantes puedan aportar sus opiniones de la forma más flexible posible.

Los modelos clásicos de los procesos de consenso no serán aplicables para poder garantizar que todas las opiniones sean tenidas en cuenta en la obtención de la solución final y por tanto deberemos buscar alternativas para poder recordar esas opiniones mediante estructuras de decisión dinámicas [2] que nos evitan la necesidad de recordar todas las opiniones que han dado los expertos en las diferentes rondas del proceso de consenso. En esta contribución se propondrá un modelo de consenso basado en estructuras de decisión dinámicas y para ello partiremos de un mode-

lo clásico [10] donde incluiremos las estructuras de decisión dinámicas [2] en la fase donde se establece el grado de consenso así como en la fase donde el moderador indicará las recomendaciones que realizará a los expertos para que acerquen sus posturas.

El trabajo se estructura como sigue: en la Sección 2 se introducen los preliminares necesarios para entender nuestra propuesta. En la Sección 3 se presenta la propuesta de nuestro modelo de consenso para trabajar con estructuras de decisión dinámicas. Por último en la Sección 4 se recogerán los comentarios finales.

2 Preliminares

En esta sección revisaremos los conceptos básicos sobre los problemas de TDG, los Procesos de Consenso y, para terminar, el marco de decisión dinámico multicriterio propuesto en [2] donde se presenta las estructuras de decisión dinámica que utilizaremos en nuestra propuesta.

2.1 Toma de Decisión en Grupo

La TDG se caracteriza por la participación de varios decisores o expertos que tienen que tomar una decisión conjunta, de cara a la solución de un problema. Un proceso de toma de decisión en el que participan diferentes expertos, cada uno de ellos aportando sus valoraciones, dará como resultado, en ciertos contextos, una decisión mejor que la que pudiera aportar un único experto [5].

Formalmente, un problema de TDG se caracteriza por [4]:

- La existencia de un problema a resolver.
- Un conjunto $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, ($n \geq 2$), de *alternativas* o posibles soluciones entre las que escoger.
- Un conjunto $E = \{e_1, \dots, e_m\}$, ($m \geq 2$), de decisores o *expertos* que aportan sus valoraciones o preferencias sobre el conjunto de alternativas.

Los expertos utilizan alguna estructura de preferencia para expresar sus opiniones de las alternativas. Una de las estructuras de preferencia más utilizadas en problemas de TDG bajo incertidumbre es la *relación de preferencia difusa* [3, 4, 6]. Una relación de preferencia difusa P_i del experto e_i se caracteriza por una función de preferencia: $\mu_{P_i} : X \times X \rightarrow [0, 1]$, cuya representación para el conjunto de alternativas es una matriz de dimensión $n \times n$:

$$P_i = \begin{pmatrix} p_{i^{11}} & \dots & p_{i^{1n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{i^{n1}} & \dots & p_{i^{nn}} \end{pmatrix} \quad (1)$$

donde cada valoración $p_{i^{lk}} = \mu_{P_i}(x_l, x_k)$ representa el grado de preferencia de la alternativa x_l sobre x_k según el experto

e_i , de forma que $p_{i^{lk}} > 0.5$ indica la preferencia de x_l sobre x_k , $p_{i^{lk}} < 0.5$ indica la preferencia de x_k sobre x_l , y $p_{i^{lk}} = 0.5$ indica la indiferencia entre x_l y x_k .

Clásicamente, el proceso de selección de alternativas para resolver un problema de TDG se compone de dos fases [9] (ver Figura 1):

1. *Fase de Agregación*: Se combinan las preferencias de los expertos.
2. *Fase de Explotación*: Se obtiene una alternativa o conjunto de alternativas que den solución al problema de toma de decisión.

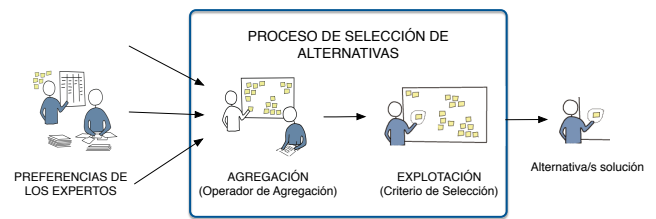


Figura 1: Proceso clásico para la resolución de problemas de TDG

2.2 Proceso de Consenso

Cuando se aplica el proceso de selección de alternativas en un problema de TDG, puede ocurrir que uno o varios expertos sientan que sus opiniones no han sido tenida en cuenta para alcanzar la solución, lo que puede implicar que no estén de acuerdo con la misma. Dado que existen situaciones en las que es necesario un alto nivel de acuerdo entre los expertos participantes, surge la necesidad de aplicar un *proceso de consenso*, añadiéndose así una nueva fase al proceso de TDG con el objetivo de que los expertos lleguen a un alto nivel de acuerdo antes de tomar la decisión.

El consenso puede definirse como el acuerdo producido por consentimiento mutuo entre todos los miembros de un grupo o entre varios grupos [1, 10]. Se trata de un proceso dinámico e iterativo, coordinado por una figura humana conocida como moderador, encargada de supervisar y guiar a los expertos durante dicho proceso. La Figura 2 muestra un esquema general del proceso de consenso, cuyas principales fases son [6]:

1. *Expresión y Recopilación de preferencias*: Cada experto e_i proporciona sus preferencias sobre el conjunto de alternativas X (ej. mediante una relación de preferencia difusa P_i).
2. *Determinar el grado de consenso*: El moderador calcula el nivel de acuerdo alcanzado en el grupo, cr , como un valor en el intervalo $[0, 1]$ (donde un valor de

1 indica acuerdo unánime de todos los expertos sobre todas las alternativas). Para ello, se utilizan medidas de consenso, normalmente basadas en diferencias de similitud y operadores de agregación [4, 6].

3. *Control de consenso*: Se compara cr con un valor umbral de consenso mínimo deseado, $\gamma \in [0, 1]$, establecido a priori por el moderador. Si $cr > \gamma$, se ha alcanzado el consenso y se pasa al proceso de selección; en caso contrario, se procede a la siguiente fase de discusión.
4. *Generación de recomendaciones*: El moderador calcula la preferencia colectiva del grupo, P_c , mediante la agregación de las preferencias individuales de los expertos. En base a P_c , se identifican a aquellos expertos e_i , y valoraciones p_i^{lk} que se encuentran más alejados del consenso, y recomienda a dichos expertos su modificación (aumentar o disminuir el valor de la valoración), para aumentar el grado de acuerdo alcanzado en la siguiente ronda. Cada recomendación de cambio generada consiste en una terna $(e_i, (x_l, x_k), Dirección)$, que indica que el experto e_i , debe modificar la preferencia p_i^{lk} , en la dirección dada por *Dirección* $\in \{Aumentar, Disminuir\}$.

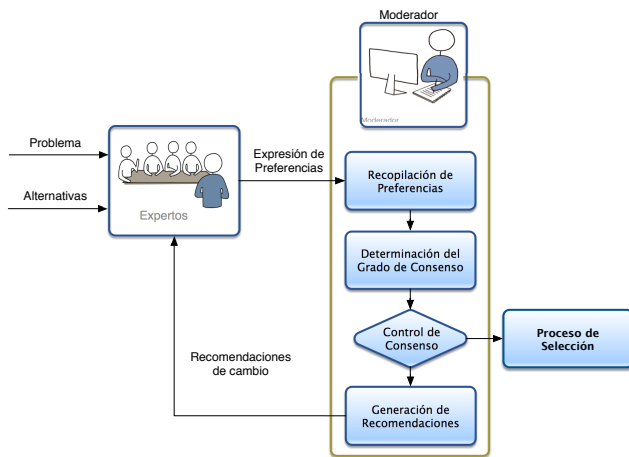


Figura 2: Proceso clásico para la resolución de problemas de TDG

El proceso de consenso normalmente implica la necesidad de que los expertos revisen y modifiquen sus opiniones, en base a las recomendaciones recibidas, con el objeto de acercarlas a las del resto del grupo. No obstante, en procesos de consenso puede darse que alguno de los expertos que participan en la misma no estén disponibles para la ronda en curso o que se añadan expertos una vez iniciadas las rondas. Por tanto el esquema general presentado en la Figura 2 tendrá que adaptarse en alguna de sus fases para añadir estructuras dinámicas que nos permita gestionar esta eventualidad. En la Sección 3 se presentarán en detalle las di-

ferentes fases de nuestro modelo de consenso basado en estructuras de decisión dinámicas.

2.3 Marco de Decisión Dinámico Multicriterio

En un problema de toma de decisión dinámico multicriterio [2] se define un número positivo discreto de periodos de decisión $T = \{1, 2, \dots\}$, siendo A_t el conjunto de alternativas disponibles en el momento $t \in T$. En cada periodo de tiempo t , para cada alternativa disponible $a \in A_t$, una puntuación no dinámica es calculada $R_t(a) \in [0, 1]$, utilizando un operador de agregación $Agg_1 : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ que combina las valoraciones del conjunto de criterios $C_t = \{c_1, \dots, c_n\}$ expresadas en el intervalo unidad.

La información involucrada en el problema de decisión sobre el conjunto de alternativas a lo largo del tiempo es llevada a cabo a través de una iteración entre el periodo actual y el histórico de los periodos previos que es definido como: $H_0 = \emptyset$; $H_t = \bigcup_{t' < t} A_{t'}$; $t, t' \in T$.

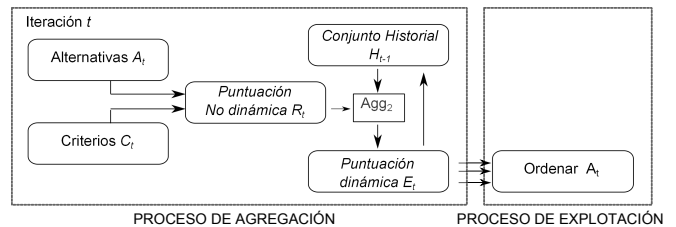


Figura 3: Marco de decisión dinámico multicriterio

La naturaleza dinámica del proceso de decisión (ver Figura 3) es soportada por una función de evaluación $E_t(a)$ que es definida para cada $t \in T$ como: $E_t(a) : H_t \rightarrow [0, 1]$.

$$E_t(a) = \begin{cases} R_t(a), & a \in A_t \setminus H_{t-1} \\ Agg_2(E_{t-1}(a), R_t(a)), & a \in A_t \cap H_{t-1} \\ E_{t-1}(a), & a \in H_{t-1} \setminus A_t \end{cases} \quad (2)$$

Definiéndose $Agg_2 : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ como un operador de agregación asociativo que puede aplicar diferentes tipos de refuerzo para el conjunto de alternativas, considerando la actitud en el proceso de toma de decisión (ver [8]). Así, pueden utilizarse como operadores de agregación aquellos que están basados en t-normas y t-conormas [11], ya que cumplen la propiedad asociativa, cumpliendo también la propiedad de compensación [12]:

$$\min(x_1, \dots, x_m) \leq Agg_2(x_1, \dots, x_m) \leq \max(x_1, \dots, x_m)$$

3 Modelo de Consenso Basado en Estructuras Dinámicas

En esta sección se presentará el modelo de consenso basado en estructuras dinámicas que estará compuesto por las siguientes fases, basadas en un proceso de consenso clásico [10]:

1. Recopilación de preferencias.
2. Determinación del grado de consenso.
3. Control del consenso.
4. Generación de recomendaciones.

A continuación, se describirá con mayor detalle aquellas que dotan de carácter dinámico al proceso de consenso.

3.1 Recopilación de preferencias

Los expertos que participan en una de las rondas del proceso de consenso deberán expresar sus preferencias sobre las alternativas del problema mediante una relación de preferencia difusa. Una definición formal sería como sigue: sea $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, ($n \geq 2$) el conjunto finito de alternativas sobre las que un conjunto $E = \{e_1, \dots, e_m\}$, ($m \geq 2$) de expertos deberán proporcionar sus valoraciones. Cada experto e_i dará su opinión sobre X por medio de una relación de preferencia difusa $P_i : X \times X \rightarrow [0, 1]$ que estará caracterizada por una función de pertenencia $\mu_{P_i} : X \times X \rightarrow [0, 1]$, cuya representación ya ha sido presentada en la ecuación 1.

La particularidad de nuestro modelo es que el conjunto E de expertos no será el mismo para las diferentes rondas del proceso de consenso, pudiendo participar diferentes expertos en cada una de las rondas del proceso.

3.2 Determinación del grado de consenso

Una vez que los expertos participantes en la ronda t del proceso de consenso han suministrado sus preferencias debemos determinar el grado de consenso cr que posteriormente será utilizado para saber si hemos concluido con las rondas de consenso. Este proceso estará compuesto por los siguientes pasos (ver Figura 4):

1. *Cálculo de las matrices de similaridad entre expertos $SM_{i,j}$* : Para cada par de expertos, (e_i, e_j) deberemos calcular cómo de próximas están sus opiniones mediante la matriz de similaridad $SM_{i,j}$. Para ello utilizaremos alguna función de similaridad como las presentadas en [4, 6] para las preferencias suministradas por los expertos e_i (P_i) y e_j (P_j) para cada par de alternativas (x_i, x_k) presentes en el problema de decisión.

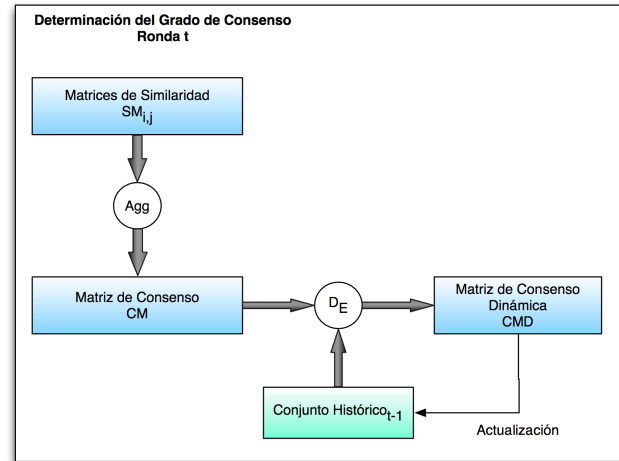


Figura 4: Cálculo de la matriz de consenso dinámica

2. *Cálculo de la matriz de consenso no dinámica CM* : Una vez que tenemos calculadas todas las matrices de similaridad pasaremos a calcular la matriz de consenso no dinámica para la ronda t . Esta matriz computará el grado de acuerdo que existe en esta ronda entre los expertos que han participado en la misma. Para ello utilizaremos algún operador de agregación, Agg , como los presentado en [4, 6] y que tendrá como resultado la matriz de consenso no dinámica CM .
3. *Cálculo de la matriz de consenso dinámica CMD* : Como los expertos que participan en una ronda de consenso puede que no participen en la siguiente hay que utilizar estructuras dinámicas que nos permitan recordar las opiniones que éstos dieron en rondas anteriores. Para ello se utilizará un operador de agregación D_E , siendo adecuado el uso de una t-norma o t-conorma [11], ya que cumplen la propiedad asociativa.

La ventaja de los operadores de agregación asociativos es que no será necesario recordar toda la información de las rondas previas y por tanto tan solo necesitaremos almacenar la información de la ronda anterior $t - 1$.

$$CMD_t = \begin{cases} CM_t & t = 1 \\ D_E(CMD_{t-1}, CM_t) & t > 1 \end{cases} \quad (3)$$

Cuando ya tenemos la matriz de consenso dinámica para la ronda t podemos obtener el valor de consenso cr mediante un operador de agregación como se muestra en [4, 6]

3.3 Control del consenso

En esta fase se estudia si se ha alcanzado el suficiente grado de consenso para dar por finalizado el proceso de consenso

y pasar a la selección de la alternativa o conjunto de alternativas que será la solución al problema de decisión. Para ello se comparará el grado de consenso, cr , con el valor mínimo de consenso que ha sido fijado con anterioridad al inicio de las rondas de consenso, γ , y habrá finalizado la discusión si $cr \geq \gamma$.

3.4 Generación de recomendaciones

Si no se ha alcanzado el nivel de consenso deseado el moderador deberá establecer las recomendaciones para los expertos que han participado en la ronda de consenso. Para ello deberemos calcular la matriz de preferencia colectiva dinámica como se muestra en la Figura 5. Para ello seguiremos los siguientes pasos:

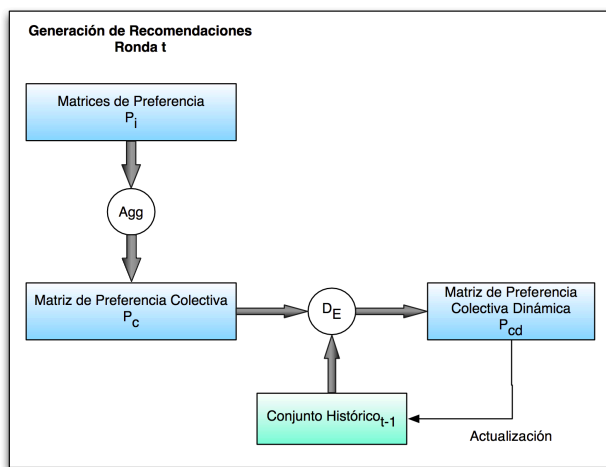


Figura 5: Cálculo de la matriz de preferencia colectiva dinámica

1. *Cálculo de la matriz de preferencia colectiva no dinámica P_c* : Para que el moderador sea capaz de determinar que expertos están más alejados en relación al colectivo se deberá calcular la matriz de preferencia colectiva para los expertos que han participado en la ronda t del proceso de consenso. Para ello utilizaremos algún operador de agregación Agg como los presentados en [6].
2. *Cálculo de la matriz de preferencia colectiva dinámica P_{cd}* : Una vez calculada la matriz anterior deberemos añadir las preferencias que tenemos en el histórico de expertos que no hayan participado en la ronda de consenso actual. Para ello se utilizará un operador de agregación D_E , siendo adecuado el uso de una t-norma o t-conorma [11], ya que cumplen la propiedad asociativa. De esta forma la matriz de preferencia colectiva dinámica P_{cdt} para la ronda t se calculará como sigue:

$$P_{cdt} = \begin{cases} P_{ct} & t = 1 \\ D_E(P_{cdt}, P_{ct}) & t > 1 \end{cases} \quad (4)$$

En este punto el moderador ya tiene la información necesaria para identificar aquellos expertos e_i que han participado en la ronda t y cuyas valoraciones p_i^{lk} que se encuentran más alejados del consenso y puede proceder a realizar las recomendaciones (aumentar o disminuir) como en el modelo clásico presentado en la Figura 2.

4 Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto un modelo de consenso basado en estructuras de decisión dinámicas que permite tener presente las opiniones de los expertos que participan el proceso de consenso aunque no puedan participar en todas las rondas del mismo, además también el modelo permite la incorporación de nuevos expertos una vez iniciado el proceso de consenso. Para ello se utilizan estructuras dinámicas que almacenarán las opiniones de los expertos a lo largo del tiempo mediante t-normas y t-conormas, que cumplen con la propiedad asociativa, como operadores de agregación por lo que no será necesario recordar todas las valoraciones que han proporcionado los expertos a lo largo del proceso de consenso.

Agradecimientos

Este artículo ha sido realizado con la ayuda del proyecto TIN2012-31263.

Referencias

- [1] C. Butler and A. Rothstein. *On Conflict and Consensus: A Handbook on Formal Consensus Decision Making*. Takoma Park, 2006.
- [2] G. Campanella and R.A. Ribeiro. A framework for dynamic multiple-criteria decision making. *Decision Support Systems*, 52(1):52–60, 2011.
- [3] E. Herrera-Viedma, F. Herrera, and F. Chiclana. A consensus model for multiperson decision making with different preference structures. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 32(3):394–402, 2002.
- [4] J. Kacprzk. Group decision making with a fuzzy linguistic majority. *Fuzzy Sets and Systems*, 18(2):105–118, 1986.
- [5] J. Liu, G. Zhang, and F. Wu D. Ruan. *Multi-Objective Group Decision Making*. Imperial College Press, 2006.

- [6] F. Mata, L. Martínez, and E. Herrera-Viedma. An adaptative consensus support model for group decision making problems in a multigranular fuzzy linguistic context. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(2):279–290, 2009.
- [7] I. Palomates, L. Martínez, and F. Herrera. A consensus model to detect and manage non-cooperative behaviors in large scale group decision making. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, page In Press. DOI:10.1109/TFUZZ.2013.2262769.
- [8] R.A. Ribeiro, T.C. Pais, and L.F. Simoes. Benefits of full-reinforcement operators for spacecraft target landing. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 257:353–367, 2010.
- [9] M. Roubens. Fuzzy sets and decision analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 90:199–206, 1997.
- [10] S. Saint and J.R. Lawson. *Rules for Reaching Consensus. A Modern Approach to Decision Making*. Jossey-Bass, San Francisco, 1994.
- [11] Ronald R. Yager and Alexander Rybalov. Uniform aggregation operators. *Fuzzy Sets and Systems*, 80(1):37–51, 1996.
- [12] H.J Zimmermann and P Zysno. Latent connectives in human decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 4(1):37 – 51, 1980.