

UNIVERSIDAD DE JAÉN

Escuela Politécnica Superior de Jaén
Departamento de Informática



NUEVOS MODELOS DE EVALUACIÓN SENSORIAL CON
INFORMACIÓN LINGÜÍSTICA

MEMORIA DE TESIS PRESENTADA POR

Macarena Espinilla Estévez

COMO REQUISITO PARA
OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
EN INFORMÁTICA

Jaén

Febrero de 2009

UNIVERSIDAD DE JAÉN

Escuela Politécnica Superior de Jaén

Departamento de Informática



NUEVOS MODELOS DE EVALUACIÓN SENSORIAL CON
INFORMACIÓN LINGÜÍSTICA

MEMORIA DE TESIS PRESENTADA POR

Macarena Espinilla Estévez

PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN INFORMÁTICA

DIRECTORES

DR. LUIS MARTÍNEZ LÓPEZ

DR. JUN LIU

Jaén

Febrero de 2009

La memoria de tesis titulada **Nuevos Modelos de Evaluación Sensorial con Información Lingüística**, que presenta **D^a Macarena Espinilla Estévez** para optar al grado de Doctor en Informática, ha sido realizada en el **Departamento de Informática** de la Universidad de Jaén bajo la dirección de los doctores **Luis Martínez López** y **Jun Liu**.

Macarena Espinilla Estévez
Doctorando

Dr. Luis Martínez López
Director

Dr. Jun Liu
Director

Los sueños de ayer son las esperanzas de hoy y pueden convertirse en realidad mañana. Gracias a todos los que me habéis ayudado a alcanzar este sueño porque sin vosotros no lo hubiera conseguido.

Índice General

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	3
1.3. Estructura de la Memoria	4
2. Evaluación Sensorial	7
2.1. Toma de Decisiones y Evaluación	8
2.1.1. Toma de Decisión	9
2.1.1.1. Clasificación de los Problemas de Toma de Decisiones .	10
2.1.1.2. Modelado de Preferencias en Toma de Decisión	17
2.1.1.3. Procesos de Resolución de Problemas de Toma de	
Decisiones	22
2.1.2. Análisis de Decisión y Procesos de Evaluación	22
2.2. Evaluación Sensorial	25
2.2.1. Los Sentidos como Herramienta de Análisis	26
2.2.2. Factores que Influyen en la Evaluación Sensorial	28
2.2.3. Los Jueces en Evaluación Sensorial	30
2.2.3.1. Juez Analítico	30
2.2.3.2. Juez Afectivo	32

2.2.4.	Escalas Sensoriales	33
2.2.4.1.	Características de la Escalas Sensoriales	33
2.2.4.2.	Clasificación de Escalas Sensoriales	34
2.2.5.	Pruebas Sensoriales	37
2.2.5.1.	Pruebas Analíticas	38
2.2.5.2.	Pruebas Afectivas	47
3.	Modelado Lingüístico Difuso	51
3.1.	Nociones y Conceptos Básicos de la Teoría de Conjuntos Difusos	52
3.1.1.	Conjuntos Difusos y Funciones de Pertenencia	53
3.1.2.	Definiciones Básicas Relacionadas con Conjuntos Difusos	55
3.2.	El Enfoque Lingüístico Difuso	56
3.2.1.	Elección de una Adecuada Sintaxis del Conjunto de Términos Lingüísticos	59
3.2.2.	Semántica del Conjunto de Términos Lingüísticos	63
3.2.3.	Computación con Palabras	65
3.2.4.	Modelo de Representación Lingüístico Basado en 2-tuplas	67
4.	Nuevo Modelo de Evaluación Sensorial con Múltiples Escalas Lingüísticas	71
4.1.	Modelo Básico de Evaluación Sensorial con Información Lingüística . . .	73
4.1.1.	Marco de Evaluación	74
4.1.2.	Recopilación de la Información	75
4.1.3.	Valoración de los Objetos	75
4.2.	Enfoques para Manejar Múltiples Escalas Lingüísticas	76
4.2.1.	Enfoque para Manejar Información Lingüística Multigranular . . .	79

4.2.2. Un Nuevo Enfoque para Manejar Información Lingüística Multi-granular	82
4.2.3. Jerarquías Lingüísticas	85
4.2.4. Árbol Jerárquico	89
4.2.5. Análisis Comparativo	92
4.3. Jerarquías Lingüísticas Ampliadas	94
4.3.1. A) Marco de Trabajo	95
4.3.2. B) Proceso de Unificación	100
4.3.3. C) Proceso Computacional	101
4.3.4. Análisis de las Jerarquías Lingüísticas Ampliadas	102
4.4. Modelo de Evaluación Sensorial con Múltiples Escalas Basado en Jerarquías Lingüísticas Ampliadas	103
4.4.1. Marco de Evaluación	105
4.4.2. Recopilación de la Información	107
4.4.3. Valoración de los Objetos	109
4.4.3.1. Unificación de la Información Multigranular	109
4.4.3.2. Agregación de la Información	110
5. Nuevo Modelo de Evaluación Sensorial con Escalas Lingüísticas No Balanceadas	113
5.1. Enfoque para Manejar Escalas Lingüísticas No Balanceadas	114
5.1.1. Modelado de la Información Lingüística No Balanceada	115
5.1.1.1. Representación Usando un Nivel de la Jerarquía Lingüística	116
5.1.1.2. Representación Usando Dos Niveles de la Jerarquía Lingüística	117

5.1.2.	Modelo de Computación	122
5.2.	Modelo de Evaluación Sensorial con Escalas Lingüísticas No Balanceadas	124
5.2.1.	Marco de Evaluación	126
5.2.2.	Recopilación de la Información	128
5.2.3.	Valoración de los Objetos	129
5.2.3.1.	Unificación de la Información	129
5.2.3.2.	Agregación de la Información	130
5.3.	Evaluación Sensorial del Aceite de Oliva	131
5.4.	Aplicación del Modelo al Proceso de Evaluación Sensorial del Aceite de Oliva	136
5.4.1.	Marco de Evaluación	137
5.4.2.	Recopilación de la Información.	140
5.4.3.	Valoración de los Objetos.	140
5.4.3.1.	Unificación de la Información	141
5.4.3.2.	Agregación de la Información	141
6.	Prototipo Software de Modelos de Evaluación Sensorial con Escalas Lingüísticas	143
6.1.	Arquitectura de <i>MESEL</i>	143
6.2.	Lenguajes de Programación	144
6.3.	Usuarios de <i>MESEL</i>	147
6.4.	Funcionalidad de <i>MESEL</i>	148
6.4.1.	Funcionalidad Administrador	149
6.4.1.1.	Crear Evaluador	149
6.4.1.2.	Consultar Evaluador	149
6.4.1.3.	Añadir Producto	151

6.4.1.4.	Consultar Productos	153
6.4.1.5.	Crear Evaluaciones	153
6.4.1.6.	Consultar Evaluaciones	154
6.4.2.	Funcionalidad Evaluador	156
6.4.2.1.	Completar Evaluación	156
6.4.2.2.	Modificar Datos Personales	156
7.	Conclusiones y Trabajos Futuros	159
A.	English Summary	165
English Summary		165
A.1.	Motivation	165
A.2.	Objectives	166
A.3.	Contents	168
A.4.	Sensory Evaluation Model with Multiple Linguistic Scales	170
A.4.1.	Evaluation Framework	203
A.4.2.	Gathering Information	205
A.4.3.	Rating Objects	205
A.5.	Sensory Evaluation Model with Unbalanced Linguistic Scales	209
A.6.	Software Prototype	228
A.6.1.	Functionality Manager	228
A.6.2.	Functionality Expert	234
A.7.	Conclusions and Future Works	236
A.7.1.	Conclusions	236
A.7.2.	Future Works	237
A.7.3.	Publications Related to this Thesis	237

Bibliografía**241**

Índice de Tablas

2.1. Esquema general de un problema de toma de decisión con un único criterio	11
2.2. Esquema general de un problema de toma de decisión multicriterio . . .	12
2.3. Esquema general de un problema de toma de decisión con un solo experto	15
2.4. Esquema general de un problema de toma de decisión multiexperto . . .	16
2.5. Esquema general de un problema de toma de decisión multicriterio multiexperto	16
4.1. Niveles de 2 jerarquías lingüísticas	87
4.2. Características de los enfoques revisados	93
4.3. Características de las <i>ELH</i>	102
4.4. Valoraciones de los jueces en 2-tuplas	109
4.5. Valoraciones de los jueces en t'	110
5.1. Valoraciones para las características de la muestra x_1 y x_2	129
5.2. Valoraciones de la muestra x_1 y x_2 en el nivel t de <i>LH</i>	130
5.3. Valoraciones de la muestra x_1 y x_2 en el nivel t_{CBTL}	130
5.4. Vectores de utilidad dados por el panel de catadores	140
5.5. Vectores de utilidad transformados a 2-tupla	140
5.6. Vectores de utilidad dados por el panel de catadores en 2-tuplas en t_{CBTL}	141
5.7. Medianas 2-tuplas en t_{CBTL}	142

5.8. Evaluación de la calidad del aceite de oliva	142
A.1. Utility vectors	205
A.2. Utility vectors in linguistic 2-tuples in $t = 3$	206

Índice de Figuras

2.1. Resolución de un problema de toma de decisión	23
2.2. Esquema de un proceso de toma de decisión	24
2.3. Escala facial	35
2.4. Escala estructurada para evaluar la rugosidad	36
2.5. Escala no estructurada para evaluar la rugosidad	36
2.6. Escala no balanceada para evaluar el dulzor de un producto	37
2.7. Pruebas de evaluación sensorial	38
2.8. Ficha de prueba de comparación	40
2.9. Ficha de prueba de dúo-trío	41
2.10. Ficha de prueba de triángulo	41
2.11. Ficha de prueba de umbral	42
2.12. Ficha de prueba de ordenamiento	42
2.13. Ficha de prueba de análisis de perfil del sabor	45
2.14. Ficha de prueba de análisis de perfil de la textura	46
2.15. Ficha de prueba de QDA	47
2.16. Ficha de prueba de preferencia	48
2.17. Ficha de prueba de grado de satisfacción	49
2.18. Ficha de prueba del grado de aceptación	50

3.1. Representación gráfica de las funciones de pertenencia triangular, trapezoidal y gaussiana	55
3.2. Escala para la tonalidad de verde con 7 etiquetas	60
3.3. Escala para la tonalidad de verde con 5 etiquetas	60
3.4. Escala para la tonalidad de verde con 3 etiquetas	61
3.5. Definición semántica de la variable lingüística altura	64
3.6. Conjunto de 5 etiquetas lingüísticas uniformemente distribuidas	64
3.7. Distribuciones diferentes del concepto <i>excelente</i>	65
4.1. Fases del modelo básico de evaluación sensorial	73
4.2. Fase de agregación	79
4.3. Conjunto de etiquetas de S_i y S_T	82
4.4. Conjunto de términos S_i y S_T	84
4.5. Jerarquía lingüística de 3, 5 y 9 etiquetas	87
4.6. Árbol jerárquico	91
4.7. Diferentes escalas lingüísticas para la variable satisfacción	95
4.8. ELH de 3, 5, 7 y 49 etiquetas	98
4.9. ELH con 3, 5, 7, y 13 etiquetas usando el Teorema 2	99
4.10. ELH de 3, 5, 7, 9 y 25 etiquetas con el Teorema 2	101
4.11. La transformación entre etiquetas del nivel t' y t y viceversa	102
4.12. Fases del modelo <i>ESMEL</i>	104
4.13. Escala de 7 términos lingüísticos	106
4.14. Escala de 5 términos lingüísticos	106
4.15. Jerarquía lingüística ampliada	108
4.16. Ficha para evaluar las características del yogur	109
5.1. Regla de decisión para escoger el conjunto de etiquetas asignables	119

5.2. Etiquetas asociadas	120
5.3. Representación de S_C	120
5.4. Escala no balanceada	121
5.5. Semántica de la escala no balanceada	122
5.6. Esquema del proceso de unificación	124
5.7. Fases del modelo <i>ESENB</i>	125
5.8. Ficha para valorar las muestras de café	128
5.9. Hoja de perfil original	135
5.10. Fases del modelo de evaluación sensorial del aceite de oliva	137
5.11. Escala no balanceada	137
5.12. Semántica de la escala no balanceada	138
5.13. Hoja de perfil propuesta	139
6.1. Arquitectura Cliente/Servidor	144
6.2. Página principal para registrarse en el sistema	148
6.3. Página del menú de administrador	149
6.4. Formulario para añadir un nuevo evaluador	150
6.5. Listado de evaluadores	150
6.6. Formulario para añadir un nuevo producto	151
6.7. Formulario para asociar atributos sensoriales a un producto	152
6.8. Listado de productos	153
6.9. Formulario para añadir una nueva evaluación	154
6.10. Listado de evaluaciones	154
6.11. Resultado de un proceso de evaluación sensorial	155
6.12. Página del menú de evaluador	156
6.13. Formulario para completar una evaluación	157

6.14. Formulario para modificar los datos personales	158
A.1. Sensory evaluation model scheme	202
A.2. ELH of 5, 7 and 13 labels	204
A.3. Principal page to register in the system	228
A.4. Administrator's menu	229
A.5. Form to create an expert	229
A.6. List of experts	230
A.7. Form to create products	230
A.8. Form to link attributes	231
A.9. Product List	232
A.10. Form to create evaluation	232
A.11. List evaluations	233
A.12. Result of a process of sensory evaluation	233
A.13. Expert's menu	234
A.14. To fill an evaluation form	235
A.15. Page of update personal data	235

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

La evaluación es uno de los procesos más importantes en la industria, la alimentación, las empresas, etc., con multitud de disciplinas tales como: la evaluación sensorial, la evaluación de calidad, la evaluación de desempeño, etc. En todo proceso de evaluación se realiza un análisis de las características o indicadores del elemento que es objeto de evaluación. Este análisis es similar al que se realiza en los problemas de toma de decisiones, en los que antes de tomar una decisión, se lleva a cabo un proceso de análisis que permite a los decisores tomar decisiones de una forma coherente. Además, dicho análisis es responsable de realizar un estudio metódico y analítico que ayuda a analizar las alternativas, indicadores, etc., del elemento que se está estudiando.

En esta memoria nosotros centramos nuestro interés en la *evaluación sensorial* [3, 48, 128, 136, 150] debido a la gran utilidad que tiene a nivel industrial, siendo también fundamental para realizar controles de calidad de productos, destacando además a nivel comercial y de mercado para conocer la aceptación y la preferencia de los productos sobre los consumidores, entre otras aplicaciones. La evaluación sensorial es una disciplina científica que a través de sus métodos evalúa, mide, califica y describe

los atributos sensoriales de un producto (alimentos, tejidos, perfumes, etc.), utilizando como herramienta analítica los sentidos de los seres humanos, *la vista, el olfato, el oído, el gusto y el tacto*, lo que conlleva que el tipo de información implicada en el proceso de evaluación sensorial presente vaguedad e incertidumbre.

Para modelar la información vaga e imprecisa en los procesos de evaluación sensorial, fue propuesto un modelo inicial [109] basado en la aproximación lingüística difusa [163] que utiliza una única escala lingüística para expresar las opiniones proporcionadas por los sujetos sobre el conjunto de productos, siendo esta escala un conjunto de términos lingüísticos uniforme y simétricamente distribuido.

El tipo de escala utilizada para medir la respuesta sensorial es un elemento clave en el proceso de evaluación sensorial [110]. De la correcta elección de la escala de medida puede depender el éxito de un proceso de evaluación sensorial. En nuestra investigación detectamos necesidades que no eran cubiertas por el modelo anterior [109] y que pueden aparecer en procesos de evaluación sensorial, tales como:

- *Múltiples escalas lingüísticas.*

La necesidad de múltiples escalas viene asociada al hecho de que el aparato sensorial humano muestra grados de variación de sensibilidad de persona a persona y que la sensibilidad puede ser influenciada fácilmente por circunstancias externas o del medio [90]. Por lo tanto, pueden existir situaciones en las que los sujetos necesiten distintas escalas lingüísticas para expresar sus percepciones hacia una característica sensorial. En estos casos, nos encontramos ante un proceso de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas. De la misma manera, pueden ser necesarias este tipo de escalas cuando evaluamos un objeto o producto donde estén involucradas varias características sensoriales.

- *Escalas no balanceadas.* La mayoría de los modelos de evaluación sensorial con

información lingüística [106, 109, 128] utilizan escalas lingüísticas simétricas y uniformemente distribuidas, es decir, escalas representadas por un número impar de términos, donde el punto central representa el estado neutro y a ambos lados de éste se representan los términos favorables y desfavorables, positivos y negativos, etc. Sin embargo, existen procesos de evaluación sensorial en los que el interés puede centrarse en un lado de la escala, siendo necesario o más adecuado utilizar una escala lingüística no balanceada.

Por lo tanto, nuestros objetivos se centrarán en procesos de evaluación sensorial definidos en marcos de evaluación lingüísticos como los descritos anteriormente, basándonos en modelos de análisis de decisión para su resolución.

1.2. Objetivos

El interés principal de esta memoria es profundizar en la aplicación del modelado lingüístico difuso en procesos de evaluación sensorial definidos en marcos de evaluación lingüísticos con múltiples escalas o no balanceadas.

Para conseguir este propósito, hemos establecido los siguientes objetivos:

- Estudiar el manejo y el modelado de la incertidumbre en los procesos de evaluación sensorial.
 - Desarrollar un nuevo enfoque para manejar información lingüística evaluada en diferentes escalas.
 - Diseñar un nuevo modelo de evaluación sensorial utilizando múltiples escalas lingüísticas (contextos multigranulares). Dicho modelo estará basado en el enfoque anterior y será capaz de operar sin pérdida de información.
-

- Diseñar un nuevo modelo de evaluación sensorial utilizando escalas lingüísticas no balanceadas (contextos no balanceados). Dicho modelo será capaz de obtener una valoración de los objetos evaluados a partir de información recopilada en una escala lingüística no balanceada.
- Aplicar el nuevo modelo de evaluación sensorial con escalas lingüísticas no balanceadas al proceso de evaluación sensorial del aceite de oliva.
- Implementar un prototipo software de apoyo a los procesos de evaluación sensorial. Dicho software implementará la parte funcional de los modelos propuestos:
 - Modelo de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas.
 - Modelo de evaluación sensorial con escalas no balanceadas.

1.3. Estructura de la Memoria

Para alcanzar los objetivos previamente mencionados, esta memoria se estructura en los siguientes capítulos:

- **Capítulo 2:** revisa en detalle el problema de toma de decisión y su relación con los procesos de evaluación, dedicando especial interés al esquema general de un proceso de toma de decisión. Además, se presenta el campo de la evaluación sensorial donde se revisan las características y aplicaciones de los procesos de evaluación sensorial, los sentidos sensoriales, los factores que influyen en los procesos de evaluación sensorial, los tipos de jueces que pueden participar en estos procesos y el tipo de escalas que los jueces pueden utilizar. Por último, se describen las diferentes pruebas que se llevan a cabo en los procesos de evaluación sensorial.
-

- **Capítulo 3:** revisa conceptos y herramientas del modelado lingüístico necesarios para manejar información lingüística. Así, revisaremos las nociones de teoría de conjuntos difusos, el enfoque lingüístico difuso, los procesos de computación con palabras y el modelo de representación de información lingüística basado en la 2-tupla.
 - **Capítulo 4:** se presentan dos propuestas para alcanzar los objetivos propuestos en nuestra memoria:
 - Un nuevo enfoque para manejar información lingüística evaluada en diferentes escalas lingüísticas, denominado *Jerarquías Lingüísticas Ampliadas*.
 - Un nuevo *Modelo de Evaluación Sensorial con Múltiples Escalas Basado en Jerarquías Lingüísticas Ampliadas*.
 - **Capítulo 5:** se presenta un *Modelo de Evaluación Sensorial con Escalas Lingüísticas No Balanceadas*. Además, se describirá una aplicación del modelo de evaluación sensorial con escalas lingüísticas no balanceadas a la evaluación sensorial del aceite de oliva.
 - **Capítulo 6:** presenta la última de nuestras propuestas, un prototipo software que implementa los modelos de evaluación sensorial desarrollados en esta memoria de investigación.
 - Finalmente, se señalan las conclusiones y resultados más relevantes obtenidos de la investigación realizada en esta memoria, así como las futuras líneas de investigación a seguir y las publicaciones derivadas a partir de la misma. La memoria concluye con una recopilación bibliográfica de las contribuciones más destacadas en la materia estudiada.
-

Capítulo 2

Evaluación Sensorial

El interés de nuestra memoria de investigación se centra en el proceso de evaluación sensorial, el cual es una disciplina de la evaluación, siendo éste un proceso cognitivo complejo que implica diversos mecanismos como son: identificar los elementos que van a ser evaluados, fijar el marco en el que se va a realizar la evaluación, recopilar la información necesaria y, finalmente, obtener una valoración de los elementos evaluados, ya que en todo proceso de evaluación se realiza un estudio sobre las características del elemento evaluado (producto, servicio, material, etc.) para obtener una valoración del mismo. Este estudio sigue un esquema similar al modelo de análisis de decisión en problemas de toma de decisión, donde antes de tomar una decisión se analizan los criterios y alternativas del problema.

Muchas de las propuestas que se presentan en esta memoria de investigación están basadas en modelos de análisis de decisión. Por ello, en primer lugar realizamos una revisión de los problemas de toma de decisión y su relación con los procesos de evaluación.

Inicialmente, describiremos los problemas de toma de decisión, sus características, estructura y clasificación según la teoría de decisión. Debido a la importancia del modelado de preferencias en la teoría de decisión y, por tanto, en las propuestas de

evaluación de esta memoria, también haremos una breve revisión del modelado de información de los mismos. Además, describiremos brevemente el modelo de resolución de un problema de toma de decisión, así como las fases que pertenecen al análisis de decisión en las que se basarán nuestros modelos de evaluación sensorial.

Una vez que conozcamos los conceptos necesarios en el área de decisión, haremos una introducción al campo de la evaluación sensorial, denominada también análisis sensorial, que es una disciplina científica que a través de sus métodos evalúa, mide, califica y describe los atributos sensoriales de un producto (alimentos, tejidos, perfumes, etc.), utilizando como herramienta analítica los sentidos de un grupo de sujetos, denominado jueces. Para ello, se han desarrollado una serie de pruebas sensoriales donde los jueces expresan sus valoraciones mediante escalas. Esta introducción es necesaria, ya que la evaluación sensorial es el campo en el que se desarrollarán nuestras propuestas de investigación. Primero, describiremos las características y aplicaciones de los procesos de evaluación sensorial. Como la información utilizada en los procesos de evaluación sensorial es percibida a través de los sentidos, haremos una revisión de los sentidos sensoriales. Posteriormente, describiremos los factores por los que se ven influenciados los procesos de evaluación sensorial. Además, haremos una revisión de los tipos de jueces que pueden participar en la evaluación sensorial y el tipo de escalas que éstos pueden utilizar. Finalmente, describiremos los diversos tipos de pruebas que se llevan a cabo en evaluación sensorial.

2.1. Toma de Decisiones y Evaluación

En esta sección, revisaremos distintos conceptos básicos y características de los problemas de toma de decisión.

2.1.1. Toma de Decisión

En un sentido amplio, tomar una decisión consiste en elegir la mejor opción o alternativa entre un conjunto de opciones o alternativas posibles. Los problemas de toma de decisión presentan los siguientes elementos básicos [33]:

1. Uno o varios objetivos por alcanzar.
2. Un conjunto de alternativas o decisiones posibles para alcanzar dichos objetivos.
3. Un conjunto de factores o estados de la naturaleza que definen el contexto en el que se plantea el problema de decisión.
4. Un conjunto de valores de utilidad o consecuencias asociados a los pares formados por cada alternativa y estado de la naturaleza.

Dependiendo de las características de los elementos del problema de decisión, éstos podrán clasificarse atendiendo a distintos puntos de vista. Por otro lado, el tipo de información que define el marco del problema y su modelado influirán también en el modelo de resolución del problema de decisión.

En las siguientes secciones, describiremos la clasificación de los problemas de toma de decisión según la teoría de decisión. Revisaremos el modelado de preferencias, debido a su papel principal en los procesos de toma de decisión, ya que definirá cómo se expresa el conocimiento, los gustos, las afinidades, etc., que forman parte del problema de toma de decisión. Por último, veremos de forma breve un esquema básico de resolución de un problema de decisión.

2.1.1.1. Clasificación de los Problemas de Toma de Decisiones

Ante la gran variedad de situaciones o problemas de decisión que se pueden presentar en la vida real, la teoría de la decisión [52, 147] ha establecido una serie de criterios que permiten clasificar los problemas de decisión atendiendo a diferentes puntos de vista:

1. Según el número de criterios o atributos que se han de valorar en la toma de decisión.
2. Según el ambiente de decisión en el que se han de tomar las decisiones.
3. Según el número de expertos que participan en el proceso de decisión.

La descripción de cada punto de vista de dicha clasificación se muestra a continuación.

A) Número de Criterios

El número de criterios o atributos que se tienen en cuenta en los procesos de decisión para obtener la solución permite clasificar a los problemas de decisión en dos tipos [35, 36, 55, 56, 58, 91, 100, 102, 119, 124]:

1. *Problemas con un sólo criterio o atributo.* Problemas de decisión en los que, para evaluar las alternativas, se tiene en cuenta un único criterio o atributo que representa la valoración dada a esa alternativa. La solución se obtiene como la alternativa que mejor resuelve el problema teniendo en cuenta este único criterio.

Supongamos un problema de decisión en el que nos planteamos cambiar de coche y nos ofrecen tres posibles alternativas, siendo el criterio de optimización de la decisión el criterio *precio*. Este problema de decisión sería muy simple de resolver puesto que escogeríamos la alternativa con el menor precio.

En los problemas de decisión de un único criterio, cada alternativa es caracterizada por un único valor. Sea $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ el conjunto de alternativas del problema. Una forma de representación de la información del problema se muestra en la Tabla 2.1:

Alternativas	Valoración
x_1	y_1
$\dots$	$\dots$
x_n	y_n

Tabla 2.1: Esquema general de un problema de toma de decisión con un único criterio

Cada entrada, y_i , de la tabla indica la valoración de la alternativa, x_i . Según el marco de definición del problema, cada, y_i , estará valorada en un dominio de expresión determinado (numérico, lingüístico, etc.).

2. *Problemas multicriterio o multiatributo.* Problemas de decisión en los que, para evaluar las alternativas, se tienen en cuenta dos o más criterios o atributos que definen cada alternativa. La alternativa solución será aquella que mejor resuelva el problema considerando todos estos criterios o atributos.

Supongamos el problema presentado anteriormente. Éste se complicaría y el proceso para resolverlo sería diferente si, además de considerar el precio, también tuviésemos en cuenta otros criterios o atributos como el *diseño* y el *consumo* del coche. En este caso, nos enfrentaríamos a un problema en el que se consideran varios criterios o atributos para tomar una decisión y, por lo tanto, hablamos de un problema de decisión multicriterio o multiatributo.

El número de criterios en un problema de decisión multicriterio se asume que es finito. Sean $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ y $C = \{c_1, c_2, \dots, c_h\}$ el conjunto de alternativas y el conjunto de criterios respectivamente, que caracterizan una situación de decisión

determinada, entonces una representación de la información del problema puede expresarse mediante la Tabla 2.2:

Alternativas	<i>Criterios</i>			
(x_i)	c_1	c_2	$\dots$	c_h
x_1	y_{11}	y_{12}	$\dots$	y_{1h}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
x_n	y_{n1}	y_{n2}	$\dots$	y_{nh}

Tabla 2.2: Esquema general de un problema de toma de decisión multicriterio

Cada entrada, y_{ij} , indica la preferencia de la alternativa, x_i , respecto del criterio, c_j .

Los problemas de toma de decisión multicriterio son más complejos de resolver que los problemas en los que hay un solo criterio. Cada criterio puede establecer un orden de preferencia particular y diferente sobre el conjunto de alternativas. A partir del conjunto de órdenes de preferencia particulares, será necesario establecer algún mecanismo que permita construir un orden global de preferencia. En la literatura, podemos encontrar varios ejemplos [130, 147].

B) Ambiente de Decisión

El ambiente de decisión viene definido por las características y el marco en el que se va a llevar a cabo la toma de decisión. La teoría clásica de la decisión distingue tres situaciones o ambientes de decisión [52, 147]:

1. *Ambiente de certidumbre*. Un problema de decisión está definido en un ambiente de certidumbre cuando son conocidos con exactitud todos los elementos o factores que intervienen en el problema. Esta situación permite asignar valores cuantitativos de utilidad a cada una de las alternativas presentes en el problema.

Como ejemplo, supongamos que una directora debe mandar la impresión de unos programas para un festival musical. La directora conoce el objetivo *impresión de los programas al mínimo coste* y no tiene dificultad para comparar los presupuestos de las distintas imprentas locales para la impresión de los programas. En este caso, la directora conoce todos los factores que se han de tener en cuenta para tomar la decisión y puede elegir una imprenta y saber con certeza cuánto costará la impresión.

2. *Ambiente de riesgo*. Un problema de decisión está definido en un ambiente de riesgo cuando alguno de los elementos o factores que intervienen están sujetos a las leyes del azar. En estos casos, los problemas pueden ser resueltos utilizando la teoría de la probabilidad.

Supongamos el problema presentado anteriormente. La información presente no le servirá a la directora para saber *¿Cuántos programas debe imprimir?* Para tomar esta decisión debe considerar el hecho de que, si bien no quiere quedarse sin programas, ordenar demasiados programas es un gasto innecesario. Si el festival es el décimo evento anual que tiene en su población en esa época del año, la directora puede analizar los datos existentes para determinar, aunque con cierto riesgo, la cantidad de programas que probablemente se necesitarán y podrá basarse en estimaciones estadísticas de eventos anteriores.

3. *Ambiente de Incertidumbre*. Un problema de decisión está definido en un ambiente de incertidumbre cuando la información disponible sobre las distintas alternativas puede ser incompleta, vaga o imprecisa, lo que implica que la utilidad asignada a cada alternativa tenga que ser valorada de forma cualitativa. Esta incertidumbre surge a raíz del intento de modelar la imprecisión propia del comportamiento humano o la inherente a ciertos fenómenos que por su naturaleza son inciertos
-

(imprecisos).

Como ejemplo, supongamos la situación anterior. La directora quiere escoger el *diseño de la portada* del programa que más agrade a la población. En este caso, la directora se encuentra en un problema de decisión bajo un ambiente de incertidumbre.

Problemas relacionados con la toma de decisión han sido tradicionalmente tratados, o bien con enfoques determinísticos, o probabilísticos. El primero ignora completamente la incertidumbre, mientras que el segundo asume que cualquier incertidumbre puede ser representada como una distribución de probabilidad. Sin embargo, en problemas reales (ingeniería, planificación, etc.) las decisiones han de tomarse bajo situaciones con información vaga, imprecisa e incierta. Habitualmente, la incertidumbre es de naturaleza no probabilística como, por ejemplo, la que puede surgir al intentar valorar fenómenos relacionados con las apreciaciones sensoriales. Esto ha generado la necesidad de recurrir a la definición de herramientas para tratar este tipo de incertidumbre, entre ellos se encuentran la teoría de los conjuntos difusos [50, 162], rough sets [51, 60, 89], conjuntos difusos intuicionistas [8, 24, 25, 27, 138, 155], etc. La lógica difusa y el enfoque lingüístico difuso serán las herramientas que utilizaremos en esta memoria para el tratamiento de este tipo de incertidumbre, ya que el uso de la información lingüística hace más flexibles y fiables los modelos de decisión bajo incertidumbre.

C) Número de Expertos

Finalmente, otro punto de vista, a la hora de clasificar los problemas de decisión, hace referencia al número de expertos o fuentes de información que toman parte en el problema de decisión. Un problema de toma de decisión, en el que participan varios

expertos, es más complejo que otro en el que la toma de decisión se realiza de forma individual. Sin embargo, el hecho de que intervengan varios expertos con puntos de vista diferentes puede ofrecer una solución más satisfactoria al problema [129, 147].

Atendiendo al número de expertos que toman parte en el proceso de Toma de Decisión, los problemas de decisión se pueden clasificar en dos tipos [73, 76, 77, 78, 82, 93, 122, 148, 152, 156]:

1. *Unipersonales o individuales*. Las decisiones son tomadas por un único experto.

En los problemas de decisión unipersonales o individuales, cada alternativa es valorada por un único experto. Sea $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ el conjunto de alternativas que son valoradas por el experto, e , entonces una forma de representación de la información del problema es la mostrada en la Tabla 2.3.

Alternativas	<i>Experto</i>
(x_i)	e
x_1	y_1
$\dots$	$\dots$
x_n	y_n

Tabla 2.3: Esquema general de un problema de toma de decisión con un solo experto

Cada entrada, y_i , de la tabla indica la valoración dada por el experto, e , sobre la alternativa, x_i . Según el marco de definición del problema, cada y_i estará valorada en un dominio de expresión determinado (numérico, lingüístico, etc.).

2. *En Grupo o Multiexperto*. Las decisiones son tomadas en conjunto por un grupo de expertos que intentan alcanzar una solución, en común, al problema. El número de expertos en problemas de decisión multiexperto se asume que es finito. Sean $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ y $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ el conjunto de alternativas y el conjunto de expertos respectivamente, que valoran cada alternativa que caracteriza una

situación de decisión determinada, entonces una forma de representación de la información del problema puede verse en la Tabla 2.4.

Alternativas	<i>Expertos</i>			
(x_i)	e_1	e_2	...	e_m
x_1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1m}
...	...	...	...	...
x_n	y_{n1}	y_{n2}	...	y_{nm}

Tabla 2.4: Esquema general de un problema de toma de decisión multiexperto

Cada entrada, y_{ij} , de la tabla indica la preferencia del experto, e_j , sobre la alternativa, x_i .

Una situación de decisión habitual son los problemas de decisión multiexperto multicriterio, en los que cada experto expresa las preferencias sobre distintos criterios que definen cada alternativa [147]. Estas situaciones están relacionadas con los procesos de evaluación sensorial, donde un conjunto de jueces expresan sus valoraciones sobre las características sensoriales de un producto y es necesario fusionar todas ellas para obtener la valoración global del producto.

Experto (e_1)	<i>Criterios</i>			
Alternativas	c_1	c_2	...	c_h
x_1	y_{11}^1	y_{12}^1	...	y_{1h}^1
...	...	...	...	...
x_n	y_{n1}^1	y_{n2}^1	...	y_{nh}^1

...

Experto (e_m)	<i>Criterios</i>			
Alternativas	c_1	c_2	...	c_h
x_1	y_{11}^m	y_{12}^m	...	y_{1h}^m
...	...	...	...	...
x_n	y_{n1}^m	y_{n2}^m	...	y_{nh}^m

Tabla 2.5: Esquema general de un problema de toma de decisión multicriterio multiexperto

Cada experto, e_i , proporciona la entrada de la tabla, y_{jk}^i , que indica la preferencia de la alternativa, x_j , respecto del criterio, c_k .

2.1.1.2. Modelado de Preferencias en Toma de Decisión

El modelado de preferencias juega un papel fundamental en los procesos de toma de decisión ya que se utiliza para que los expertos, en base a su conocimiento, experiencias y creencias, expresen sus valoraciones sobre el conjunto de alternativas y establezcan una preferencia sobre la idoneidad de cada una ellas como solución al problema. Un modelado de la información adecuado permite que los expertos expresen mejor sus preferencias. Factores como la naturaleza de la alternativa y los criterios que la definen, junto con la formación y el conocimiento del experto, influirán en cómo modelar la información en cada problema.

Para hacer una revisión breve sobre el modelado de preferencias, vamos a considerar dos puntos de vista diferenciados pero igualmente importantes:

- a) *El dominio de expresión.* Conjunto de valores utilizados por los expertos para expresar sus preferencias.
- b) *La estructura de representación.* Estructura usada en el problema para almacenar las preferencias de los expertos.

Ambos puntos de vista se revisan a continuación.

A) Dominios de Expresión de Preferencias

En problemas de decisión entendemos por dominio de expresión de preferencias al conjunto de valores utilizado por los expertos para emitir sus preferencias. En los problemas de decisión, la elección de un dominio de información para expresar las preferencias puede deberse a varios motivos:

1. *Naturaleza cuantitativa o cualitativa de la información.* La naturaleza del atributo puede condicionar el dominio utilizado para su valoración. Atributos de naturaleza
-

cuantitativa se adecúan mejor a valoraciones de tipo numérico que aquellos de naturaleza cualitativa en los que al tratarse, por ejemplo, de sensaciones o percepciones subjetivas, el uso de otro tipo de valoraciones como palabras o términos lingüísticos (*bueno, malo, mejor, etc.*) suele ser más apropiado.

2. *Pertenencia de los expertos a diferentes áreas de conocimiento.* Siempre que sea posible, cada experto tenderá a utilizar un dominio de información que le resulte cercano al tipo de información con el que esté acostumbrado a trabajar en su respectiva área de trabajo. Así, expertos pertenecientes a áreas técnicas se sentirán cómodos utilizando valoraciones numéricas. Sin embargo, aquellos pertenecientes a áreas sociales pueden preferir utilizar otro tipo de valoraciones no numéricas como las lingüísticas.
3. *Expertos con diferente grado de conocimiento sobre el problema.* La experiencia de los expertos en la resolución de problemas similares puede implicar que unos expertos opten por elegir dominios de expresión precisos como, por ejemplo, escalas con un elevado número de valoraciones, frente a otros expertos con menos experiencia y que se sientan más habituales utilizando escalas con un menor número de valoraciones.

Adaptar el modelado de preferencias al marco en el que se desarrolla el problema de decisión logra que los expertos se sientan más cómodos y seguros a la hora de valorar sus preferencias y, por lo tanto, que la solución final tenga mayor fiabilidad.

En la literatura, encontramos que en los problemas de toma de decisión la información puede ser expresada en distintos dominios, siendo los más comunes los siguientes:

1. *Dominio Numérico* [52, 123, 124].
-

2. *Dominio Intervalar* [14, 26, 73, 96, 153].

3. *Dominio Lingüístico* [32, 64, 67, 139, 152, 156].

En esta memoria de investigación, nos centramos en procesos de evaluación sensorial, donde las preferencias de los expertos son percibidas a través de sus órganos sensoriales. Este hecho hace que el conocimiento sobre los atributos sensoriales evaluados sea vago e impreciso. Dicha incertidumbre no es probabilística y, como vimos en la Sección 2.1.1.1, el uso de información lingüística para modelar esta información nos da mayor flexibilidad y fiabilidad, entre otras razones, porque los expertos se sienten más cómodos al valorar lingüísticamente atributos de naturaleza cualitativa relacionados con percepciones. En el capítulo siguiente, *Modelado Lingüístico Difuso*, revisaremos en detalle la herramienta que hemos utilizado para modelar este tipo de información, el enfoque lingüístico difuso [163].

B) Estructuras de Representación de Preferencias

Una vez conocidos los dominios de expresión más comunes en problemas de toma de decisión, vamos a revisar qué tipos de estructuras son más comunes en los problemas de decisión para representar las preferencias:

1. *Órdenes de Preferencia*. Este formato de representación de preferencias establece un ranking u orden de alternativas que representa la idoneidad de cada alternativa como solución al problema de decisión según el punto de vista de cada experto.

Las preferencias de un experto, $e_i \in E$, sobre un conjunto de alternativas, X , se describen mediante un orden de preferencias individual, $O^i = \{o^i(1), \dots, o^i(n)\}$, donde $o^i(\cdot)$ es una función de permutación sobre el conjunto de índices, $\{1, \dots, n\}$, para dicho experto [117, 131, 140, 141].

De esta forma, un experto, de acuerdo a su punto de vista, proporciona un vector de alternativas ordenado de mejor a peor. Para todo orden de preferencia, O^i , supondremos, sin pérdida de generalidad, que cuanto menor es la posición de una alternativa en dicho orden, mejor satisface dicha alternativa el objetivo del experto que proporciona dicho orden y viceversa.

Por ejemplo, sea $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ ($m \geq 2$) un conjunto finito de expertos que han de expresar sus preferencias sobre un conjunto finito de alternativas $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ ($n = 4$). Si el experto e_2 proporciona el siguiente orden de preferencia $\{x_2, x_4, x_1, x_3\}$, entonces $o^2(1) = 2$, $o^2(2) = 4$, $o^2(3) = 1$, $o^2(4) = 3$, lo que significa que la alternativa x_2 es la mejor para dicho experto, mientras que la alternativa x_3 es la peor.

2. *Vectores de Utilidad.* Los valores de utilidad han sido un formato de representación de preferencias muy utilizado en la literatura clásica [34, 49, 151].

En este caso, las preferencias de un experto, $e_i \in E$, sobre un conjunto de posibles alternativas, X , se describen mediante un vector de n valores de utilidad en un dominio D , $U^i = \{u_1^i, \dots, u_n^i\}$, $u_j^i \in D$.

Este formato de representación de preferencias es más fino que los anteriores, por lo que un experto puede utilizarlo para representar correctamente sus preferencias sobre las alternativas, siendo necesario que el experto sea capaz de evaluar cada alternativa de manera global con respecto a las demás.

Por ejemplo, sea $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ ($m \geq 2$) un conjunto finito de expertos que han de expresar sus preferencias sobre un conjunto finito de alternativas $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ ($n = 4$). Si el experto e_2 proporciona el siguiente vector de utilidad: $U^2 = \{0.3, 0.7, 0.9, 0.4\}$, significará que, desde su punto de vista, la alternativa x_1 es la peor de todas y que x_3 es la mejor.

En esta memoria de investigación, la cual está centrada en procesos de evaluación sensorial, los jueces utilizarán vectores de utilidad para expresar sus preferencias, debido a que la forma habitual de evaluar un producto en evaluación sensorial es valorar cada uno de los atributos sensoriales que lo definen. Por ello, en los modelos de evaluación sensorial que proponemos en esta memoria, las preferencias de los jueces serán recogidas a través de vectores de utilidad y, como se indicó en la Sección 2.1.1.2, en un dominio de expresión lingüístico.

3. *Relaciones de Preferencia.* En la Teoría Clásica de Preferencias [127], las preferencias sobre un conjunto de alternativas, $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, se pueden modelar a través de una relación binaria R definida como sigue:

$$x_l R x_k \Leftrightarrow "x_l \text{ no es peor que } x_k".$$

Esta definición considera una relación binaria como una relación de preferencia débil, e implica que dicha relación, R , es reflexiva. Con esta definición, es natural asociar un número real, llamado valoración y denotado $R(x_i, x_j) \in \mathbb{R}$, el cual representa el grado de verdad de la afirmación “ x_i no es peor que x_j ”, o grado de preferencia de la alternativa x_i sobre la alternativa x_j . Cuando el conjunto de alternativas es finito, podemos asociar una matriz P_R a la relación R , tomando como elemento ij -ésimo el valor $R(x_i, x_j)$ [92, 118, 138, 141].

Sea $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ ($m \geq 2$) un conjunto finito de expertos que han de expresar sus preferencias sobre un conjunto finito de alternativas $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ($n = 4$). Una relación de preferencia individual se representa como una matriz $P_{e_i} \subset X \times X$, donde el valor $\mu_{P_{e_i}}(x_l, x_k) = p_i^{lk}$ representa el grado de preferencia de la alternativa x_l sobre la alternativa x_k .

$$P_{e_i} = \begin{pmatrix} p_i^{11} & \dots & p_i^{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ p_i^{m1} & \dots & p_i^{mn} \end{pmatrix}$$

2.1.1.3. Procesos de Resolución de Problemas de Toma de Decisiones

A pesar de la existencia de los distintos tipos de problemas de decisión, se propone un esquema básico de resolución [38, 55, 126] para los mismos, basado en dos fases: (a) agregación y (b) explotación, que son descritas a continuación.

- a) *Fase de Agregación.* Se lleva a cabo a partir de las preferencias individuales de los expertos sobre el conjunto de alternativas para obtener una *preferencia global*, que agrega sus propiedades. El problema de la agregación de información ha sido estudiado en profundidad y existe gran cantidad de publicaciones al respecto [10, 11, 12, 28, 42, 59, 116, 157, 158, 160].
- b) *Fase de Explotación.* A partir de las preferencias colectivas, se aplica un grado de selección para generar el conjunto solución de alternativas del problema [7, 63, 118, 125].

Podemos ver gráficamente este proceso en la Figura 2.1.

2.1.2. Análisis de Decisión y Procesos de Evaluación

En la sección anterior, hemos descrito un esquema básico de resolución para un problema de decisión (ver Figura 2.1). A continuación, vamos a mostrar con mayor detalle dicho proceso de resolución y notaremos cuáles son las fases que están directamente relacionadas con un proceso de evaluación.

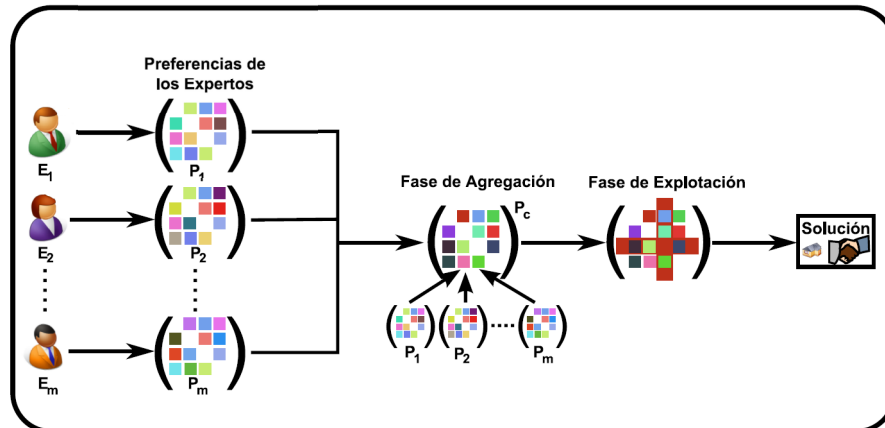


Figura 2.1: Resolución de un problema de toma de decisión

La toma de decisión, como señalan Keeney y Raiffa [94], intenta ayudar a los individuos a tomar decisiones difíciles y complejas de una forma racional. Esta racionalidad implica el desarrollo de métodos y modelos que permitan representar fielmente cada problema y analizar las distintas alternativas con criterios objetivos. Sin embargo, no todo problema de decisión se resuelve por medio de un proceso completamente racional [9, 87]. De hecho, muchos factores externos y subjetivos afectan a un problema de decisión. Por lo tanto, la solución puede variar si las condiciones en las que se presenta el problema cambian. El esquema de resolución de un problema de toma de decisión puede descomponerse en 8 fases [38], que se muestran gráficamente en la Figura 2.2, siendo denominado el conjunto formado por las 7 primeras fases *Proceso de Análisis de Decisión*.

Por ejemplo, supongamos que un varón (cercano a los cuarenta años, de ciudad, padre de familia de clase media) se dispone a cambiar de coche. Un coche es muy costoso y hay que analizar detenidamente las alternativas para realizar la mejor adquisición posible, así que el sujeto intenta recabar toda la información posible, busca en Internet, lee folletos de vehículos de distintas categorías, compra revistas de automovilismo,

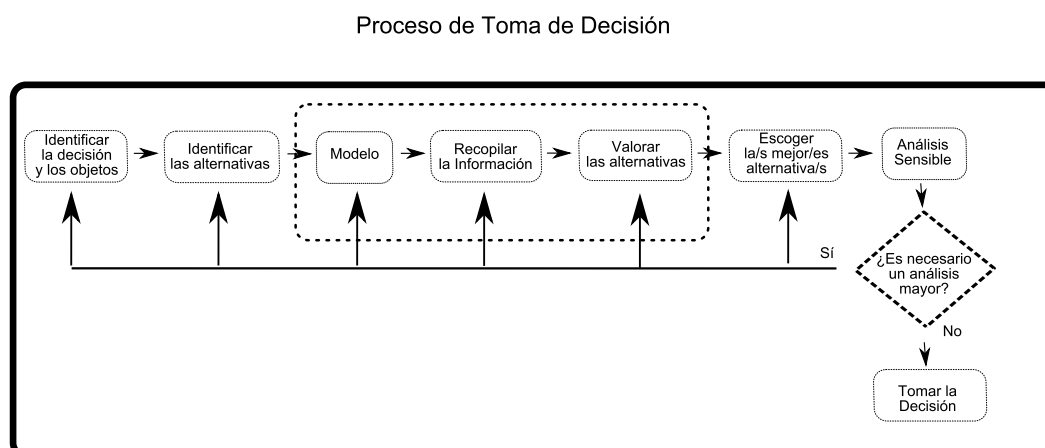


Figura 2.2: Esquema de un proceso de toma de decisión

estudia análisis comparativos, etc. Dado que la mayor parte de sus desplazamientos son urbanos y en compañía de sus hijos, el análisis de las distintas alternativas indica que un coche familiar de bajo consumo es el más adecuado, pero finalmente el sujeto compra un coche deportivo, potente, de espacio reducido y mayor consumo. El motivo de esta decisión es que el sujeto, aunque haya hecho un análisis racional, ha tomado una decisión emocional, basada, por lo general, en factores ajenos a la razón.

Por tanto, podemos ver que aunque el análisis de decisión (parte racional del proceso de toma de decisión) no sea seguido siempre por los decisores a la hora de tomar sus decisiones (parte emocional del proceso de toma de decisión), sí es responsable de realizar un estudio metódico y analítico que ayuda a los expertos a analizar las alternativas, indicadores, etc., de los elementos que se están estudiando, siendo éste el objetivo de los procesos de *evaluación*.

Dado que el campo de interés en nuestra memoria de investigación es la evaluación sensorial, debemos señalar que la *evaluación* es un proceso cognitivo complejo que implica diversos mecanismos en los cuales es necesario identificar los elementos que van a ser evaluados, fijar el marco en el que se va a realizar la evaluación, recopilar la

información necesaria y, finalmente, obtener una valoración de los elementos evaluados. El objetivo de cualquier proceso de evaluación es obtener una valoración de un artículo (producto, servicio, material, etc.) para mejorarlo o compararlo con otros artículos y, así, saber cuál es mejor. En la literatura científica, podemos encontrar cómo el uso de técnicas de análisis de decisión [2, 22, 91, 103] ha producido buenos resultados en la resolución de procesos de evaluación.

Los modelos de evaluación que proponemos en esta memoria para procesos de evaluación sensorial se basan en las fases de análisis de decisión [38]. En concreto, nuestros modelos se basan en las fases que aparecen enmarcadas en el rectángulo de la Figura 2.2, las cuales presentaremos en mayor detalle cuando introduzcamos cada uno de los modelos de evaluación sensorial propuestos en esta memoria.

2.2. Evaluación Sensorial

La evaluación sensorial [3, 48, 109, 128, 136], denominada también análisis sensorial, es una disciplina científica que a través de sus métodos evalúa, mide, califica y describe los atributos sensoriales de un producto (alimentos, tejidos, perfumes, etc.), utilizando como herramienta analítica los sentidos de los seres humanos, es decir, emplea como instrumento de medición un conjunto de jueces seleccionados de acuerdo a su percepción sensorial, y en general, entrenados para detectar y valorar los atributos sensoriales del producto evaluado.

La evaluación sensorial es una etapa fundamental en la tecnología de los alimentos, así como en el control de la calidad [149]. También es fundamental a nivel comercial y de mercado para conocer el impacto de productos sobre la aceptación y preferencia de los consumidores. Algunas de las aplicaciones que tiene la evaluación sensorial en la industria, se detallan a continuación [134]:

- Control del Proceso de Fabricación: Influencia en el cambio de materia prima, ingredientes y cambios en las condiciones del proceso.
- Desarrollo del producto.
- Estudios de vida útil.
- Establecimiento de los límites y grados de calidad.
- Caracterización del producto (establecimiento perfil sensorial).
- Estudio comparativo de muestras, estudio de aceptación con consumidores.

En las siguientes secciones, describiremos los sentidos sensoriales que son el medio por el que se percibe la información que se maneja en los procesos de evaluación sensorial. A continuación, revisaremos los factores que influyen en los procesos de evaluación sensorial. Además, haremos una revisión de los tipos de jueces que pueden participar en la evaluación sensorial y el tipo de escalas que se utilizan para medir la respuesta sensorial de los jueces. Para concluir, revisaremos las distintas pruebas existentes en los procesos de evaluación sensorial, esta revisión no pretende ser exhaustiva sino una breve presentación de dichas pruebas.

2.2.1. Los Sentidos como Herramienta de Análisis

La información captada por los diferentes sentidos sensoriales es transmitida en forma de potenciales de acción hasta el cerebro, donde es interpretada. Es aquí donde cobran importancia las interacciones sensoriales y las asociaciones psicológicas. Debido a esto, hay asociaciones entre color y temperatura, textura y gusto, color y olor, etc. Así por ejemplo, un color azul parece más profundo y oscuro si se presenta acompañado de un sonido suave, y parecerá más claro si el sonido es agudo [150].

Los atributos sensoriales son, en general, todo lo que se percibe a través de los sentidos. Para poder caracterizar un producto, se realiza un perfil del mismo, donde se estudia el producto y caracterizan una serie de atributos sensoriales.

Según [3, 57, 110, 137, 150] se pueden dividir los atributos de acuerdo a los sentidos por los que son percibidos en:

1. *Apariencia*. Generalmente se detecta a través de la vista que comprende el color, el brillo, la forma y puede dar una idea de textura.
2. *Gusto*. El gusto se detecta en la cavidad bucal, específicamente en la lengua, donde se perciben los cuatro sabores básicos (dulce, salado, ácido, amargo).
3. *Textura*. Se detecta mediante el sentido del tacto, que está localizado prácticamente en la superficie de todo el cuerpo. Mediante el tacto se pueden conocer las características mecánicas, geométricas y de composición de muchos materiales, incluidos los alimentos.
4. *Aroma*. El aroma se percibe por medio del olfato, que se encuentra en la cavidad nasal, donde existe una membrana provista de células nerviosas que detectan los aromas producidos por compuestos volátiles.
5. *Sonido*. Su receptor es el oído y se le conoce por la intensidad, altura y timbre.

Hay diferencias en las percepciones sensoriales individuales en cuanto a gustos, sonidos, formas, iluminación, olores, etc., de tal forma que cada sujeto tiene una imagen global del mundo [90]. Además, esta variabilidad está reforzada por la educación, nivel social, cultura y personalidad. Por tanto, en estos casos, como se indicó en la Sección 2.1.1.2, puede surgir la necesidad de utilizar diferentes escalas para expresar las valoraciones de lo que se percibe a través de los sentidos.

En la siguiente sección vamos a describir cuáles son los factores que influyen en la evaluación sensorial.

2.2.2. Factores que Influyen en la Evaluación Sensorial

Muchos son los factores que de manera directa o indirecta pueden incidir en la calidad de los resultados obtenidos en la evaluación sensorial de un producto. Dichos factores podemos clasificarlos atendiendo a 3 criterios [53]:

- *Factores Ambientales*. Relacionados con los lugares donde se realiza la evaluación sensorial.
- *Factores Prácticos*. Referidos a las muestras de los productos y las pruebas a utilizar.
- *Factores Humanos*. Asociados a las personas.

A continuación, se describe con un mayor detalle cada uno de ellos.

A) Factores Ambientales

Dentro de todos los factores ambientales que influyen en la evaluación sensorial, juegan un papel fundamental la climatización del local, la iluminación, la pintura (los colores más empleados son el blanco y el amarillo claro) y la privacidad de los jueces que participan en el proceso (éstos deben estar separados en cabinas individuales de coloración blanca). Mientras más relajante y neutro sea el ambiente que rodea a los jueces, mejores serán las respuestas que de estos se deriven [114].

B) Factores Prácticos

Es importante que las muestras de los productos que se van a evaluar se muestren de manera uniforme para todos los jueces, además de utilizar cantidades suficientes y debidamente codificadas para evitar errores en las evaluaciones. Éstas deben ser servidas a la temperatura habitual de consumo, exceptuando aquellos productos que se consumen muy calientes, muy fríos o congelados como, por ejemplo, sopas, cervezas y helados respectivamente [149, 150].

C) Factores Humanos

Hay que tener en cuenta que para la selección de los jueces que participan en la evaluación sensorial se deben analizar factores como [110, 150]:

- Edad. La sensibilidad de los receptores disminuye a mayor edad.
- Los estados de hambre, ansiedad, saciedad, estados febriles o de enfermedad y también el estado emocional tienen influencia sobre la evaluación sensorial de un juez.
- Sensibilidad individual.
- Medicamentos.
- Prejuicios y expectativas.
- Cansancio físico.
- Saturación por estimulación constante de los receptores.

Factores como la edad y la sensibilidad individual, entre otros, influirán a la hora de fijar las escalas utilizadas por los jueces.

2.2.3. Los Jueces en Evaluación Sensorial

La selección de las personas que forman parte de un proceso de evaluación sensorial es un factor del que depende en gran parte el éxito y la validez del resultado del proceso de evaluación sensorial [3, 43, 53, 149, 150]. Es necesario determinar, en primer lugar, el número de jueces que deben participar. Después, hay que seleccionarlos, explicarles de forma adecuada cómo han de realizar sus evaluaciones y darles el entrenamiento si fuera necesario.

Generalmente, se distinguen dos tipos de jueces:

- Juez analítico.
- Juez afectivo.

La descripción de cada tipo de juez se muestra a continuación.

2.2.3.1. Juez Analítico

El juez analítico es el individuo que entre un grupo de candidatos ha demostrado una sensibilidad sensorial específica para uno o varios productos [110]. Ejemplo de este tipo de jueces son: los catadores de vino, té, café, quesos, etc.

Además de los factores humanos que intervienen en la evaluación sensorial, también es necesario tener en cuenta algunos aspectos personales de los jueces analíticos, entre los que se encuentran los siguientes [90, 134, 149]:

1. *Carácter y responsabilidad.* El juez tiene que ser honesto, confiable y cuando trabaja en grupo no debe ser ni demasiado pasivo ni muy dominante en su actitud. Debe mostrar preocupación e interés en la prueba que está realizando, siendo puntual y fiel al procedimiento solicitado.
-

2. *Afinidad con el material objeto de prueba.* Los jueces analíticos no pueden emplearse cuando presenten un franco rechazo al material que se estudia. Por ejemplo, no podrá participar en una prueba con chocolate, la persona a quien este producto cause alergia o una sensación de malestar físico. No es fundamental que cada juez considere cada muestra agradable, lo decisivo es que evalúe las muestras con cuidado y reduciendo al mínimo la subjetividad presente, puesto que no debemos olvidar que se evalúan aspectos relacionados con las percepciones. De manera análoga, tampoco deben considerarse las personas que sienten una preferencia excesiva sobre el producto a evaluar.
3. *Disponibilidad.* Las personas que no disponen del tiempo necesario para participar en las actividades que requiere la evaluación sensorial no deben ser jueces analíticos, ya que la habilidad y destreza de los mismos sólo puede lograrse con una participación constante en las diferentes sesiones de evaluación sensorial.

En evaluación sensorial el instrumento de medición lo constituyen los jueces que evalúan el producto, de ahí que cuando se emplee un grupo de jueces analíticos (panel de catadores o panel de expertos) [53, 114] sea necesario su formación.

El proceso de formación de un juez analítico consta de cuatro etapas:

1. Pre-selección o selección previa.
2. Selección.
3. Adiestramiento.
4. Comprobación del adiestramiento.

Las tres primeras etapas tienen como objetivo conseguir el grado de sensibilidad, precisión y exactitud necesaria en la respuesta de los jueces, y la cuarta controlar y man-

tener la eficiencia del grupo. Un modelado de preferencias adecuado permitirá reducir el tiempo de adiestramiento de los jueces analíticos.

Si bien existen normas internacionales que establecen la metodología general que ha de tenerse en cuenta para crear un proceso de evaluación sensorial [110], éstas deben ser aplicadas convenientemente según la función que tenga que realizar el panel de expertos y el objetivo general del estudio. Por ejemplo, no necesita la misma formación el panel de expertos destinado a detectar diferencias entre dos o más productos y a ordenarlos según la intensidad de un atributo sensorial, que uno que tenga que describir y medir la intensidad de uno o varios atributos sensoriales.

2.2.3.2. Juez Afectivo

El juez afectivo es el sujeto que no tiene que ser seleccionado ni adiestrado. Dichos jueces son consumidores escogidos al azar representativos de la población a la cual se estima que está dirigido el producto que se evalúa.

El objetivo que se persigue al realizar un proceso de evaluación sensorial con este tipo de juez es conocer la aceptación, preferencia o nivel de agrado que estas personas tienen con relación al producto evaluado.

En general, el número de jueces afectivos en cada prueba debe ser grande para minimizar la variación propia de la subjetividad de las respuestas, de forma que sólo aparezcan las diferencias más importantes del producto sujeto a estudio. Se estima que el número mínimo de jueces afectivos a emplear debe ser 80, aunque depende del objeto de estudio.

2.2.4. Escalas Sensoriales

La escala es el instrumento que se utiliza para medir las respuestas sensoriales y es una parte fundamental dentro de la evaluación sensorial [110]. De la correcta elección de la escala de medida puede depender el éxito de un proceso de evaluación sensorial. Este aspecto es la clave de nuestras propuestas, ya que en esta memoria desarrollaremos modelos de evaluación sensorial con escalas adecuadas al tipo de proceso de evaluación sensorial.

Para hacer una breve revisión sobre la escalas sensoriales, primero enumeraremos las características que debe tener una escala sensorial y, a continuación, mostraremos la clasificación de las escalas sensoriales.

2.2.4.1. Características de la Escalas Sensoriales

Para obtener los mejores resultados posibles en los procesos de evaluación sensorial, el tipo de escala que se debe utilizar tiene que ser [146]:

1. *Útil a los jueces.* Los descriptores usados en las escalas sensoriales deben ser familiares, fácilmente inteligibles y nada ambiguos. Deben estar relacionados con el producto y la tarea a realizar.
 2. *Fácil de utilizar.* Si una escala es difícil de utilizar, se producirá frustración en los jueces y se incrementará el número de errores.
 3. *Válida.* La escala debe medir ese atributo, característica o actitud. Por ejemplo, las escalas de preferencia deben medir la preferencia que se tiene por un producto que se está evaluando.
 4. *Sensible a las diferencias.* La longitud de la escala y el número de valoraciones son variables que tienen un efecto significativo.
-

2.2.4.2. Clasificación de Escalas Sensoriales

Existen tres puntos de vista a la hora de clasificar las escalas sensoriales:

- Según el tipo de escala.
- Según la estructura de la escala.
- Según el equilibrio de la escala.

Estos puntos de vista se revisan en los siguientes apartados.

A) Tipo de Escala

En evaluación sensorial se pueden distinguir fundamentalmente cuatro tipos de escalas [132]: nominales, ordinales, de intervalo y proporcionales.

- *Nominal*. Los jueces clasifican cada muestra en una de las categorías que conforman la escala ordenada.
 - *Ordinal*. Escala en la que los puntos de referencia forman una progresión continua o una progresión de conceptos pre-establecidos.
 - *Intervalo*. Escala en la que los tramos se escogen de manera que a intervalos iguales correspondan diferencias de percepción sensorial iguales. La ventaja de esta escala es que al poseer puntos intermedios de anclaje, no queda al completo criterio de los jueces, pero hay que definir cada uno de estos puntos para establecer un marco de referencia.
 - *Proporcional*. Escala en la que los números se escogen de manera que a cocientes iguales correspondan cocientes de percepción sensorial iguales.
-

También pueden utilizarse otro tipo de escalas como son las escalas faciales, las escalas hedónicas y las escalas de acción que se describen a continuación.

- *Escalas Faciales.* Las escalas faciales son de gran utilidad en aquellos casos donde el valor cultural de los jueces es muy bajo o variable. Se emplea en pruebas masivas por su simplicidad. En la Figura 2.3 se presenta un ejemplo de escala facial.

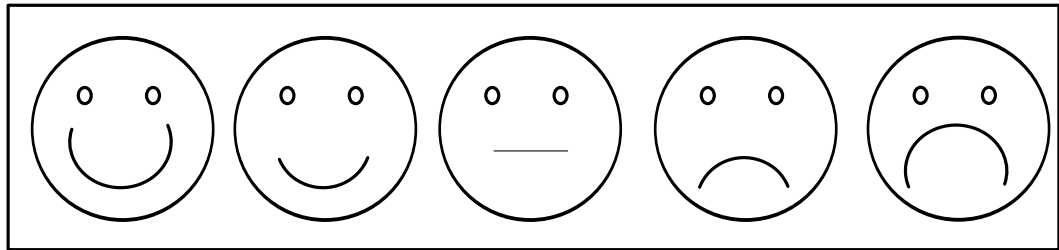


Figura 2.3: Escala facial

- *Escala Hedónica.* Es una escala afectiva, generalmente se utilizan 7 etiquetas que van desde *me gusta muchísimo*, hasta *me disgusta muchísimo*, pasando por *ni me gusta ni me disgusta*.
- *De acción.* Los valores de la escala están representados por términos que indican la acción que pudiera motivar el producto en el consumidor, por ejemplo: *lo comería siempre*, *no lo comería nunca* y otras semejantes.

B) Estructura de la Escala

Según la estructura de la escala, ésta puede clasificarse en:

- *Escala estructurada.* En este tipo de escala el significado de cada punto de la escala está indicado sobre el cuestionario de un modo lingüístico o numérico. Un ejemplo de escala estructurada con información lingüística puede contemplarse en la Figura 2.4.

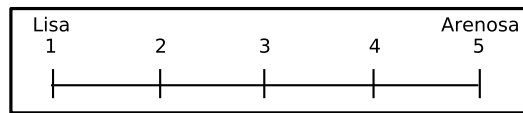


Figura 2.4: Escala estructurada para evaluar la rugosidad

- *Escala no estructurada.* Este tipo de escala está únicamente anclada por los dos extremos finales, los cuales están definidos por referencias, de modo que es el propio juez el que construye su propia escala [3]. Un ejemplo de escala no estructura puede observarse en la Figura 2.5.

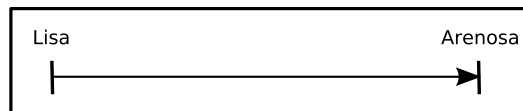


Figura 2.5: Escala no estructurada para evaluar la rugosidad

C) Equilibrio de la Escala

Normalmente, una escala está representada por un número impar de términos o puntos, donde el punto central (término central de la escala) representa el estado neutro y a ambos lados de éste se representan los términos favorables y desfavorables, positivos y negativos, etc.

Según el equilibrio de los términos en la escala, esta puede clasificarse en:

- *Escala balanceada.* En este tipo de escala el número de términos a la izquierda y a la derecha del término medio es el mismo.
- *Escala no balanceada.* En este tipo de escala el número de términos a la izquierda y a la derecha del término medio es distinto.

La necesidad de utilizar escalas no balanceadas en un proceso de evaluación sensorial puede aparecer, por ejemplo, en la valoración del dulzor de una bebida

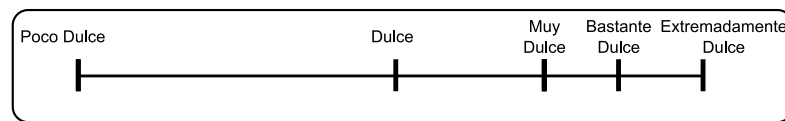


Figura 2.6: Escala no balanceada para evaluar el dulzor de un producto

azucarada. En este caso, como el objeto de estudio es conocer en qué grado el producto es dulce, y no cuando no lo es, es más adecuado utilizar una escala como la mostrada en la Figura 2.6.

Debido a que la información proporcionada por los jueces ha sido percibida a través de los sentidos, será modelada en esta memoria de investigación mediante etiquetas lingüísticas, ya que ha sido demostrado cómo este modelado ha ayudado a los jueces a expresar sus percepciones en los procesos de evaluación sensorial [109]. Así, los modelos propuestos ofrecerán escalas lingüísticas estructuradas para expresar las valoraciones de los objetos. Según el objetivo del proceso de evaluación sensorial podrán ser necesarias múltiples escalas lingüísticas o escalas lingüísticas no balanceadas y en esta memoria de investigación, desarrollaremos modelos de evaluación sensorial para manejar escalas lingüísticas para tales procesos de forma simbólica y precisa.

2.2.5. Pruebas Sensoriales

Para evaluar las diferencias, semejanzas, calidad, intensidad de los atributos sensoriales y la aceptación o el rechazo de un producto, se han desarrollado una serie de pruebas sensoriales.

Existen diversas formas de clasificarlas, aunque todos los autores coinciden en que éstas se dividen en dos grandes grupos [3, 90, 114, 136, 149, 150]: por una parte, las pruebas analíticas, orientadas al producto y compuestas por las pruebas discriminativas y descriptivas, que describen y diferencian los productos, y, por otra, las pruebas

afectivas (orientadas al consumidor), que tienen como objetivo poner en evidencia las preferencias y aversiones de los consumidores al producto objeto de estudio.

La Figura 2.7 esquematiza la principal diferencia entre ellas, así como algunos ejemplos de los tipos de pruebas que describiremos a continuación.

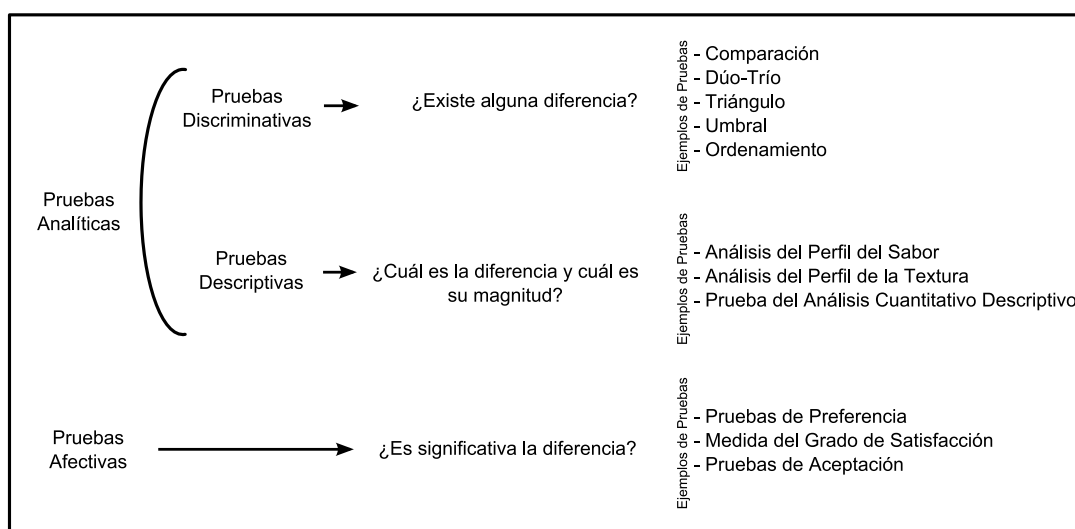


Figura 2.7: Pruebas de evaluación sensorial

2.2.5.1. Pruebas Analíticas

Las pruebas analíticas son utilizadas para evaluar productos en términos de diferencias o semejanzas, así como para identificar e indicar la magnitud de los atributos sensoriales.

Estas pruebas, en principio, se diferencian entre sí, pero tienen en común el acercamiento científico y los locales donde se realizan; salas o laboratorios sensoriales constituidos en cabinas individuales, con temperatura controlada, renovación de aire e higrometría, y los jueces por las que son realizadas, jueces analíticos.

Las pruebas analíticas, como hemos comentado anteriormente, se subdividen en pruebas discriminativas y descriptivas y son descritas en las siguientes secciones.

1) Pruebas Discriminativas

Este tipo de pruebas permiten establecer, si existen, diferencias entre dos o más muestras, pero sin indicar la magnitud ni el sentido de las diferencias [41]. Se trata de pruebas muy simples, tanto de realizar como de interpretar: los jueces perciben o no una diferencia en el atributo sensorial estudiado [146].

Estas pruebas están especialmente indicadas para las siguientes determinaciones [3, 149]:

1. Establecer si existen diferencias entre dos o más muestras.
2. Controlar la calidad de un producto.
3. Determinar el efecto de los cambios en el proceso de elaboración, en las materias primas, en la sustitución de un ingrediente, etc.

A continuación, vamos a describir brevemente y a mostrar un ejemplo de las pruebas analíticas más frecuentes [150]:

A) Comparación

Consiste en evaluar simultáneamente dos o más muestras con el objetivo de determinar si existe diferencia perceptible entre ellas. Se puede presentar un par o una serie de pares, teniendo en cuenta que sólo se distingan entre sí por el atributo sensorial objeto de estudio. Cada muestra se presentará codificada y en orden balanceado, de tal manera que cada una de ellas aparezca igual número de veces en la posición derecha e izquierda del par. La prueba es fácil de realizar, requiere poca cantidad de muestras y el agotamiento del juez es relativamente bajo. En la Figura 2.8 se muestra un ejemplo de ficha de prueba de comparación.

Nombre: _____ Apellidos: _____				
Ud. ha recibido una muestra de referencia (R), la cual va a comparar en cuanto a sabor con las muestras codificadas recibidas. Pruebe las muestras de izquierda a derecha. Recuerde que el vaso de agua que se le presenta es para que sea usado como agente enjuagante entre una degustación y otra. Marque con una (X) según el grado de diferencia que Ud. encuentre.				
	Muestras			
Escala de Diferenciación	11	21	37	43
Ninguna:	—	—	—	—
Ligera:	—	—	—	—
Moderada:	—	—	—	—
Mucha:	—	—	—	—
Extrema:	—	—	—	—

Figura 2.8: Ficha de prueba de comparación

B) Dúo-Trío

En esta prueba se presenta al juez una muestra identificada como referencia o control y dos muestras debidamente codificadas, de las cuales una necesariamente tiene que ser igual a la referencia. El par de muestra debe estar dispuesto aleatoriamente, y la tarea del juez es identificar cuál de las muestras incógnitas es igual a la referencia. La prueba es fácil y sencilla de realizar, sin embargo, requiere un esfuerzo mayor por parte del juez y mayor tiempo de preparación que la prueba de comparación. Una ficha de una prueba de Dúo-Trío se muestra en la Figura 2.9.

C) Triángulo

Las pruebas triangulares [3] consisten en presentar al juez dos muestras iguales y una diferente, con el objetivo de que sea reconocida justamente cuál es la muestra diferente. Es una prueba muy sencilla y fácil de realizar.

Nombre: _____		
Apellidos: _____		
Deguste la primera muestra que corresponde a la de control. Descanse un minuto y deguste las dos muestras numeradas. Señale cual de ellas es igual a la de control encerrándola en un círculo. Enjuáguese la boca antes de evaluar cada muestra.		
Control	Muestra	Muestra
R	123	589

Figura 2.9: Ficha de prueba de dúo-trío

En la Figura 2.10 se muestra un ejemplo de ficha de prueba de triángulo.

Nombre: _____ Apellidos: _____		
A continuación se presentan 3 muestras de las cuales dos son iguales y una diferente. Pruébelas cuidadosamente de izquierda a derecha y encierre en un círculo la muestra diferente. Enjuáguese la boca entre una muestra y otra. Si estima necesario dé sugerencias.		
Muestra A	Muestra B	Muestra C
Sugerencias: _____		

Figura 2.10: Ficha de prueba de triángulo

D) Umbral

En esta prueba se presenta una serie de muestras con diferentes concentraciones de un mismo estímulo y el juez debe indicar para cada muestra si detecta el estímulo.

En la Figura 2.11 se muestra un ejemplo de ficha de prueba de umbral.

Nombre: _____ Apellidos: _____ Ud. ha recibido 6 muestras, pruébelas cuidadosamente comenzando por la primera de la izquierda, continúe en orden sucesivo. Marque con una (x) en cual solución Ud. detecta un sabor diferente de agua. Soluciones 1 2 3 4 5 6 7 — — — — — — —
--

Figura 2.11: Ficha de prueba de umbral

E) Ordenamiento

La prueba consiste en colocar dos o más muestras de manera desordenada, y el juez debe ordenarlas de menor a mayor o viceversa de acuerdo con un atributo sensorial dado. El número de muestras se limita por la naturaleza del estímulo, el órgano de los sentidos que interviene en la evaluación y el nivel de entrenamiento de los jueces. Hay que tener en cuenta que no se puede suministrar un número excesivo de muestras porque origina fatiga sensorial.

En la Figura 2.12 se muestra un ejemplo de ficha de prueba de ordenamiento.

Nombre: _____ Apellidos: _____ Pruebe las muestras de izquierda a derecha, ordénelas en forma decreciente según su intensidad en amargor. Muestras: 123, 564, 869 Más Amargo —————> Menos Amargo _____

Figura 2.12: Ficha de prueba de ordenamiento

2) Pruebas Descriptivas

Denominadas también *perfiles*, permiten hacer una especie de carné de identidad muy preciso del producto por medio de descriptores. Se pide a los jueces que utilicen descriptores para describir el producto y medir las intensidades correspondientes.

Sus principales aplicaciones son:

1. *Elaboración de perfiles sensoriales*. Aplicación sumamente útil en las primeras etapas de elaboración de un producto porque establece las condiciones iniciales del mismo.
2. *Comparación de productos*. Igualación de productos o comparación entre ellos, en la que se establece dónde están las diferencias y en qué medida, de modo que guía en los cambios que hay que realizar en el producto.
3. *Efectos de cambios en la materia prima o condiciones de proceso*. Un cambio de materia prima o en un proceso puede implicar varios cambios sensoriales y con diferentes magnitudes.
4. *Identificación de atributos clave*. Un producto puede poseer 40 o más atributos sensoriales, pero no todos son igual de relevantes.
5. *Estudios de vida útil o en condiciones extremas de almacenamiento*. Para establecer y modelar los cambios que sufre un producto durante el almacenamiento o congelación.

Cabe señalar que la información que se genera es completamente analítica y no puede estimarse, a partir de ella, el comportamiento del consumidor. Para esto es necesario utilizar pruebas afectivas que se revisarán en la Sección 2.2.5.2.

Este tipo de pruebas tienen principalmente un carácter analítico y, al igual que en las pruebas dicriminativas, deben ser realizadas por jueces analíticos, variando el grado de entrenamiento en función de la prueba y del objetivo del proceso de evaluación sensorial [43].

En este tipo de pruebas, la definición de los atributos sensoriales es de especial relevancia en el análisis descriptivo, ya que uno de los objetivos es el de establecer una terminología compartida e interpretada del mismo modo por todos los jueces analíticos.

Algunos atributos sensoriales no pueden ser descritos por un solo criterio, sino como una combinación o agrupación de varias características que conformen el atributo en cuestión [4, 5, 37, 43]. Es especialmente aplicable a los casos del sabor y de la textura [137].

Según la literatura científica [3, 43, 149, 150] las pruebas descriptivas más frecuentes son:

A) Análisis del Perfil del Sabor

Este análisis es un método cualitativo y semi-cuantitativo que consiste en describir el olor y sabor integral de un producto, así como sus atributos sensoriales individuales [43]. A través de él se definen el orden de aparición de cada atributo, grado de intensidad de cada uno de ellos, sabor residual e impresión general del sabor y el olor.

Permite obtener un cuadro sensorial completo de todos los atributos sensoriales relacionados con el aroma y el sabor del producto estudiado.

Una ficha de una prueba de análisis del perfil del sabor se muestra en la Figura 2.13.

B) Análisis del Perfil de la Textura

El análisis del perfil de la textura de un producto, particularmente de un alimento, presenta cierta complejidad a la hora de evaluar sus características mecánicas,

Nombre: _____	
Apellidos: _____	
Producto: Refresco de Cola	
Analice las muestras en cuanto a la intensidad de las características del sabor y del aroma que describen al producto, teniendo en cuenta el orden de aparición de las mismas.	
INTENSIDAD:	
No presenta	
Ligera	
Moderada	
Intensa	
Extrema	
Aroma	Intensidad
Cola	_____
Dulce	_____
Sabor	Intensidad
Cola	_____
Vainilla	_____
Dulce	_____
Astringente	_____

Figura 2.13: Ficha de prueba de análisis de perfil del sabor

geométricas y su intensidad, así como el orden en el que se presentan en todos los estados (desde que se produce el contacto con el alimento hasta que es consumido por completo) [41, 137].

La prueba de perfil de la textura comprende los siguientes parámetros:

- *Características Mecánicas.* Relativas a la reacción del alimento ante el esfuerzo.

Las más importantes se nombran utilizando términos como: duro, firme, blando, consistente, suave, frágil, crujiente, quebradizo, viscoso, espeso, aguado, adhesivo, pegajoso y otros.

- *Características Geométricas.* Asociadas a la forma y tamaño de las partículas que se perciben: granuloso, grumoso, áspero, arenoso y otros.

En la Figura 2.14 se muestra un ejemplo de ficha de prueba de análisis del perfil de la textura.

Nombre: _____	
Apellidos: _____	
Marque con una línea vertical sobre la línea horizontal, el punto que mejor describa la intensidad de cada uno de los atributos que describen la textura del producto	
Dureza	
Adhesividad	
Arenosidad	
Aspereza	
Humedad	
Resequedad Bucal	
	Poca Mucha

Figura 2.14: Ficha de prueba de análisis de perfil de la textura

C) Prueba de Análisis Cuantitativo Descriptivo

La prueba de análisis cuantitativo descriptivo conocido como QDA (Quantitative Descriptive Analysis) [135] está basada en las pruebas de análisis del sabor y de la textura ya descritas anteriormente. La prueba tiene como objetivo identificar y medir todas las características sensoriales de un producto.

En la Figura 2.15 se muestra un ejemplo de ficha de prueba de QDA.

A) Pruebas de Preferencia

En estas pruebas se pretende saber si los jueces prefieren una determinada muestra frente a otra. En este caso, no se busca la capacidad de los jueces para discriminar muestras, simplemente se quiere conocer su opinión como consumidor habitual del producto. Una ficha de una prueba de preferencia se muestra en la Figura 2.16.

Nombre: _____ Apellidos: _____
Producto: Manzana
Pruebe las dos muestras que tiene ante Ud. en el siguiente orden.
Muestra 134, en primer lugar.
Muestra 234, en segundo lugar.
Indique que muestra prefiere: ☐

Figura 2.16: Ficha de prueba de preferencia

B) Pruebas de Grado de Satisfacción

Cuando se pretende evaluar más de dos muestras a la vez, o se quiere obtener más información acerca de un producto que en la prueba anterior, se realiza este tipo de prueba. Para ello, se recurre a unas escalas hedónicas que serán los instrumentos para medir las sensaciones producidas por el producto en el juez afectivo, ya sean placenteras o desagradables [3].

En la Figura 2.17 se muestra un ejemplo de ficha de prueba de grado de satisfacción.

Nombre: _____			
Apellidos: _____			
Producto: Perfume			
Evalúe las siguientes propiedades del producto			
	Agradable	Ni agradable ni desagradable	Desagradable
Color			
Textura			
Olor			

Figura 2.17: Ficha de prueba de grado de satisfacción

C) Pruebas de Aceptación

El deseo de una persona de adquirir un producto es lo que se llama aceptación [133], y no sólo depende de la impresión agradable o desagradable que reciba el individuo al probar un producto, sino también de aspectos culturales, socioeconómicos, etc.

En la Figura 2.18 se muestra un ejemplo de ficha de prueba de aceptación.

Una vez realizada una revisión de los atributos sensoriales, los factores que influyen en la evaluación sensorial, los jueces que pueden participar en dicha evaluación, los tipos de escalas que se pueden utilizar y los distintos tipos de pruebas, hemos obtenido una visión general de la evaluación sensorial, objetivo que perseguíamos con esta revisión.

Nombre: _____
Apellidos: _____

Producto: Refresco de Cola
Evalúe las siguientes propiedades del producto

	Me gusta mucho	Me gusta	Ni me gusta ni me disgusta	Me disgusta
Color				
Sabor				
Textura				
Densidad				
Aspecto				
Olor				

Figura 2.18: Ficha de prueba del grado de aceptación

Capítulo 3

Modelado Lingüístico Difuso

Nuestro interés se centra en los procesos de evaluación sensorial donde la información proporcionada por los jueces ha sido percibida a través de los sentidos, lo que implica incertidumbre e imprecisión. Dicha incertidumbre no tiene un carácter probabilístico, ya que está asociada a la imprecisión de las valoraciones de los jueces [107]. Como vimos anteriormente, el uso de la *Lógica Difusa* y el *Enfoque Lingüístico Difuso* [163] facilita el tratamiento de este tipo de información. Por tanto, consideramos que el uso de un modelado adecuado para el tratamiento de la incertidumbre e imprecisión mejorará los resultados en los procesos de evaluación sensorial. El uso del enfoque lingüístico difuso ha producido buenos resultados a la hora de modelar la información vaga e imprecisa en diversos campos de aplicación [6, 13, 82, 85, 106, 154]. Dicha aproximación está basada en la teoría de conjuntos difusos.

En este capítulo, revisamos conceptos básicos de la teoría de conjuntos difusos necesarios para manejar información lingüística. Debido a la importancia del enfoque lingüístico difuso en nuestra investigación, éste se abordará en profundidad en la Sección 3.2. El uso de información lingüística implica la realización de operaciones con palabras, por lo que revisaremos los modelos clásicos y el modelo de representación lingüístico basado en 2-tuplas con su modelo computacional, el cual utilizaremos en

nuestra memoria para operar con la información lingüística en los procesos de evaluación sensorial propuestos posteriormente.

Este capítulo está estructurado como sigue: en primer lugar, describimos las nociones y conceptos básicos de la teoría de conjuntos difusos. A continuación, revisamos el enfoque lingüístico difuso. Para finalizar, revisamos modelos computacionales para operar con palabras, describiendo con mayor detalle el modelo basado en 2-tupla lingüística.

3.1. Nociones y Conceptos Básicos de la Teoría de Conjuntos Difusos

La teoría de conjuntos difusos propuesta por L. Zadeh en la década de los 60 [162] tenía por objeto modelar aquellos problemas donde el enfoque de la teoría clásica de conjuntos resultaba insuficiente o no operativa. Dicha teoría generaliza la noción de conjunto e introdujo el concepto de *conjunto difuso* como aquel conjunto cuya frontera no es precisa. Los conjuntos difusos surgen como una nueva forma de representar la imprecisión y la incertidumbre [95, 166] diferente al tratamiento tradicional llevado a cabo por la teoría clásica de conjuntos y la teoría de la probabilidad.

A lo largo de las cinco décadas de existencia de la Teoría de Conjuntos Difusos, gran cantidad de investigadores le han prestado atención en sus investigaciones y la han aplicado en dos vertientes principales [121]:

1. Como una teoría matemática formal [86, 115], ampliando conceptos e ideas de otras áreas de la matemática como, por ejemplo, el Álgebra, la Teoría de Grafos, la Topología, etc., al aplicar conceptos de la Teoría de Conjuntos Difusos a dichas áreas.
-

2. Como una herramienta potente para tratar situaciones del mundo real en las que aparece incertidumbre (imprecisión, vaguedad, inconsistencia, etc.). Debido a la generalidad de esta teoría, ésta se adapta con facilidad a diferentes contextos y problemas. De esta forma, se ha demostrado como una herramienta de gran utilidad en numerosas áreas como, por ejemplo: toma de decisión [6, 13, 18, 68, 82, 157], evaluación sensorial [106, 109, 128], servicios electrónicos inteligentes [101, 104, 108], evaluación de la calidad informativa de documentos Web [83, 84, 85, 142], modelos de recuperación de información [19, 20, 74, 75, 79, 80, 81], diagnósticos clásicos [44], teoría de sistemas [23, 120], bases de datos [21, 161], operadores de agregación [62, 145, 154], etc.

En este apartado, haremos una pequeña revisión de los conceptos básicos de la teoría de conjuntos difusos que utilizaremos en esta memoria. Esta introducción no pretende ser exhaustiva sino una breve presentación de dichos conceptos. Para mayor detalle, véase [95].

3.1.1. Conjuntos Difusos y Funciones de Pertenencia

La noción de conjunto refleja la idea de agrupar colecciones de objetos que cumplan una o varias propiedades que caractericen a dicho conjunto. Una propiedad puede ser considerada como una función que le asigna un valor en el conjunto $\{0, 1\}$ a cada elemento del universo de discurso, U , de forma que si el elemento pertenece al conjunto, es decir, cumple la propiedad, se le asigna el valor 1, o, en caso contrario, el valor 0.

La teoría de conjuntos difusos se fundamenta en el concepto de *conjunto difuso* [162] que suaviza el requerimiento anterior y admite valores intermedios en la función característica, que se denomina *función de pertenencia*. Esto permite una interpretación más realista de la información, puesto que la mayoría de las categorías que describen

los objetos del mundo real, no tienen unos límites claros y bien definidos.

Un conjunto difuso puede definirse como una colección de objetos con valores de pertenencia entre 0 (exclusión total) y 1 (pertenencia total). Los valores de pertenencia expresan los grados con los que cada objeto es compatible con las propiedades o características distintivas de la colección. Formalmente podemos definir un conjunto difuso como sigue.

Definición 1. *Un conjunto difuso $\tilde{A}$ sobre un dominio o universo de discurso U está caracterizado por una función de pertenencia que asocia a cada elemento del conjunto el grado de pertenencia a dicho conjunto, asignándole un valor en el intervalo $[0, 1]$:*

$$\mu_{\tilde{A}}: U \rightarrow [0, 1]$$

Así, un conjunto difuso $\tilde{A}$ sobre U puede representarse como un conjunto de pares ordenados de un elemento perteneciente a U y su grado de pertenencia, $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in U, \mu_{\tilde{A}} \in [0, 1]\}$. Por ejemplo, consideremos el concepto de *alimento ácido*, en un contexto donde los alimentos oscilan entre 0 y 7 pH. Como es de suponer, un alimento que tenga un valor 0 de pH no se puede considerar como un alimento *ácido* por lo que su grado de pertenencia al conjunto de alimento ácido sería de 0. Por el contrario, un alimento que posea un pH de 5 lo consideramos *un poco ácido*, por lo que su grado de pertenencia al conjunto es de 0.7, $\mu_5(x) = 0.7$.

Las gráficas que representan una función de pertenencia pueden adoptar distintas formas (ver Figura 3.1), cumpliendo propiedades específicas, pero es el contexto de la aplicación el que determina la representación más adecuada en cada caso. Puesto que las valoraciones lingüísticas dadas por los usuarios son únicamente aproximaciones, algunos autores [47] consideran que las funciones de pertenencia paramétricas lineales son suficientemente buenas para capturar la imprecisión de tales valoraciones lingüísticas.

La representación paramétrica es obtenida a partir de una 4-tupla (a, b, d, c) , donde b y d indican el intervalo en que el valor de pertenencia es 1, y donde a y c indican los límites izquierdo y derecho del dominio de definición de la función de pertenencia trapezoidal. Un caso particular de este tipo de representación, son las valoraciones lingüísticas cuyas funciones de pertenencia son triangulares, es decir, $b = d$. Por tanto, se representan por medio de una 3-tupla (a, b, c) . Otros autores usan otro tipo de funciones como, por ejemplo, las funciones Gaussianas [19].

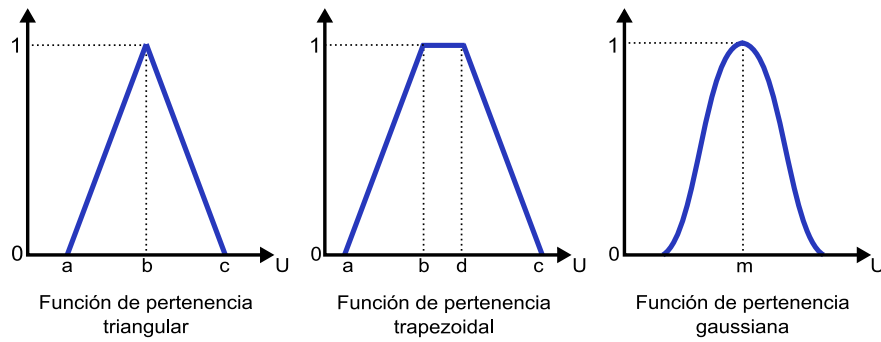


Figura 3.1: Representación gráfica de las funciones de pertenencia triangular, trapezoidal y gaussiana

3.1.2. Definiciones Básicas Relacionadas con Conjuntos Difusos

A continuación, introducimos otros conceptos básicos a la hora de trabajar con conjuntos difusos como son: el *soporte*, la *altura*, *conjunto de niveles* y el α -corte de un conjunto difuso.

Definición 2. Se define el **soporte** de un conjunto difuso $\tilde{A}$ en el universo U , como el conjunto formado por todos los elementos de U cuyo grado de pertenencia a $\tilde{A}$ sea mayor que 0:

$$\text{supp}(\tilde{A}) = \{x \in U \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$

Definición 3. Se define la **altura** de un conjunto difuso $\tilde{A}$ como el mayor grado de pertenencia de todos los elementos de dicho conjunto:

$$h(\tilde{A}) = \max\{\mu_{\tilde{A}} / x \in U\}$$

Definición 4. El α -**corte** de un conjunto difuso $\tilde{A}$ es el conjunto formado por todos los elementos del universo U cuyos grados de pertenencia en $\tilde{A}$ son mayores o iguales que el valor de corte $\alpha \in [0, 1]$:

$$\alpha_{\tilde{A}} = \{x \in U / \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

Definición 5. Se denomina **conjunto de niveles** de un conjunto difuso $\tilde{A}$, al conjunto de grados de pertenencia de sus elementos:

$$L(\tilde{A}) = \{a / \mu_{\tilde{A}}(x) = a, x \in U\}$$

3.2. El Enfoque Lingüístico Difuso

Los problemas presentes en el mundo real presentan aspectos que pueden ser de distinta naturaleza. Cuando dichos aspectos o fenómenos son de naturaleza cuantitativa, éstos se valoran fácilmente utilizando valores numéricos más o menos precisos. Sin embargo, cuando la naturaleza de tales aspectos no es cuantitativa sino cualitativa o cuando la información es vaga e imprecisa, no es sencillo ni adecuado utilizar un modelado de preferencias numérico. En estos casos, se ha mostrado adecuado el uso del modelado lingüístico, ya que mejora la fiabilidad y flexibilidad.

Este tipo de aspectos suele aparecer frecuentemente en problemas que presentan incertidumbre en los que se pretenden evaluar fenómenos relacionados con percepciones y relaciones de los seres humanos (diseño, gusto, diversión, etc.). En estos casos, se suelen utilizar palabras del lenguaje natural (bonito, feo, dulce, salado, simpático,

mucha, poca, etc.) en lugar de valores numéricos para emitir tales valoraciones. Tal y como se indica en [30, 165], el uso de un modelado lingüístico de preferencias puede deberse a varias razones:

- La información disponible con la que trabajan los expertos es demasiado vaga o imprecisa para ser valorada utilizando valores numéricos precisos.
- Situaciones en las que la información no puede ser cuantificada debido a su naturaleza y sólo puede *medirse* utilizando términos lingüísticos. Por ejemplo, para evaluar el *confort* o el *diseño* de un coche [99], el uso de términos como *bueno*, *medio* y *malo*, suele ser habitual.
- Información cuantitativa que no puede medirse porque no están disponibles los elementos necesarios para llevar a cabo una medición exacta o porque el coste de su medición es muy elevado. En este caso, el uso de un *valor aproximado* que permita reflejar los distintos valores del problema puede ser adecuado. Por ejemplo, imaginemos una situación en la que se pretende evaluar la *velocidad* de un coche al recorrer una distancia determinada y no disponemos de cronómetro, sirviéndonos tan sólo de nuestras percepciones. Entonces, en lugar de valores numéricos, podemos utilizar términos lingüísticos como, por ejemplo, *rápido*, *muy rápido*, *lento*, etc., para medir la *velocidad*.

En la literatura existen diferentes enfoques para modelar la información lingüística [97, 111, 112, 152, 163]. En esta memoria, nosotros utilizaremos el enfoque lingüístico difuso, ya que proporciona un método directo para modelar información lingüística mediante variables lingüísticas, cuyo dominio de expresión son conjuntos de palabras o términos lingüísticos [163].

El enfoque lingüístico difuso, que tiene como base teórica la Teoría de Conjuntos Difusos, se ha mostrado como una técnica eficaz para valorar aspectos de naturaleza cualitativa [1, 6, 15, 44, 46, 66, 152, 159]. Para ello, representa los aspectos cualitativos como valores lingüísticos, utilizando *variables lingüísticas* cuyo dominio de expresión son conjuntos de palabras o términos lingüísticos [163].

Definición 6. *Una variable lingüística está caracterizada por una quintupla $(H, T(H), \mathcal{U}, G, M)$, en la que:*

- *H es el nombre de la variable.*
- *$T(H)$ es el conjunto de valores lingüísticos o etiquetas lingüísticas.*
- *$\mathcal{U}$ es el universo de discurso de la variable.*
- *G es una regla sintáctica (que normalmente toma forma de gramática) para generar los valores de $T(H)$.*
- *M es una regla semántica que asocia a cada elemento de $T(H)$ su significado. Para cada valor $L \in T(H)$, $M(L)$ será un subconjunto difuso de $\mathcal{U}$.*

Una variable lingüística se caracteriza por un *valor sintáctico* o *etiqueta* y por un *valor semántico* o *significado*. La etiqueta es una palabra o frase perteneciente a un conjunto de términos lingüísticos y el significado de dicha etiqueta viene dado por un subconjunto difuso en un universo de discurso. Al ser las palabras menos precisas que los números, el concepto de variable lingüística es una buena propuesta para caracterizar aquellos fenómenos que no son adecuados para poder ser evaluados mediante valores numéricos precisos.

Para resolver un problema desde el punto del vista del enfoque lingüístico difuso es necesario llevar a cabo dos operaciones fundamentales:

1. Elección de una adecuada sintaxis del conjunto de términos lingüísticos, $T(H)$.
2. Definición de la semántica asociada a cada término lingüístico.

Ambas operaciones se describen en la siguientes secciones.

3.2.1. Elección de una Adecuada Sintaxis del Conjunto de Términos Lingüísticos

Para que una fuente de información pueda expresar con facilidad su información y conocimiento es necesario que disponga de un conjunto apropiado de descriptores lingüísticos. Un aspecto muy importante, que es necesario analizar con el fin de establecer la descripción de una variable lingüística, es *la granularidad de la incertidumbre* [17], es decir, la cardinalidad del conjunto de términos lingüísticos usado para expresar y representar la información.

Se dice que un conjunto de términos lingüísticos tiene:

- Una granularidad baja o un tamaño de grano grueso cuando la cardinalidad del conjunto de etiquetas lingüísticas es pequeña. Esta granularidad es adecuada cuando el conocimiento de los expertos sobre la variable a valorar es bajo. Sin embargo, si el experto tiene un alto grado de conocimiento, este tipo de granularidad puede producir una pérdida de expresividad y, por lo tanto, de información.
 - Una granularidad alta o un tamaño de grano fino cuando la cardinalidad del conjunto de etiquetas lingüísticas es alta. Esta granularidad es adecuada cuando el conocimiento de los expertos sobre la variable a valorar es alto. Sin embargo, si el experto tiene un grado de conocimiento bajo, este tipo de granularidad
-

puede producir una excesiva complejidad, de modo que el experto no sea capaz de discernir qué etiqueta representa mejor su valoración.

A continuación, vamos a mostrar un ejemplo de idoneidad de granularidad en un conjunto de etiquetas para una variable lingüística.

Supongamos que se le pide a un grupo de sujetos que valore el color de un objeto. En [40] fue demostrado que la percepción del color es diferente entre hombres y mujeres, siendo la percepción de ellas más precisa que la de ellos. Es fácil de prever que los sujetos de género femenino se sientan más cómodos utilizando las escalas que aparecen en las Figuras 3.2 y 3.3, pudiéndose producir una pérdida de información si se les fuerza a utilizar la escala de la Figura 3.4.

En cambio, los sujetos de género masculino puede sentirse frustrados al utilizar las escalas de las Figuras 3.2 y 3.3 porque no son capaces de discernir qué etiqueta representa mejor su valoración. Por tanto, para ellos será más adecuado utilizar la escala de la Figura 3.4.

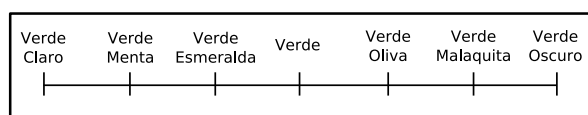


Figura 3.2: Escala para la tonalidad de verde con 7 etiquetas

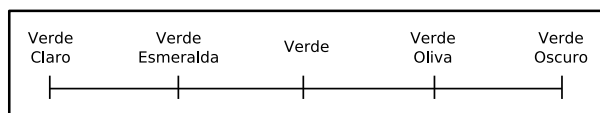


Figura 3.3: Escala para la tonalidad de verde con 5 etiquetas

Por lo tanto, podemos afirmar que la cardinalidad de un conjunto de términos lingüísticos no debe ser demasiado pequeña como para imponer una restricción de

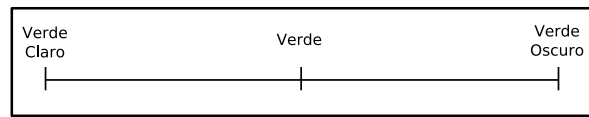


Figura 3.4: Escala para la tonalidad de verde con 3 etiquetas

precisión a la información que quiere expresar cada fuente de información, y debe ser lo suficientemente grande como para permitir hacer una discriminación de las valoraciones en un número limitado de grados. Habitualmente, la cardinalidad usada en los modelos lingüísticos suele ser un valor impar como 7 ó 9, no superando las 11 ó 13 etiquetas. El término medio representa una valoración de *aproximadamente 0.5* y el resto de los términos se distribuye alrededor de éste [17]. Estos valores clásicos de cardinalidad parecen estar dentro de la línea de observación de Miller [113] sobre la capacidad humana, en la que se indica que se pueden manejar razonablemente y recordar alrededor de 7 ó 9 términos diferentes.

En esta memoria de investigación centrada en procesos de evaluación sensorial, la granularidad de la incertidumbre representa un aspecto crucial, ya que existen diferencias en la sensibilidad individual en gustos, sonidos, formas, iluminación, olores, etc. y ésta puede ser reforzada por la variabilidad de la educación, nivel social, cultura y personalidad, como se señaló en la Sección 2.2.1. Por tanto, puede ocurrir que los jueces que participan en un proceso de evaluación sensorial necesiten múltiples escalas lingüísticas para expresar sus valoraciones. Dicho aspecto será clave en los modelos de evaluación sensorial que presentamos en nuestra investigación.

Una vez establecida la cardinalidad, se aplicará un mecanismo para generar la sintaxis de los términos lingüísticos. Existen dos enfoques para esto, el primero define la sintaxis a partir de una gramática libre de contexto y el segundo utiliza una escala con un orden total definido. A continuación, analizamos brevemente ambos mecanismos.

1. Enfoque Basado en una Gramática Libre de Contexto

Una posibilidad para generar el conjunto de términos lingüísticos consiste en utilizar una gramática libre de contexto G , donde el conjunto de términos pertenece al lenguaje generado por G [16, 19, 163, 164]. Una gramática generadora, G , es una 4-tupla (V_N, V_T, I, P) , siendo V_N el conjunto de símbolos no terminales, V_T el conjunto de símbolos terminales, I el símbolo inicial y P el conjunto de reglas de producción. La elección de estos cuatro elementos determinará la cardinalidad y forma del conjunto de términos lingüísticos. El lenguaje generado debería ser lo suficientemente grande para que pueda describir cualquier posible situación del problema.

De acuerdo con las observaciones de Miller [113], el lenguaje generado no tiene que ser infinito, sino más bien fácilmente comprensible.

Por ejemplo, entre los símbolos terminales y no terminales de G podemos encontrar términos primarios (por ejemplo: *alto*, *medio*, *bajo*), modificadores (por ejemplo: *no*, *mucho*, *muy*, *más o menos*), relaciones (por ejemplo: *mayor que*, *menor que*) y conectivos (por ejemplo: *y*, *o*, *pero*). Construyendo I como cualquier término primario, el conjunto de términos lingüísticos $T(H) = \{muy\ alto, alto, alto\ o\ medio, etc.\}$ se genera usando P .

2. Enfoque Basado en Términos Primarios con una Estructura Ordenada

Una alternativa para reducir la complejidad de definir una gramática consiste en dar directamente un conjunto de términos distribuidos sobre una escala con un orden total definido [18, 64, 159]. Por ejemplo, consideremos el siguiente conjunto de siete

etiquetas $T(H) = \{N, MB, B, M, A, MA, P\}$:

$$\begin{aligned} s_0 &= N = Nada & s_1 &= MB = Muy_Bajo & s_2 &= B = Bajo \\ s_3 &= M = Medio & s_4 &= A = Alto & s_5 &= MA = Muy_Alto \\ s_6 &= P = Perfecto \end{aligned}$$

donde $s_i < s_j$ si y sólo si $i < j$.

En estos casos, es necesario que el conjunto de términos lingüísticos satisfagan las siguientes condiciones adicionales [158].

1. Existe un operador de negación. Por ejemplo, $Neg(s_i) = s_j$, $j = g - i$ ($g+1$ es la cardinalidad de $T(H)$).
2. Tiene un operador de maximización: $\max(s_i, s_j) = s_i$ si $s_i \geq s_j$.
3. Tiene un operador de minimización: $\min(s_i, s_j) = s_i$ si $s_i \leq s_j$.

Nosotros utilizamos el enfoque basado en términos primarios con una estructura ordenada en nuestra memoria de investigación.

3.2.2. Semántica del Conjunto de Términos Lingüísticos

Como hemos visto además de la sintaxis, el enfoque lingüístico difuso define una semántica para dar significado a cada una de las etiquetas del conjunto de términos. En la literatura existen varios enfoques para definir la semántica del conjunto de etiquetas lingüísticas [18, 144], siendo uno de los más utilizados el enfoque basado en funciones de pertenencia [17, 19, 46, 98, 143]. Este enfoque define la semántica del conjunto de términos lingüísticos utilizando números difusos en el intervalo $[0, 1]$ donde cada número difuso es descrito por una función de pertenencia.

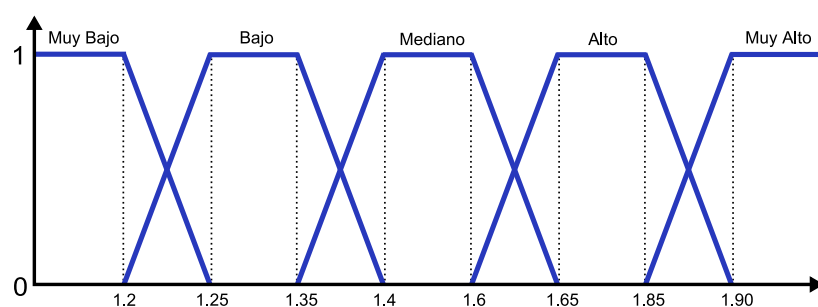


Figura 3.5: Definición semántica de la variable lingüística altura

En la Figura 3.5 se muestra la semántica de una variable lingüística que evalúa la altura de una persona, utilizando números difusos definidos por funciones de pertenencia trapezoidales:

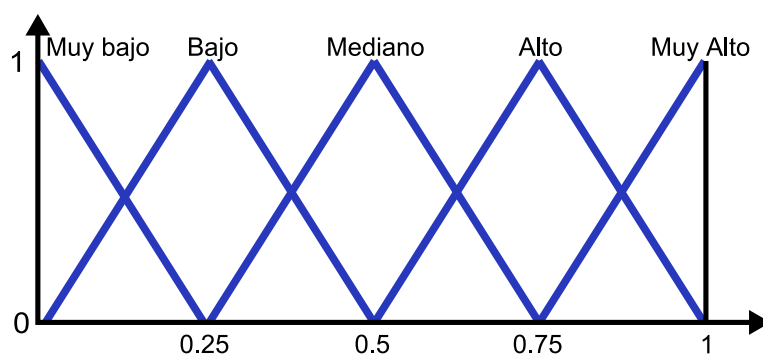


Figura 3.6: Conjunto de 5 etiquetas lingüísticas uniformemente distribuidas

La Figura 3.6 muestra un conjunto similar al anterior, con igual sintaxis pero ahora su semántica es representada con funciones de pertenencia triangulares.

Este enfoque implica establecer las funciones de pertenencia asociadas a cada etiqueta. Esta tarea presenta el problema de determinar los parámetros según los puntos de vista de todas las fuentes de información. En la realidad, es difícil que todas las fuentes de información propongan exactamente las mismas funciones de pertenencia asociadas a los términos lingüísticos, debido a que cada una de ellas puede interpretar de forma parecida, pero a la vez diferente, el mismo concepto. Por ejemplo,

dos percepciones muy cercanas pero diferentes de la evaluación del concepto *excelente* pueden verse en la Figura 3.7.

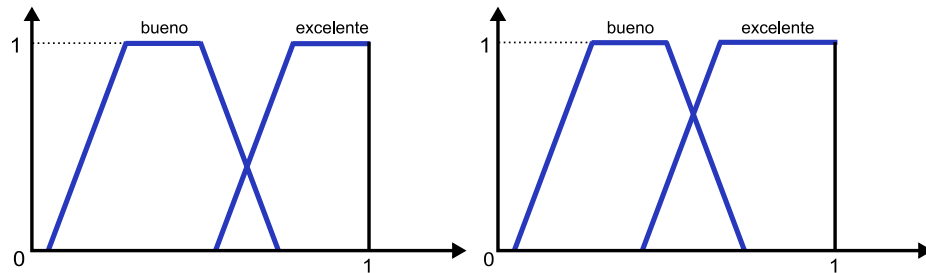


Figura 3.7: Distribuciones diferentes del concepto *excelente*

Por lo tanto, puede darse el caso de términos lingüísticos con una sintaxis similar pero con diferente semántica [66]. Este tipo de situaciones pueden presentarse en problemas con múltiples fuentes de información en contextos lingüísticos donde algunos expertos utilizan conjuntos de términos lingüísticos con igual sintaxis y cardinalidad pero con diferente semántica, también puede ocurrir en problemas con múltiples criterios.

3.2.3. Computación con Palabras

Los modelos de evaluación sensorial que proponemos en esta investigación ofrecen un marco de evaluación lingüístico. El uso de variables lingüísticas implica la necesidad de realizar procesos de computación con palabras, tales como comparación, negación y agregación de variables lingüísticas. Dichos procesos se han llevado a cabo utilizando distintos modelos:

- *Modelo Basado en el Principio de Extensión* [44]. En él las operaciones se realizan utilizando la aritmética difusa [50] sobre los números difusos que soportan la semántica de las etiquetas lingüísticas. Por tanto, los resultados obtenidos son

números difusos y para expresarlos mediante etiquetas lingüísticas hay que llevar a cabo procesos de aproximación lingüística.

- *Modelo Simbólico* [46]. Las operaciones se realizan sobre los índices de las etiquetas lingüísticas que son valores discretos. Debido a la naturaleza discreta de estos valores para obtener un resultado final en el conjunto de etiquetas hay que realizar operaciones de aproximación.

Los modelos mencionados están basados en el uso del enfoque lingüístico y presentan una seria limitación como es la pérdida de precisión al realizar las operaciones sobre las etiquetas a la hora de resolver problemas definidos en contextos complejos como los mostrados en [45]. Para solventar estos problemas se desarrolló un modelo de representación de información lingüística basado en la 2-tupla [70, 71] con un conjunto de operadores que permiten operar con precisión en conjuntos de etiquetas simétricamente distribuidas.

- *Modelo Basado en la Representación 2-tupla Lingüística* [70, 71]. Las operaciones se realizan sobre información lingüística expresada mediante 2-tuplas, permitiendo trabajar en un dominio de expresión lingüístico, pero tratándolo como un universo continuo. Lo cuál, es una importante ventaja sobre los modelos anteriores, ya que no hay que realizar operaciones de aproximación para expresar los resultados, ganándose precisión en los mismos.

En la siguiente sección, revisamos el modelo de representación basado en las 2-tuplas y su modelo computacional, ya que es el utilizado en los modelos de evaluación sensorial propuestos en esta memoria para operar con información lingüística.

3.2.4. Modelo de Representación Lingüístico Basado en 2-tuplas

El modelo de representación lingüístico basado en 2-tuplas fue presentado en [71] para mejorar los problemas de pérdida de información en los procesos de computación con palabras de otros modelos [70]: Modelo basado en el Principio de Extensión [44] y Modelo Simbólico [46]. Además, se ha demostrado como un modelo útil en el tratamiento de contextos con múltiples escalas lingüísticas y con escalas lingüísticas no balanceadas [61, 65, 72], siendo estos contextos de gran interés para alcanzar nuestros objetivos, puesto que son contextos que queremos manejar en procesos de evaluación sensorial.

Este modelo se basa en el concepto de traslación simbólica.

Definición 7. Sea $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos, y $\beta \in [0, g]$ un valor en el intervalo de granularidad de S . La Traslación Simbólica de un término lingüístico s_i es un número valorado en el intervalo $[-.5, .5)$ que expresa la diferencia de información entre una cantidad de información expresada por el valor $\beta \in [0, g]$ obtenido en una operación simbólica y el valor entero más próximo, $i \in \{0, \dots, g\}$, que indica el índice de la etiqueta lingüística (s_i) más cercana en S .

A partir de este concepto, se presentó un nuevo modelo de representación para la información lingüística, el cuál usa como base de representación un par de valores o 2-tupla, (s_i, α_i) , donde $s_i \in S$ y $\alpha_i \in [-.5, .5)$.

Este modelo de representación define un conjunto de funciones que facilitan las operaciones sobre 2-tuplas.

Definición 8. Sea $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos y $\beta \in [0, g]$ un valor que representa el resultado de una operación simbólica entonces la 2-tupla lingüística que expresa la información equivalente a β se obtiene usando la siguiente

función:

$$\Delta : [0, g] \longrightarrow S \times [-.5, .5)$$

$$\Delta(\beta) = (s_i, \alpha), \text{ con } \begin{cases} s_i, & i = \text{round}(\beta) \\ \alpha = \beta - i, & \alpha \in [-.5, .5), \end{cases}$$

donde *round* es el operador usual de redondeo, s_i es la etiqueta con índice más cercano a β y α es el valor de la traslación simbólica.

Conviene señalar que Δ es biyectiva y $\Delta^{-1} : S \times [-.5, .5) \longrightarrow [0, g]$ es definida como $\Delta^{-1}(s_i, \alpha) = i + \alpha$. En este sentido, la 2-tupla $S \times [-.5, .5)$ queda identificada con un valor en el intervalo $[0, g]$.

Demostración.

Es trivial si consideramos la siguiente función.

$$\Delta^{-1} : S \times [-.5, .5) \longrightarrow [0, g]$$

$$\Delta^{-1}(s_i, \alpha) = i + \alpha = \beta.$$

Comentario 1. A partir de las definiciones anteriores, la conversión de un término lingüístico en una 2-tupla consiste en añadir el valor cero como traslación simbólica:

$$s_i \in S \longrightarrow (s_i, 0)$$

Este modelo de representación definió un modelo computacional asociado presentado en [71] en el que se definían:

1. *Operador de comparación de 2-tupla:* La comparación de información lingüística representada por medio de 2-tupla se realiza de acuerdo a un orden lexicográfico. Consideremos dos 2-tuplas (s_k, α_1) y (s_l, α_2) que representan cantidades de información:

- Si $k < l$, entonces (s_k, α_1) es menor que (s_l, α_2) .

- Si $k = l$, entonces

a) Si $\alpha_1 = \alpha_2$, entonces (s_k, α_1) y (s_l, α_2) representan la misma información.

b) Si $\alpha_1 < \alpha_2$, entonces (s_k, α_1) es menor que (s_l, α_2) .

c) Si $\alpha_1 > \alpha_2$, entonces (s_k, α_1) es mayor que (s_l, α_2) .

2. *Operador de negación de 2-tupla:* El operador de negación sobre una 2-tupla se define como:

$$Neg(s_i, \alpha) = \Delta(g - (\Delta^{-1}(s_i, \alpha))),$$

siendo $g + 1$ la cardinalidad del conjunto de etiquetas S .

3. *Operador de agregación de 2-tupla:* La agregación de información consiste en obtener un valor que resuma un conjunto de valores. En la literatura, podemos encontrar numerosos operadores de agregación que nos permiten combinar la información de acuerdo a distintos criterios. Cualquiera de estos operadores puede ser fácilmente extendido para trabajar con 2-tuplas usando funciones Δ y Δ^{-1} , que transforman valores numéricos en 2-tupla y viceversa sin pérdida de información. Algunos ejemplos de estos operadores son los siguientes:

Definición 9. Siendo $X = \{(s_1, \alpha_1), \dots, (s_n, \alpha_n)\}$ un conjunto de varias 2-tuplas lingüísticas, la 2-tupla que simboliza la media aritmética, $\bar{x}^e$, se calcula de la siguiente forma:

$$\bar{x}^e[(r_1, \alpha_1), \dots, (r_n, \alpha_n)] = \Delta \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \Delta^{-1}(r_i, \alpha_i) \right) = \Delta \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i \right).$$

Definición 10. Siendo $X = \{(s_1, \alpha_1)_1, \dots, (s_n, \alpha_n)_n\}$, $s_j \in S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto ordenado de 2-tuplas, siendo $(s_j, \alpha_j)_k$ el k -ésimo elemento mayor del conjunto X , la 2-tupla que simboliza la mediana, $Me(X)$, se define de la siguiente

forma:

$$Me(X) = \begin{cases} Me(X) = (s_j, \alpha_j)_{\frac{n+1}{2}} & \text{si } n \text{ is impar} \\ Me(X) = (s_j, \alpha_j)_{\frac{n}{2}} & \text{si } n \text{ is par} \end{cases}$$

Cuando n es par, el valor de la Mediana no es único, $Me(X) \in [(s_j, \alpha_j)_{\frac{n}{2}}, (s_j, \alpha_j)_{\frac{n+1}{2}}]$.

Generalizando:

$$Me(X) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_j, \alpha_j)_{\frac{n}{2}} + \Delta^{-1}(s_j, \alpha_j)_{\frac{n+1}{2}}}{2}\right)$$

Capítulo 4

Nuevo Modelo de Evaluación Sensorial con Múltiples Escalas Lingüísticas

En los procesos de evaluación sensorial, las preferencias de los jueces son percibidas a través de sus órganos sensoriales. Este hecho hace que el conocimiento sobre los atributos sensoriales evaluados sea vago o al menos impreciso, por lo que su valoración se adapta mejor a un modelado cualitativo mediante el uso de etiquetas lingüísticas y no de valores numéricos precisos. En [109] fue introducido un modelo lingüístico de evaluación sensorial donde la información está modelada mediante información lingüística basada en el enfoque lingüístico difuso.

Por otro lado, el hecho de que participen varios jueces implica que en ocasiones puedan existir grados de variación de sensibilidad sensorial y su grado de conocimiento puede ser diferente. De ahí, que puedan necesitar evaluar la información en distintas escalas lingüísticas (información lingüística multigranular) para expresar sus preferencias. También puede ocurrir que se analicen diferentes atributos sensoriales de un producto mediante distintos sentidos y el grado de sensibilidad pueda ser distinto para cada uno de ellos, por lo que no todos los atributos deben necesitar el mismo grado de precisión y, por lo tanto, necesitarán diferentes escalas lingüísticas. En estos casos,

es necesario que el modelo de evaluación sensorial ofrezca un marco de evaluación con múltiples escalas lingüísticas.

Existen diversas propuestas en la literatura [105, 106] para llevar a cabo los procesos de evaluación sensorial en contextos lingüísticos multigranulares. Sin embargo, dichos modelos presentan serias limitaciones como son, limitar a los jueces a la hora de expresar sus valoraciones debido al marco limitado que ofrecen los modelos, la falta de precisión en los resultados y la complejidad en su uso. Estas limitaciones no son deseables en los procesos de evaluación sensoriales y están asociados al tipo de enfoque que utilizan estos modelos para manejar la información expresada en múltiples escalas lingüísticas.

Por ello, y debido a las necesidades mencionadas en los procesos de evaluación sensorial, nuestro objetivo es definir un modelo de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas capaz de dotar a los jueces de una total flexibilidad a la hora de expresar sus valoraciones, además de obtener resultados lingüísticos precisos al finalizar el proceso de evaluación sensorial. Dicha propuesta estará basada en un nuevo enfoque que recoge las mejores características de los enfoques existentes para manejar contextos lingüísticos multigranulares de forma precisa y con una representación simbólica.

De esta forma, la estructura del capítulo es la siguiente. Primero, revisaremos el modelo básico de evaluación sensorial con información lingüística que es la base sobre la que desarrollaremos los nuevos modelos propuestos en esta memoria. A continuación, revisaremos los enfoques más relevantes para manejar la información lingüística multigranular y haremos un estudio de las ventajas que presentan estos enfoques, para después presentar un nuevo enfoque denominado, Jerarquías Lingüísticas Ampliadas, que mejora a los anteriores, ya que mantiene las ventajas de todos ellos cuando los revisados solamente satisfacían algunas. Una vez que hayamos propuesto un nuevo enfoque para manejar la información lingüística multigranular, desarrollaremos nuestro nuevo modelo de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas basado

en las Jerarquías Lingüísticas Ampliadas. Dicho modelo permitirá a los jueces de un proceso de evaluación sensorial expresar sus valoraciones en diferentes escalas y obtener un resultado preciso del proceso de evaluación sensorial.

4.1. Modelo Básico de Evaluación Sensorial con Información Lingüística

Nuestra investigación se ha dirigido a la propuesta de nuevos modelos de evaluación sensorial donde la información está modelada mediante información lingüística basada en el enfoque lingüístico difuso. Una propuesta inicial fue presentada en [109]. Dicho modelo propone un esquema básico basado en el análisis de decisión (ver Sección 2.1.2) para realizar el proceso de evaluación con un modelado lingüístico cuyo formalismo matemático es el modelo de representación lingüístico 2-tupla.

Dado que en un proceso de evaluación sensorial participan varios jueces que evalúan características que definen a un objeto o producto, el modelo inicial está basado en el esquema de un problema de toma de decisión multiexperto multicriterio.

Las fases generales del modelo básico de evaluación sensorial utilizando información lingüística se pueden ver gráficamente en la Figura 4.1.

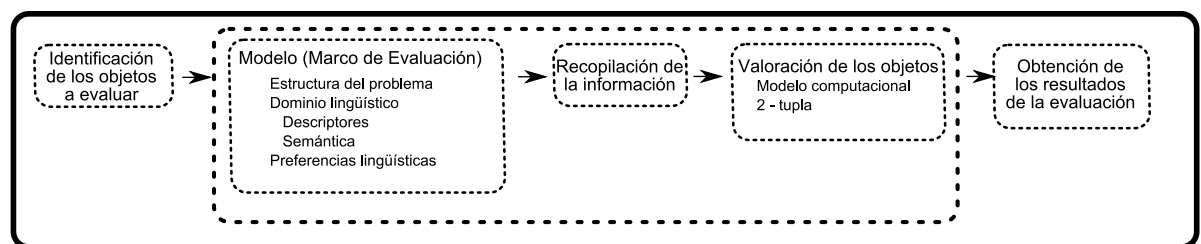


Figura 4.1: Fases del modelo básico de evaluación sensorial

Cada una de las fases se detalla brevemente a continuación.

- *Identificación de los objetos a evaluar.* Esta fase es dependiente del problema que se esté estudiando. En cada problema se identifican los objetos de interés.
- *Definición del marco de evaluación.* Es definido un marco de evaluación lingüístico siguiendo la estructura de un problema de toma de decisión multiexperto multicriterio.
- *Recopilación de la información.* Los jueces expresan las valoraciones de los objetos mediante vectores de utilidad lingüísticos.
- *Valoración de los objetos.* Se realizan las operaciones necesarias para la obtención de una valoración global para cada objeto.
- *Obtención de los resultados de la evaluación.* En esta fase, se analizan los resultados obtenidos en la fase anterior con el fin de obtener los resultados de la evaluación.

A continuación, se describirán con mayor detalle las fases principales de este modelo lingüístico de evaluación sensorial.

4.1.1. Marco de Evaluación

En esta fase del modelo se define el esquema del proceso de evaluación sensorial, los descriptores y la semántica que serán utilizados por los jueces para proporcionar la información sobre las características sensoriales de los objetos a evaluar usando las aproximaciones difusas que se han revisado en el capítulo anterior.

A continuación, presentamos las características y terminología que usaremos en el modelo.

- Sea $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ el conjunto de jueces que participan en el proceso de evaluación sensorial.
-

- Sea $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ el conjunto de productos que serán objeto de evaluación.
- Sea $F = \{f_1, \dots, f_h\}$ el conjunto de características o atributos sensoriales que definen los productos que van a ser evaluados.
- Sea $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos.

Cada experto, e_i , utiliza una etiqueta del conjunto de términos lingüísticos, S .

4.1.2. Recopilación de la Información

En esta fase, los jueces proporcionan su conocimiento a través de vectores de utilidad que contienen una evaluación lingüística para cada característica de los objetos evaluados.

El juez, e_i , proporciona sus preferencias en un conjunto de términos lingüísticos, S , por medio de un vector de utilidad:

$$U_i = \{u_{11}^i, \dots, u_{1h}^i, u_{21}^i, \dots, u_{2h}^i, \dots, u_{n1}^i, \dots, u_{nh}^i\}$$

donde u_{jk}^i es la evaluación en S del indicador, f_k , para el objeto, x_j , proporcionada por el juez, e_i .

4.1.3. Valoración de los Objetos

En esta fase, los vectores, u_i , proporcionados por los jueces serán utilizados para obtener una valoración global de los objetos evaluados. Para ello, la información proporcionada en la fase anterior se transforma a 2-tuplas lingüísticas y posteriormente es agregada. Dependiendo del proceso de evaluación sensorial podrán utilizarse distintos operadores de agregación sobre 2-tuplas [71]. El proceso de agregación consiste en dos etapas, aunque puede variar según el proceso de evaluación sensorial.

1. *Evaluación colectiva para cada característica.* En esta etapa, se calcula un valor colectivo, u_{jk} , para cada característica, f_k , usando un operador de agregación, OA_1 , sobre las evaluaciones proporcionadas por los jueces, u_{jk}^i :

$$u_{jk} = OA_1(u_{jk}^1, \dots, u_{jk}^n)$$

2. *Evaluación colectiva para cada objeto.* En esta última etapa, se obtiene una valoración para cada objeto de acuerdo a las preferencias de todos los jueces. Para lograrlo, se agregan las valoraciones colectivas de las características de cada objeto usando un operador de agregación, OA_2 :

$$u_j = OA_2(u_{j1}, \dots, u_{jh})$$

Dependiendo del objetivo del proceso de evaluación sensorial, los operadores de agregación pueden variar tanto en número como en tipo.

Este modelo proporciona un esquema básico válido para muchos procesos de evaluación sensorial. Sin embargo, en algunas ocasiones, debido a la necesidad del uso de múltiples escalas lingüísticas, este modelo debe ser ampliado para manejar dicho marco de evaluación.

Como hemos indicado, nuestro objetivo es ampliar el modelo con información lingüística a marcos de evaluación con múltiples escalas lingüísticas.

4.2. Enfoques para Manejar Múltiples Escalas Lingüísticas

Inicialmente, desarrollamos modelos de evaluación sensorial [105, 106] utilizando algunos de los enfoques existentes en la literatura para gestionar contextos lingüísticos

multigranulares [31, 66, 72, 88], y así conseguir nuestro objetivo. Sin embargo, dichos modelos poseen algunas limitaciones como son, limitar a los jueces a la hora de expresar sus valoraciones, debido al marco limitado que ofrecen los modelos, la falta de precisión en los resultados y la complejidad en su uso. Dichas limitaciones implican que los modelos desarrollados no satisfacen las necesidades deseadas en los procesos de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas, estando asociadas dichas limitaciones al tipo de enfoque utilizado para manejar la información expresada en múltiples escalas lingüísticas.

Por tanto, hicimos un estudio de los enfoques existentes, estudiando sus características y limitaciones, con el objetivo de posteriormente intentar mejorar alguno de éstos y a partir de él, construir un nuevo modelo que satisfaga las necesidades, es decir, un modelo capaz de dotar a los jueces de una total flexibilidad a la hora de expresar sus valoraciones, además de obtener resultados lingüísticos precisos al finalizar el proceso de evaluación sensorial.

En esta sección, presentamos un análisis comparativo de los distintos enfoques para gestionar contextos multigranulares. Posteriormente, desarrollaremos un nuevo enfoque para gestionarlos, el cual utilizaremos para construir el nuevo modelo de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas.

Como hemos visto en la Sección 4.1, en un proceso de evaluación sensorial un conjunto de jueces expresa las valoraciones sobre las características sensoriales de un producto y para obtener una valoración global de éste es necesario fusionar todas las valoraciones. Dicho proceso sigue el esquema de un problema de toma de decisión multiexperto multicriterio.

Formalmente, un problema de toma de decisión multiexperto multicriterio está definido en un contexto lingüístico multigranular cuando dados los siguientes elementos:

- $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ un conjunto de expertos.
- $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ un conjunto de alternativas.
- $C = \{c_1, \dots, c_h\}$ el conjunto de criterios que caracterizan cada alternativa.
- F_{MS} el conjunto formado por todos los conjuntos de términos lingüísticos que utilizan los expertos.

Cada experto e_i utiliza una etiqueta del conjunto de términos lingüísticos $S_i = \{s_j^i, j = 0, \dots, g_i\} \in F_{MS}$ que indica la preferencia de la alternativa x_j respecto del criterio c_k .

El conjunto formado por todos los conjuntos de términos lingüísticos que utilizan los expertos define el marco de trabajo $F_{MS} = \{S_i, i = 1, \dots, m, \text{ con } m > 1\}$, también denominado contexto del problema de decisión, donde cada S_i está caracterizado por su propia granularidad de la incertidumbre y/o semántica.

En la literatura existen diferentes enfoques [29, 31, 66, 72, 88] para gestionar un contexto lingüístico multigranular en problemas de decisión, es decir, para llevar a cabo los procesos de computación con palabras en este tipo de contextos. Los enfoques citados definen diferentes marcos de trabajo. Sin embargo, todos ellos en la fase de agregación siguen el esquema mostrado en la Figura 4.2 y donde podemos observar que esta fase conlleva: 1) un proceso de unificación de la información y 2) un proceso computacional. Dichos procesos son descritos brevemente a continuación.

1. *Proceso de unificación.* En este proceso, se transforma la información lingüística multigranular en un único dominio de expresión.
 2. *Proceso computacional.* Este proceso es similar a los modelos con un único dominio de expresión y es donde se lleva a cabo propiamente la agregación de la información.
-

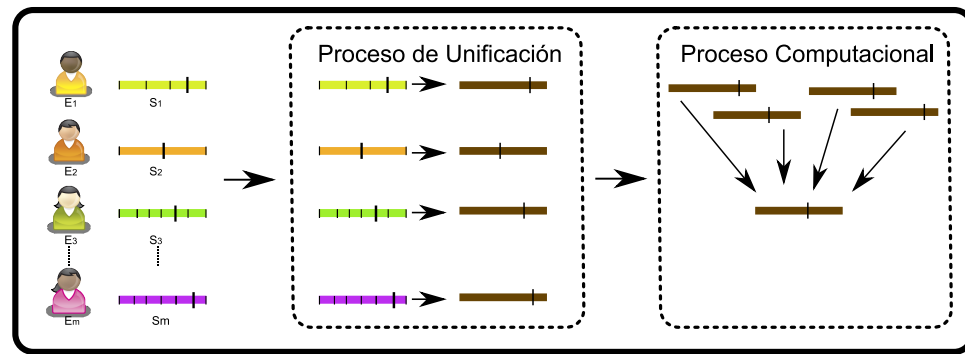


Figura 4.2: Fase de agregación

Debido a la importancia de los contextos lingüísticos multigranulares en las propuestas de esta memoria de investigación, en las siguientes secciones vamos a revisar los siguientes enfoques:

- *Enfoque para Manejar Información Lingüística Multigranular* [66].
- *Nuevo Enfoque para Manejar Información Lingüística Multigranular* [31].
- *Jerarquías Lingüísticas* [72].
- *Árbol Jerárquico* [88].

En cada enfoque nos centraremos en tres aspectos: el marco de trabajo, el proceso de unificación y el proceso de computación.

4.2.1. Enfoque para Manejar Información Lingüística Multigranular

El enfoque para manejar información lingüística multigranular (*M.I.L.M*) fue presentado por Herrera et al. en [66] e introduce una nueva metodología basada en conjuntos difusos y en el principio de extensión para manejar información evaluada en distintos conjuntos de términos lingüísticos.

A) Marco de Trabajo

Este enfoque no impone ninguna limitación a la hora de escoger el conjunto de términos lingüísticos que los expertos pueden utilizar para expresar sus preferencias. Por ello, cualquier escala lingüística, S_i , puede pertenecer al marco de trabajo, F_{MS} .

B) Proceso de Unificación

El proceso de unificación consiste en un proceso de transformación que permite expresar todas las preferencias lingüísticas dadas por los expertos en sus respectivos dominios de expresión, S_i , en un único dominio lingüístico normalizado denominado *conjunto básico de términos lingüísticos (CBTL)* y que notaremos como S_T . El procedimiento utilizado para realizar el proceso de unificación implica dos acciones:

- *Escoger un CBTL.* En [66] fueron introducidas las reglas para la elección de un *CBTL* apropiado, con el objetivo de que este conjunto sea capaz de recoger los diferentes grados de incertidumbre presentes en los conjuntos de términos lingüísticos individuales utilizados por los expertos. Por tanto, estas reglas obligan al *CBTL* a tener una granularidad igual o mayor que el resto de conjuntos de términos lingüísticos pertenecientes al F_{MS} .
- *Unificar en el CBTL.* Una vez seleccionado S_T , ya se puede llevar a cabo el proceso de unificación de todas las preferencias de los expertos en un solo dominio lingüístico. Para hacer esta unificación, en [66] se definió la función de transformación multigranular $\tau_{S_i S_T}$ que convierte cada etiqueta lingüística en un conjunto difuso definido sobre S_T .

Definición 11. [69] Sean $S_i = \{s_0^i, \dots, s_{g_i}^i\}$ y $S_T = \{s_0^T, \dots, s_{g_T}^T\}$ dos conjuntos de etiquetas con $g_T > g_i$. Una función de transformación de información lingüística

multigranular, $\tau_{S_i S_T}$, se define como:

$$\tau_{S_i S_T} : S_i \longrightarrow F(S_T)$$

$$\tau_{S_i S_T}(s_j^i) = \{(s_k^T, \alpha_k^j) / k \in \{0, \dots, g_T\}\}, \forall s_j^i \in S_i$$

$$\alpha_k^j = \max_y \min\{\mu_{s_j}(y), \mu_{s_k}(y)\}$$

donde $F(S_T)$ es el conjunto de conjuntos difusos definidos en S_T , $\mu_{s_j}(y)$ y $\mu_{s_k}(y)$ las funciones de pertenencia de las etiquetas s_j y s_k respectivamente.

A continuación, vamos a mostrar un ejemplo.

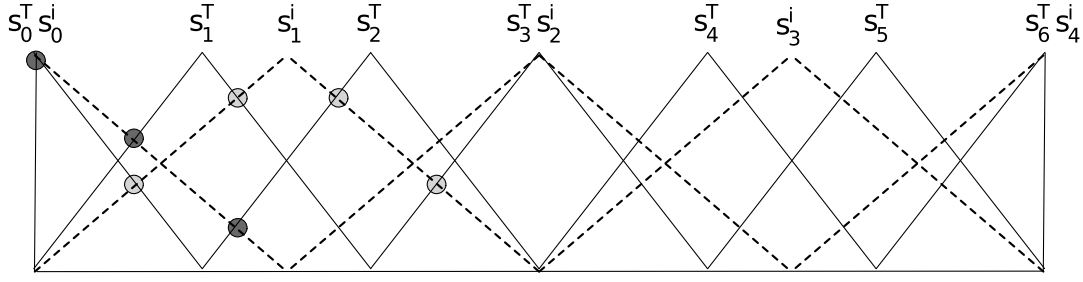
Ejemplo 1. Sean $S_i = \{s_0^i, s_1^i, \dots, s_4^i\}$ y $S_T = \{s_0^T, s_1^T, \dots, s_6^T\}$ conjuntos de términos lingüísticos en F_{MS} con $g_i = 4$ y $g_T = 6$. Ambos conjuntos ilustrados en la Figura 4.3 y asociados a las siguientes semánticas.

s_0^i	(0, 0, .25)	s_0^T	(0, 0, .16)
s_1^i	(0, .25, .5)	s_1^T	(0, .16, .34)
s_2^i	(.25, .5, .75)	s_2^T	(.16, .34, .5)
s_3^i	(.5, .75, .1)	s_3^T	(.34, .5, .66)
s_4^i	(.75, 1, 1)	s_4^T	(.5, .66, .84)
		s_5^T	(.66, .84, 1)
		s_6^T	(.84, 1, 1)

Los conjuntos difusos obtenidos al aplicar $\tau_{S_i S_T}$ para s_0^i y s_1^i son mostrados gráficamente en la Figura 4.3 y descritos a continuación.

$$s_0^i = \{(s_0^T, 1), (s_1^T, .58), (s_2^T, .18), (s_3^T, 0), (s_4^T, 0), (s_5^T, 0), (s_6^T, 0)\}$$

$$s_1^i = \{(s_0^T, .39), (s_1^T, .85), (s_2^T, .85), (s_3^T, .39), (s_4^T, 0), (s_5^T, 0), (s_6^T, 0)\}$$

Figura 4.3: Conjunto de etiquetas de S_i y S_T

C) Proceso Computacional

Una vez que la información ha sido unificada en un único dominio de expresión, ya podemos utilizar operadores que nos permitan operar sobre dicha información. Este enfoque opera directamente sobre los conjuntos difusos utilizando la aritmética difusa [50, 66], por lo que los resultados obtenidos son conjuntos difusos en el *CBTL*.

4.2.2. Un Nuevo Enfoque para Manejar Información Lingüística Multigranular

Un nuevo enfoque para manejar información lingüística multigranular que extiende el mostrado en la Sección 4.2.1 fue propuesto por Chen y Ben-Arieh en [31]. Este enfoque rompe la limitación de la granularidad en el *CBTL*, no obligando a que ésta sea mayor que el resto de conjuntos de términos lingüísticos pertenecientes al marco de trabajo. Asimismo, este enfoque proporciona un método diferente para unificar la información lingüística.

A) Marco de Trabajo

Este enfoque ofrece un marco de trabajo similar al previamente descrito, es decir, no limita el conjunto de términos lingüísticos que pueden pertenecer a F_{MS} .

B) Proceso de Unificación

De un modo similar al enfoque presentado en la Sección 4.2.1, este enfoque también unifica la información lingüística multigranular mediante conjuntos difusos, aunque introduce una nueva función de transformación para unificar la información, permitiendo transformar etiquetas entre diferentes conjuntos de términos lingüísticos del marco de evaluación. Por tanto, no es necesario escoger a priori el *CBTL*, ya que se podrá utilizar cualquiera que esté contenido en F_{MS} .

Para unificar la información, como hemos mencionado, proponen una nueva función de transformación, $\tau'_{S_i S_T}$.

Definición 12. [31] Sean $S_i = \{s_0^i, \dots, s_{g_i}^i\}$ y $S_T = \{s_0^T, \dots, s_{g_T}^T\}$ dos conjuntos de etiquetas con $g_T \neq g_i$. Una función de transformación de información lingüística multigranular, $\tau'_{S_i S_T}$, se define como:

$$\tau'_{S_i S_T} : S_i \longrightarrow F(S_T)$$

$$\tau'_{S_i S_T}(s_j^i) = \{(s_k^T, \mu_{ij}(x)) \mid k \in \{0, \dots, g_T\}\}, \forall s_j^i \in S_i, j = \{0, \dots, g_i\}$$

$$\mu_{s_k^T}(s_j^i) = \begin{cases} 1 & \text{para } k_{min} < k < k_{max} \\ \left(\frac{k+1}{g_T+1} - \frac{j}{g_i+1}\right)(g_T+1) & \text{para } k = k_{min} \\ \left(\frac{j+1}{g_i+1} - \frac{k}{g_T+1}\right)(g_T+1) & \text{para } k = k_{max} \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (4.1)$$

donde k_{min} y k_{max} son los índices de la primera y de la última etiqueta con función de pertenencia distinta de cero en el conjunto S_T .

Ejemplo 2. Este ejemplo muestra la transformación, $\tau_{S_8 S_{10}}(s_4^i)$, de la etiqueta s_4^i entre el conjunto de términos lingüísticos, S_i con $g_i=8$ y S_T con $g_T = 10$.

S_0^T		S_1^T		S_2^T		S_3^T		S_4^T		S_5^T		S_6^T		S_7^T		S_8^T	
s_0^i	s_1^i	s_2^i	s_3^i	s_4^i	s_5^i	s_6^i	s_7^i	s_8^i	s_9^i	s_{10}^i							

Figura 4.4: Conjunto de términos S_i y S_T

Para $j = 4$: $k_{min} = 4$ y $k_{max} = 6$. Entonces

$$\mu_{S_4^8(x)} = 0.11, \mu_{S_5^8(x)} = 1, \mu_{S_6^8(x)} = 0.11$$

y $\mu_{S_k^8(x)} = 0$ para todo $k = 0, 1, \dots, 10$ con $k \neq 4, 5, 6$

El resultado obtenido al expresar s_4^i en S_T es el siguiente conjunto difuso:

$$\tau_{S_8 S_{10}}(s_4^i) = \{(s_0, 0), (s_1, 0), (s_2, 0), (s_3, 0), (s_4, 0.11),$$

$$(s_5, 1), (s_6, 0.11), (s_7, 0), (s_8, 0), (s_9, 0), (s_{10}, 0)\}$$

La función de transformación $\tau'_{S_i S_T}$, presentada en la Definición 12 ofrece una función válida para conjuntos de términos lingüísticos donde la función de cada término en S_i no se superpone con ninguna función de pertenencia de otro término lingüístico en S_T . Si existiera la superposición entre funciones de pertenencia, en [31] se define una función de transformación ampliada para tales casos.

C) Proceso Computacional

Considerando que este enfoque unifica la información lingüística multigranular mediante conjuntos difusos, éste emplea el mismo modelo computacional que el visto en la Sección 4.2.1.

4.2.3. Jerarquías Lingüísticas

Los anteriores enfoques ofrecen un marco de trabajo flexible. Sin embargo, presentan una serie de desventajas relativas a la precisión y al dominio de expresión de los resultados finales. Para superar estas limitaciones, fue introducido un nuevo enfoque para manejar la información lingüística multigranular de un modo simbólico y preciso. Dicho modelo está basado en la definición de una *jerarquía lingüística* conocida también como Linguistic Hierarchy (*LH*) [72].

Este enfoque está basado en el modelo de representación lingüístico basado en 2-tuplas que fue descrito en la Sección 3.2.4 de esta memoria de investigación.

A) Marco de Trabajo

Al contrario que en los anteriores enfoques, el marco de trabajo de éste sí está limitado, es decir, los conjuntos de términos lingüísticos, S_i , que componen el marco de trabajo, F_{MS} , deben de cumplir ciertas reglas. Dichas reglas están asociadas al modo de construcción de una jerarquía lingüística, por lo que vamos a describir la construcción de una jerarquía lingüística.

Construcción de una Jerarquía Lingüística

Una Jerarquía Lingüística es un conjunto de niveles, donde cada nivel es un conjunto de términos lingüísticos con una granularidad diferente del resto de niveles de la jerarquía lingüística [39].

Cada nivel de una jerarquía lingüística se nota como $l(t, n(t))$, siendo t un número que indica el nivel de la jerarquía y $n(t)$ la granularidad del conjunto de términos lingüísticos del nivel t .

Los niveles de una jerarquía lingüística están ordenados en función de su granularidad, es decir, que para dos niveles consecutivos t y $t + 1$, $n(t + 1) > n(t)$.

Por lo tanto, cada nivel $t + 1$ proporciona un refinamiento lingüístico con respecto al nivel anterior t . Las jerarquías lingüísticas trabajan con términos lingüísticos cuyas funciones de pertenencia son triangulares, simétricas y uniformemente distribuidas en el intervalo $[0, 1]$. Además, los conjuntos de términos lingüísticos tienen una granularidad impar, indicando la etiqueta central un valor de indiferencia.

Formalmente, una jerarquía lingüística, LH , se define como la unión de todos los niveles t que la conforman:

$$LH = \bigcup_t l(t, n(t))$$

Para su construcción, no debemos obviar que el orden jerárquico viene dado por el incremento de granularidad de los conjuntos de términos lingüísticos de cada nivel. Partiendo de que $S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$ sea el conjunto de términos lingüísticos definido para el nivel t con $n(t)$ términos, la construcción de una jerarquía lingüística debe satisfacer las siguientes reglas básicas [72]:

- *Regla 1.* Preservar todos los puntos modales previos de las funciones de pertenencia de cada uno de los términos lingüísticos de cada nivel con respecto a los del nivel siguiente.
- *Regla 2.* Realizar las transiciones entre dos niveles consecutivos suaves. El propósito es construir un nuevo conjunto de términos lingüísticos, $S^{n(t+1)}$, de forma que añadiremos un nuevo término lingüístico entre cada pareja de términos pertenecientes al conjunto de términos del nivel anterior t . Para realizar esta inserción de nuevos términos, reduciremos el soporte de las etiquetas lingüísticas para dejar hueco entre ellas para la nueva etiqueta.

De forma genérica, podemos establecer que la granularidad del conjunto de términos lingüísticos del nivel $t + 1$, $S^{n(t+1)}$, puede obtenerse a partir del nivel anterior t , $S^{n(t)}$,

de la siguiente manera (ver Tabla 4.1):

$$l(t, n(t)) \rightarrow l(t + 1, 2 \cdot n(t) - 1)$$

	$l(t, n(t))$	$l(t, n(t))$
$t = 1$	$l(1, 3)$	$l(1, 7)$
$t = 2$	$l(2, 5)$	$l(2, 13)$
$t = 3$	$l(3, 9)$	

Tabla 4.1: Niveles de 2 jerarquías lingüísticas

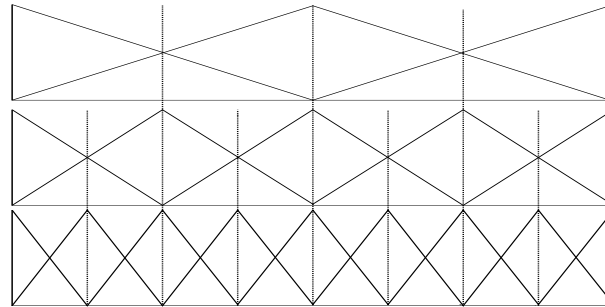


Figura 4.5: Jerarquía lingüística de 3, 5 y 9 etiquetas

Un ejemplo gráfico de una jerarquía lingüística compuesta de 3 niveles de 3, 5 y 9 etiquetas puede observarse en la Figura 4.5. Como se ha indicado anteriormente, la granularidad de una jerarquía lingüística viene determinada por el primer nivel. Si definimos de primer nivel $l(1, 3)$, los siguientes niveles son $l(2, 5)$, $l(3, 9)$, etc. Por tanto, el uso de jerarquías lingüísticas no permite considerar conjuntos de etiquetas lingüísticas de cualquier granularidad como, por ejemplo, 5, 7 y 11 (ver Tabla 4.1). Este hecho hace que se restrinjan los conjuntos de términos lingüísticos que pueden pertenecer al marco de trabajo F_{MS} , siendo únicamente posible utilizar conjuntos de etiquetas que estén definidos sobre una misma LH .

B) Proceso de Unificación

El uso de las jerarquías lingüísticas nos permite realizar el proceso de unificación de información lingüística multigranular sin pérdida de información y obteniendo las valoraciones lingüísticas en 2-tuplas sin necesidad de utilizar conjuntos difusos.

En [72] fue definida una función de transformación entre etiquetas de diferentes niveles, esta función permite unificar la información en cualquier nivel de la jerarquía lingüística.

Definición 13. [72] Sea $LH = \bigcup_t l(t, n(t))$ una jerarquía lingüística cuyos conjuntos de términos notaremos como $S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$. La función de transformación de un término del nivel t a uno del nivel t' se define como:

$$TF_{t'}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) = \Delta \left(\frac{\Delta^{-1}(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t') - 1)}{n(t) - 1} \right) \quad (4.2)$$

Proposición 1. [72] Esta función de transformación entre etiquetas lingüísticas de distintos niveles de una jerarquía lingüística es biyectiva:

$$TF_t^{t'}(TF_{t'}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)})) = (s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)})$$

Este resultado garantiza que la transformación entre niveles de una jerarquía lingüística se realiza sin pérdida de información.

Ejemplo 3. Vamos a mostrar un ejemplo de cómo transformar etiquetas lingüísticas pertenecientes a distintos niveles de la jerarquía lingüística mostrada en la Figura 4.5, $LH = \bigcup_t l(t, n(t))$.

$$\begin{aligned} l(1, 3) & \quad \{s_0^3, s_1^3, s_2^3\} \\ l(2, 5) & \quad \{s_0^5, s_1^5, s_2^5, s_3^5, s_4^5\} \\ l(3, 9) & \quad \{s_0^9, s_1^9, s_2^9, s_3^9, s_4^9, s_5^9, s_6^9, s_7^9, s_8^9\} \end{aligned}$$

La función de transformación de términos entre distintos niveles de la jerarquía es llevada a cabo del siguiente modo:

$$TF_1^3(s_5^9, 0) = \Delta^{-1}\left(\frac{\Delta(s_5^9, 0) \cdot (3 - 1)}{9 - 1}\right) = \Delta^{-1}(1, 25) = (s_1^3, .25)$$

$$TF_3^1(s_1^3, .25) = \Delta^{-1}\left(\frac{\Delta(s_1^3, .25) \cdot (9 - 1)}{3 - 1}\right) = \Delta^{-1}(5) = (s_5^9, .0)$$

C) Proceso Computacional

La utilización de las jerarquías lingüísticas nos permite realizar los procesos de computación con palabras sin pérdida de información, usando el modelo computacional para 2-tuplas [71].

Es importante notar que los resultados obtenidos en el proceso computacional pueden ser expresados en cualquier conjunto de términos lingüísticos del marco de evaluación, F_{MS} , de un modo preciso por medio de la función de transformación TF_{ν}^t .

4.2.4. Árbol Jerárquico

Huynh y Nakamori introdujeron en [88] una nueva definición de jerarquía lingüística definiendo ésta como una estructura de términos lingüísticos ordenada semánticamente. De este modo, eliminan la limitación del marco de trabajo del enfoque presentado en la Sección 4.2.3 y mantienen la idea de jerarquía lingüística, aunque con un modelo computacional distinto.

A) Marco de Trabajo

Para la correcta comprensión del enfoque, mostraremos la nueva definición de jerarquía lingüística.

Una jerarquía lingüística de una variable X se define como un árbol jerárquico, T_X , que contiene un número de niveles t con $t = 0, \dots, m$, que son definidos como:

- El nivel $t = 0$ es la raíz del árbol e indica el nombre de la variable lingüística X .
- Cada nivel t , para $t = 1, \dots, m$, es un conjunto de términos lingüísticos de la variable X , denotado por $S^{n(t)}$, que define un orden total de modo que:

1. $n(t) < n(t+1)$ para $t = 1, \dots, m-1$.
2. Para cada $t = 1, \dots, m-1$, existe solamente una correspondencia $\Gamma_t : S^{n(t)} \longrightarrow 2^{S^{n(t+1)}} - \{\emptyset\}$ que cumple $\Gamma_t(s_i^{n(t)}) \cap \Gamma_t(s_{i'}^{n(t)}) = \emptyset$ para cualquier $s_i^{n(t)} \neq s_{i'}^{n(t)}$, $\bigcup_{s_i^{n(t)} \in S^{n(t)}} \Gamma_t(s_i^{n(t)}) = S^{n(t+1)}$.
3. Si $s_i^{n(t)} < s_{i'}^{n(t)}$ en $S^{n(t)}$ entonces $s_k^{n(t+1)} < s_{k'}^{n(t+1)}$ se cumple en $S^{n(t+1)}$ para cualquier $s_k^{n(t+1)} \in \Gamma_t(s_i^{n(t)})$ y $s_{k'}^{n(t+1)} \in \Gamma_t(s_{i'}^{n(t)})$.

Para cada $t = 1, \dots, m-1$, la correspondencia, Γ_t , juega un papel fundamental para la derivación semántica del conjunto de términos, $S^{n(t)}$, siendo refinado en $S^{n(t+1)}$. Además, para cada correspondencia, Γ_t , $t = 1, \dots, m-1$, existe una pseudo-inversión, $\Gamma_t^- : S^{n(t+1)} \longrightarrow S^{n(t)}$, definida como:

$$\Gamma_t^-(s_i^{n(t+1)}) = s_i^{n(t)} \text{ tal que } s_i^{n(t+1)} \in \Gamma_t(s_i^{n(t)}).$$

Γ_t^- y Γ_t definen las funciones de transformación entre niveles de un árbol jerárquico.

B) Proceso de Unificación

La información lingüística evaluada en diferentes niveles es unificada usando Γ_t y Γ_t^- mediante la transformación Φ que se define como:

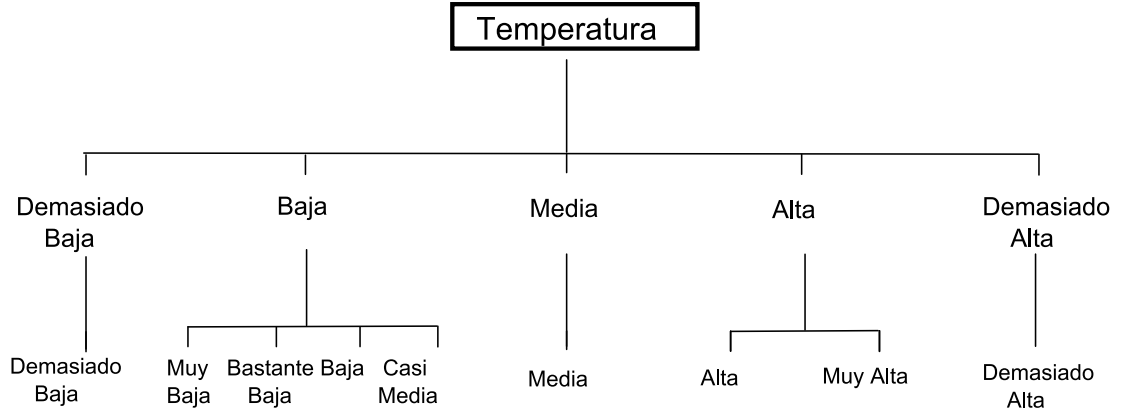


Figura 4.6: Árbol jerárquico

Definición 14. [88] Sean $S^{n(t)}$ y $S^{n(t+a)}$, $a \in \mathbb{N}$, dos conjuntos de etiquetas de los niveles t y $t+a$, respectivamente. La información lingüística representada en $S^{n(t)}$ es transformada en $S^{n(t+a)}$ (y viceversa) por medio de la función Φ_{k+a}^k que se define como:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{k+a}^k : S^{n(t)} &\rightarrow 2^{S^{n(t+a)}} \\
 (s_i^t) &= \bigcup_{\Phi_j^{t+a-1} \in \Phi_{t+a-1}^t(s_i^t)} \Gamma_{t+a-1}^{t+a-1}(s_j^{t+a-1}) \\
 \Phi_k^{k+a} : S^{n(t+a)} &\rightarrow S^{n(t)} \\
 (s_i^{t+a}) &= \Gamma_t^- \circ \dots \circ \Gamma_{t+a-1}^- s_i^{t+a}
 \end{aligned}$$

Ejemplo 4. Este ejemplo muestra cómo transformar el conjunto de términos lingüísticos del nivel 1 al nivel 2 (y viceversa) del árbol jerárquico, $T_{temperatura}$, ilustrado en la Figura 4.6 [88].

$$\begin{aligned}
\phi_2^1(Dem.Baja) &= \{Dem.Baja\} & \phi_1^2(Dem.Baja) &= \{Dem.Baja\} \\
\phi_2^1(Baja) &= \{MuyBaja, Bast.Baja, Baja, CasiMedia\} & \phi_1^2(MuyBaja) &= \{Baja\} \\
& & \phi_1^2(Bast.Baja) &= \{Baja\} \\
\phi_2^1(Media) &= \{Media\} & \phi_1^2(Baja) &= \{Baja\} \\
\phi_2^1(Alta) &= \{Alta, MuyAlta\} & \phi_1^2(CasiMedia) &= \{Baja\} \\
\phi_2^1(Dem.Alta) &= \{Dem.Alta\} & \phi_1^2(Media) &= \{Media\} \\
& & \phi_1^2(Alta) &= \{Alta\} \\
& & \phi_1^2(MuyAlta) &= \{Alta\} \\
& & \phi_1^2(Dem.Alta) &= \{Dem.Alta\}
\end{aligned}$$

C) Proceso Computacional

Este enfoque propone un modelo computacional [88] para unificar la información que aprovecha las *preferencias aleatorias* llamado *principio de satisfacción*, estando los resultados obtenidos expresados en un dominio numérico.

4.2.5. Análisis Comparativo

Una vez que hemos revisado los principales enfoques para manejar información lingüística multigranular, vamos a realizar una análisis comparativo en base a 4 criterios.

- *Marco de Trabajo*. Este criterio está referido al conjunto de términos lingüísticos que pueden pertenecer al marco de trabajo.
- *Modelo Computacional*. Este criterio está relacionado al modo en el que se realizan las operaciones con palabras.
- *Precisión*. Este criterio está asociado a la pérdida de información en el proceso computacional.

- *Dominio de Expresión de los Resultados.* Este criterio está relacionado al dominio de expresión de los resultados obtenidos en el proceso computacional.

Este análisis será útil para indicar las ventajas de cada enfoque y descubrir qué limitaciones deberían ser vencidas para proporcionar un nuevo enfoque que nos permita satisfacer las necesidades que perseguimos en nuestro modelo de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas.

Características	Enfoque para M.I.L.M.	Nuevo Enfoque para M.I.L.M.	LH	T_{LH}
Modelo computacional	Principio de Extensión	Principio de Extensión	2-tupla	Principio de Satisfacción
Precisión	No	No	Sí	No
Marco de trabajo limitado	No	No	Sí	No
Dominio de expresión de los resultados	Conjuntos Difusos	Conjuntos Difusos	Etiquetas Lingüísticas	Numérico

Tabla 4.2: Características de los enfoques revisados

Estudiando en profundidad la Tabla 4.2, podemos observar que el *Enfoque para M.I.L.M.*, el *nuevo enfoque para M.I.L.M.* y el *Árbol Jerárquico* (T_{LH}), proporcionan a los expertos una flexibilidad total a la hora de expresar sus preferencias. En cambio, los resultados finales presentan falta de precisión, además de estar en un dominio de expresión distinto al utilizado por los expertos, pudiendo conllevar este hecho dificultad en la comprensión de los resultados.

Sin embargo, las *jerarquías lingüísticas* ofrecen un modelo computacional preciso, además de la posibilidad de proporcionar los resultados finales en los dominios de expresión usados por los expertos. No obstante, las jerarquías lingüísticas presentan un inconveniente importante, el marco de trabajo, ya que los expertos no pueden utilizar

cualquier escala lingüística para expresar sus preferencias.

Teniendo en cuenta este análisis, en la siguiente sección vamos a presentar un nuevo enfoque para manejar información lingüística multigranular de un modo preciso, donde los resultados finales puedan expresarse en el dominio de expresión utilizado por los expertos. Además, este enfoque ofrecerá un marco de trabajo flexible, es decir, un marco donde los expertos expresen sus preferencias en la escala que estimen oportuna. Por lo tanto, del análisis anterior, hemos puesto nuestro punto de mira en el enfoque basado en *jerarquías lingüísticas* para ampliarlo, manteniendo sus características, pero venciendo la limitación de su marco de trabajo. Este enfoque será la herramienta para desarrollar nuestra propuesta, un nuevo modelo de evaluación sensorial simple, flexible y comprensible con un marco de evaluación multigranular.

4.3. Jerarquías Lingüísticas Ampliadas

Por lo general, cuando los expertos afrontan problemas de decisión con múltiples escalas lingüísticas, éstos esperan un marco flexible donde puedan utilizar cualquier conjunto de términos lingüísticos para expresar sus preferencias, como también esperan que los resultados obtenidos sean precisos y a ser posible, en el mismo dominio de expresión que ellos han utilizado para dar sus preferencias para que sean fácilmente comprensibles.

Como hemos indicado en la Sección 4.2.5, los actuales enfoques ofrecen algunas de estas propiedades, pero ninguno ofrece todas ellas. Por ejemplo, las *LH* no pueden manejar marcos con conjuntos de términos con 3, 5 y 7 etiquetas (ver Figura 4.7) y otros enfoques [31, 66, 88] no proporcionan resultados precisos ni fácilmente comprensibles.

Por lo tanto, sería conveniente desarrollar un instrumento capaz de manejar múltiples escalas lingüísticas que posea todas las propiedades ya mencionadas y que



Figura 4.7: Diferentes escalas lingüísticas para la variable satisfacción

sirva de base para desarrollar modelos de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas, alcanzando los objetivos mencionados anteriormente.

En esta sección, nuestro objetivo es proponer un nuevo enfoque para manejar la información lingüística multigranular, que satisfaga las exigencias anteriores. A este nuevo enfoque lo denominaremos *Jerarquías Lingüísticas Ampliadas*, notado como *ELH* (Extended Linguistic Hierarchies), y estará basado en las *LH* [72] y en el modelo de representación 2-tupla [71].

Igual que en la Sección 4.2, para presentar nuestro enfoque nos centraremos en tres criterios: marco de trabajo, proceso de unificación y proceso computacional.

4.3.1. A) Marco de Trabajo

Nuestro propósito es definir un marco de trabajo sin limitaciones, para ello nos basamos en las *LH*, modificando su proceso de construcción.

Los procesos computacionales con jerarquías lingüísticas producen resultados precisos debido a las reglas básicas usadas para su construcción. La regla 1 garantiza que todos los puntos modales se mantengan de un nivel t al siguiente $t + 1$, siendo ésta

la clave para realizar los procesos de computación sin pérdida de información.

Lema 1. Sea $S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$ un conjunto de términos lingüísticos para una variable lingüística en LH . El conjunto de puntos modales del nivel t es definido como:

$$FP_t = \{fp_t^0, \dots, fp_t^i, \dots, fp_t^{2 \cdot \delta_t}\}$$

donde cada punto formal $fp_t^i \in [0, 1]$ es localizado en

$$fp_t^i = \frac{i}{2 \cdot \delta_t} \in [0, 1],$$

siendo $\delta_t = n(t) - 1 \in \mathbb{N}$.

La regla 2 de construcción de una jerarquía lingüística proporciona un modo simple y rápido para guardar los puntos formales de un nivel t a su sucesor $t + 1$, definiendo la granularidad entre dos niveles sucesivos como:

$$n(t + 1) = 2 \cdot n(t) - 1.$$

De este modo, es posible transformar la información lingüística entre cualquier nivel sin pérdida de información, pero a costa de limitar el conjunto de términos lingüísticos que pueden pertenecer a la LH .

Debido al hecho de que queremos manejar cualquier escala lingüística, nuestra propuesta para construir una ELH consiste en reemplazar las reglas básicas que obligan a mantener los puntos modales de un nivel, t , al siguiente nivel, $t + 1$, por las siguientes reglas:

- *Regla 1 Extendida.* En primer lugar, debemos incluir en la ELH un número finito de niveles ordenados por su cardinalidad, $l(t, n(t))$, $t = 1, \dots, m$. Dichos niveles definen el marco lingüístico multigranular, F_{MS} , requerido por los expertos. En este conjunto de niveles no es necesario guardar los puntos modales de un nivel a otro.

- *Regla 2 Extendida.* Para obtener una *ELH*, debemos añadir un nuevo nivel, $l(t', n(t'))$ con $t' = m + 1$. Dicho nivel debe mantener todos los puntos formales de todos los niveles anteriores $l(t, n(t))$, $t = 1, \dots, m$.

Por lo tanto, para construir una *ELH*, primero debemos fijar las m escalas lingüísticas que los expertos van a necesitar para expresar sus preferencias y posteriormente añadir un nuevo nivel $l(t', n(t'))$ con $t' = m + 1$ de acuerdo al siguiente teorema.

Teorema 1. Sea $\{S_1^{n(t)}, \dots, S_m^{n(t)}\}$ el conjunto de escalas lingüísticas con una granularidad, $n(t)$, impar. Se define un nuevo conjunto de términos lingüísticos $l(t', n(t'))$ con $t' = m + 1$ que guarda todos los puntos formales de las m escalas anteriores y que tiene la siguiente granularidad.

$$n(t') = \left(\prod_{t=1}^{t=m} \delta_t \right) + 1,$$

Demostración 1. Por el Lema 1:

$$fp_t^i = \frac{i}{2 \cdot \delta_t} \in [0, 1] \text{ y } fp_{t'}^j = \frac{j}{2 \cdot \delta_{t'}} \in [0, 1],$$

Notamos que $\delta_t = n(t) - 1$ y $\delta_{t'} = n(t') - 1 = \prod_{t=1}^{t=m} \delta_t$ según el Teorema 1, δ_t es múltiplo de $\delta_{t'}$. Entonces, $\forall fp_t^i \in FP_t$, $t \in \{1, \dots, m\}$, siempre existe un $fp_{t'}^j \in FP_{t'}$, $t' = m + 1$ tal que $fp_t^i = fp_{t'}^j$

$$\frac{i}{2 \cdot \delta_t} = \frac{j}{2 \cdot \delta_{t'}} \Rightarrow j = \frac{i \cdot \delta_{t'}}{\delta_t}$$

Por tanto, queda demostrado que $FP_t \subset FP_{t'} \forall t \in \{1, \dots, m\}$.

Comentario 2. Si observamos la Figura 4.8, podemos observar que por el Teorema 1 cada punto formal del nivel t , fp_t^i , corresponde a un punto formal del nivel t' , $fp_{t'}^j$, cuyo valor de pertenencia es 1.

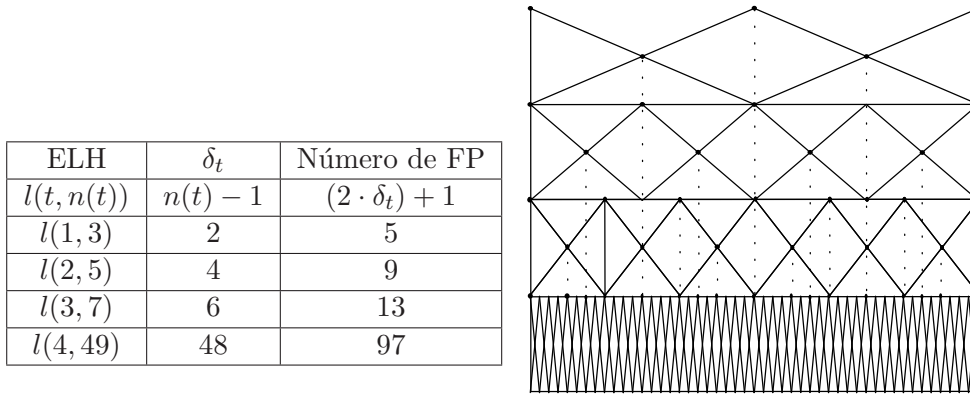


Figura 4.8: ELH de 3, 5, 7 y 49 etiquetas

Por lo expuesto anteriormente, una *ELH* es la unión de m niveles que fijan los expertos y un último nivel $l(t', n(t'))$ que guarda todos los puntos formales para proporcionar un modo preciso a la hora de realizar los procesos de computación con palabras.

$$ELH = \bigcup_{t=1}^{t=m+1} (l(t, n(t)))$$

Ejemplo 5. La Figura 4.8 muestra la granularidad necesaria en el nivel t' acorde con las m escalas definidas en el marco de trabajo. Podemos observar como el último nivel t' contiene todos los puntos modales de los conjuntos de términos definidos anteriormente.

La granularidad del último nivel es $(\prod_{t=1}^{t=m+1} \delta_t) + 1$, siendo $\delta_1 = 2$, $\delta_2 = 4$ y $\delta_3 = 6$. Por tanto, $n(4)$ es $(2 \cdot 4 \cdot 6) + 1 = 48 + 1 = 49$.

Optimización del Marco de Trabajo

En la Sección 4.3.1, hemos introducido un enfoque inicial para construir una *ELH* donde el nivel t' guarda todos los puntos modales de los anteriores conjuntos de términos lingüísticos. Sin embargo, consideramos que la granularidad del nivel t' definida por el Teorema 1 es demasiado alta, implicando una complejidad a la hora de trabajar con

él. Por ello, en esta sección se propone un método que optimiza la construcción de una *ELH*, dotando al último nivel t' de una granularidad menor y manteniendo todos los puntos formales de los niveles anteriores. Para conseguir nuestro objetivo, utilizaremos el *mínimo común múltiplo* (mcm).

Definición 15. *El mínimo común múltiplo de m enteros $a_1, \dots, a_m$ es definido como $mcm(a_1, \dots, a_m) = \min \{n \in \mathbb{N} : a_i/n \in \mathbb{N} \text{ para } i = 1, \dots, m\}$.*

Usando el *mcm*, vamos a proponer un nuevo teorema para calcular la granularidad del nivel t' .

Teorema 2. *Sea $\{S_1^{n(t)}, \dots, S_m^{n(t)}\}$ el conjunto de escalas lingüísticas con una granularidad, $n(t)$, impar. Se define un nuevo conjunto de términos lingüísticos $l(t', n(t'))$ con $t' = m + 1$ que guarda todos los puntos formales de las m escalas y que tendrá la siguiente granularidad:*

$$n(t') = (mcm(\delta_1, \dots, \delta_m)) + 1, t = 1, \dots, m$$

Demostración 2. Similar a la demostración del Teorema 1, δ_t es múltiplo de $\delta_{t'}$. Entonces, $j = \frac{i \cdot \delta_t'}{\delta_t}$ implica que $FP_t \subset FP_{t'}, \forall t \in \{1, \dots, m\}$.

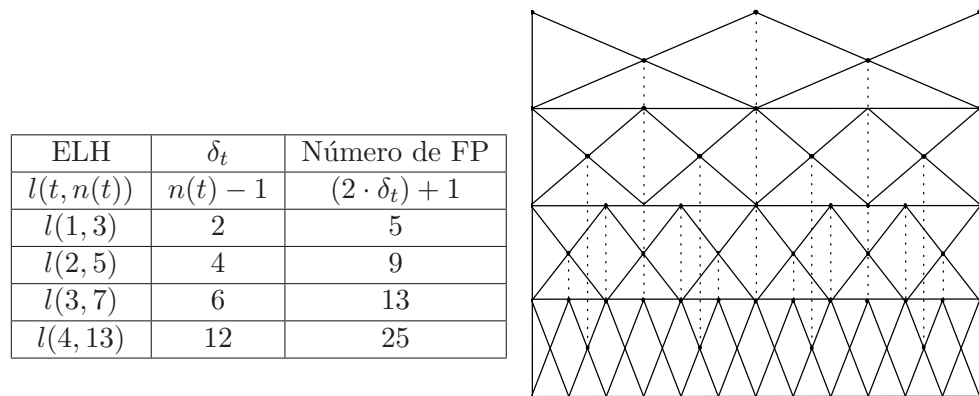


Figura 4.9: ELH con 3, 5, 7, y 13 etiquetas usando el Teorema 2

Comentario 3. Si observamos la Figura 4.9, podemos comprobar que por el Teorema 2 cada punto formal del nivel t , fp_t^i , corresponde a un punto formal del nivel t' , $fp_{t'}^j$, cuyo valor de pertenencia se encuentra en el conjunto $\{0.5, 1\}$.

Ejemplo 6. Usando el marco del Ejemplo 5 con escalas de 3, 5 y 7 etiquetas (mostrado gráficamente en la Figura 4.7), la granularidad del último nivel con el Teorema 2 es 25.

La Figura 4.9 resume y muestra gráficamente los valores que optimizan la construcción de una jerarquía lingüística ampliada. Podemos observar cómo esta optimización reduce drásticamente el número de etiquetas del último nivel, t' .

4.3.2. B) Proceso de Unificación

La *ELH* comparte el esquema computacional mostrado al inicio del capítulo en la Figura 4.2. Por lo tanto, para operar con la información lingüística multigranular en *ELH*, antes ésta debe ser unificada en un único conjunto de expresión. Este proceso de unificación está basado en las funciones de transformación definidas en las jerarquías lingüísticas, $TF_{t'}^t$, donde t y t' podían ser cualquier nivel de la *LH*. Sin embargo, en la *ELH* no se mantienen todos los puntos modales de un nivel a otro y, por lo tanto, no se garantiza la precisión en la transformación de las etiquetas pertenecientes a distintos niveles, salvo el último nivel, t' , que guarda todos los puntos modales. Por tanto, la información se unificará en el nivel t' y se realizará por medio de la función de transformación $TF_{t'}^t$ con $t = \{1, \dots, m\}$ y $t' = m + 1$.

Ejemplo 7. Aquí, vamos a mostrar un ejemplo de transformaciones de la *ELH* formada por los siguientes niveles $l(1, 3), l(2, 5), l(3, 7), l(4, 9), l(5, 25)$ (ver Figura 4.10). Los conjuntos de términos lingüísticos son descritos a continuación.

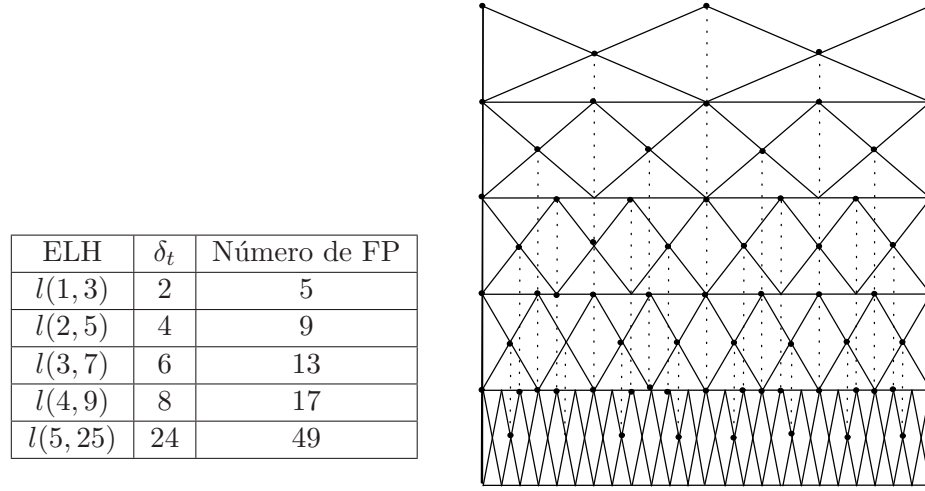


Figura 4.10: ELH de 3, 5, 7, 9 y 25 etiquetas con el Teorema 2

$$l(1, 3) \quad \{s_0^3, s_1^3, s_2^3\}$$

$$l(2, 5) \quad \{s_0^5, s_1^5, s_2^5, s_3^5, s_4^5\}$$

$$l(3, 7) \quad \{s_0^7, s_1^7, s_2^7, s_3^7, s_4^7, s_5^7, s_6^7\}$$

$$l(4, 9) \quad \{s_0^9, s_1^9, s_2^9, s_3^9, s_4^9, s_5^9, s_6^9, s_7^9, s_8^9\}$$

$$l(5, 25) \quad \{s_0^{25}, s_1^{25}, s_2^{25}, s_3^{25}, \dots, s_{21}^{25}, s_{22}^{25}, s_{23}^{25}, s_{24}^{25}\}$$

El proceso de unificación puede verse gráficamente en a) de la Figura 4.11.

4.3.3. C) Proceso Computacional

El modelo computacional usado por las jerarquías lingüísticas ampliadas es el modelo computacional 2-tupla. Debemos notar que aunque los resultados obtenidos están expresados por medio de 2-tuplas en $S^{n(t')}$, con $t' = m+1$, este modelo proporciona la posibilidad de expresar los resultados obtenidos en cualquier conjunto de términos lingüísticos contenido en el marco de trabajo, F_{MS} , sin pérdida de información, por medio de las funciones de transformación $TF_t^{t'}$ para $t = 1, \dots, m$ y $t' = m+1$. Dicha

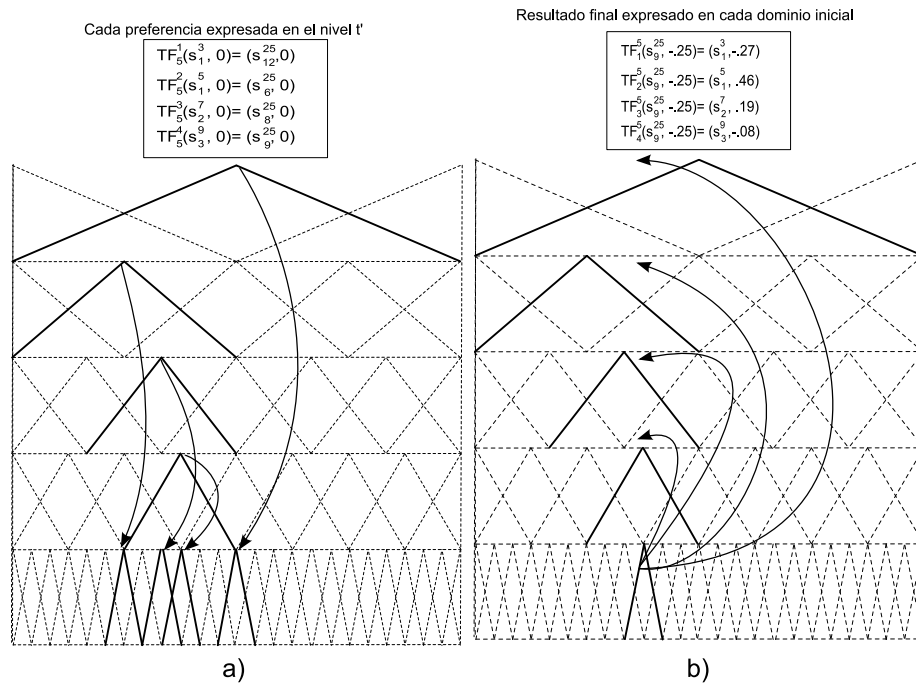


Figura 4.11: La transformación entre etiquetas del nivel t' y t y viceversa

transformación puede verse gráficamente en b) de la Figura 4.11.

4.3.4. Análisis de las Jerarquías Lingüísticas Ampliadas

Las características del enfoque propuesto son resumidas en la Tabla 4.3, tales características son las mismas que las usadas en la Tabla 4.2.

Características	ELH
Marco de trabajo limitado	No
Modelo computacional	2-tupla
Precisión	Sí
Dominio de expresión de los resultados	Etiquetas Lingüísticas

Tabla 4.3: Características de las *ELH*

Podemos observar que el enfoque que presentamos proporciona: una flexibilidad total

para modelar la información lingüística (cualquier conjunto de términos lingüísticos puede ser usado), precisión en el modelo computacional y la posibilidad de expresar los resultados en el dominio utilizado por los expertos.

4.4. Modelo de Evaluación Sensorial con Múltiples Escalas Basado en Jerarquías Lingüísticas Ampliadas

En la literatura existente se han desarrollado modelos de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas [105, 106]. Sin embargo, estos modelos poseen una serie de limitaciones que no cubren las necesidades de los procesos de evaluación con múltiples escalas lingüísticas, ya que dichos modelos proporcionan marcos de evaluación poco flexibles, modelos computacionales complejos, resultados finales no precisos y en un dominio de expresión diferente al utilizado por los expertos. Como hemos visto, estas limitaciones están asociadas al tipo de enfoque que utilizan estos modelos de evaluación sensorial para manejar la información expresada en múltiples escalas lingüísticas y que han sido descritas en la Sección 4.2.

Ahora que hemos definido un nuevo enfoque, *Jerarquías Lingüísticas Ampliadas*, capaz de vencer las limitaciones de los anteriores enfoques, es el momento de proponer un nuevo modelo de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas que cubra las necesidades de los procesos de evaluación con múltiples escalas, es decir, un modelo capaz de ofrecer a los jueces una mayor flexibilidad a la hora de expresar sus evaluaciones y de proporcionar resultados precisos en un dominio de expresión perteneciente al marco de evaluación.

En la Figura 4.12, ilustramos las fases generales del modelo de evaluación sensorial

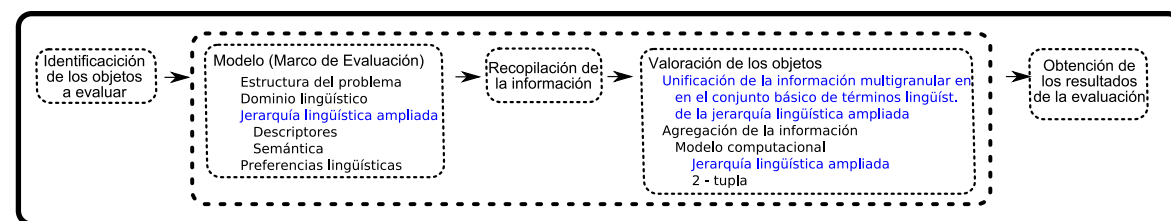


Figura 4.12: Fases del modelo *ESMEL*

con múltiples escalas lingüísticas basado en jerarquías lingüísticas ampliadas, siendo las principales:

1. Definición del marco de evaluación. (Contexto multigranular).
2. Recopilación de la información.
3. Valoración de los objetos.
 - Unificación de la información multigranular.
 - Agregación de la información.

Como vemos, este esquema es similar al modelo básico, mostrado en la Figura 4.1, pero como la información está valorada en distintas escalas lingüísticas no podemos operar directamente sobre ella y ésta debe ser unificada. Este proceso de unificación lo llevaremos a cabo mediante las funciones de transformación de una jerarquía lingüística ampliada. Una vez unificada la información, calculará la valoración de los objetos.

A continuación, describimos en detalle cómo se realizan cada uno de estos procesos en el nuevo modelo de *evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas basado en jerarquías lingüísticas ampliadas* que denominaremos como *ESMEL*.

4.4.1. Marco de Evaluación

Al igual que en el modelo básico, en esta fase se define el esquema del proceso de evaluación sensorial.

El modelo *ESMEL* varía del modelo anterior en que el marco de evaluación es lingüístico multigranular, es decir, con múltiples escalas lingüísticas.

A continuación, presentamos la estructura y terminología que usaremos en la definición del problema.

- Sea $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ el conjunto de jueces.
- Sea $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ el conjunto de productos.
- Sea $F = \{f_1, \dots, f_h\}$ el conjunto de características o atributos sensoriales de los productos.
- Sea F_{MS} el conjunto formado por todos los conjuntos de términos lingüísticos que utilizan los jueces para realizar las evaluaciones de las características o atributos de los objetos. Como hemos comentado anteriormente, la granularidad de cada conjunto de términos lingüísticos, $S_i \in F_{MS}$, puede venir determinada por los grados de variación de sensibilidad sensorial de los jueces o por la precisión de las características o atributos sensoriales.

Una vez que los m jueces hayan definido las escalas a utilizar, debemos construir la *ELH* que utilizaremos para representar la información del proceso de evaluación sensorial y operar sobre ésta.

Para entender el funcionamiento del modelo, vamos a explicarlo mediante el ejemplo de un proceso de evaluación sensorial de una muestra de yogur.

Ejemplo 8. Suponemos que queremos lanzar al mercado un nuevo yogur. Sin embargo, antes es recomendable conocer la posible reacción del público consumidor. Para ello, se realiza un proceso de evaluación sensorial donde participa un conjunto de jueces afectivos. De esta manera, para conocer el agrado de la muestra, a este conjunto de jueces afectivos, que representa la masa consumidora, la cual es bastante grande, se le va a realizar una prueba afectiva como las descritas en la Sección 2.2.5.2 de esta memoria de investigación.

Como este ejemplo pretende ilustrar el funcionamiento del modelo propuesto, por simplicidad, asumiremos un número bajo de jueces, en concreto 4 jueces, $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, que van a evaluar 4 características sensoriales (Aspecto, Olor, Sabor y Textura), $F = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$, del nuevo yogur.



Figura 4.13: Escala de 7 términos lingüísticos



Figura 4.14: Escala de 5 términos lingüísticos

Las características f_1 y f_2 se evaluarán en una escala de 7 términos lingüísticos (Ver Figura 4.13) y las restantes características (f_3 y f_4) en una escala de 5 términos lingüísticos (Ver Figura 4.14). La notación, sintaxis y semántica de ambas escalas son

expuestas a continuación.

Conjunto Etiquetas S^7

s_0^7	<i>Me Gusta Muchísimo</i>	(0, 0, .16)
s_1^7	<i>Me Gusta Mucho</i>	(0, .16, .34)
s_2^7	<i>Me Gusta</i>	(.16, .34, .5)
s_3^7	<i>Ni Me Gusta Ni Me Disgusta</i>	(.34, .5, .66)
s_4^7	<i>Me Disgusta</i>	(.5, .66, .84)
s_5^7	<i>Me Disgusta Mucho</i>	(.66, .84, 1)
s_6^7	<i>Me Disgusta Muchísimo</i>	(.84, 1, 1)

Conjunto Etiquetas S^5

s_0^5	<i>Me Gusta Muchísimo</i>	(0, 0, .25)
s_1^5	<i>Me Gusta</i>	(0, .25, .5)
s_2^5	<i>Ni Me Gusta Ni Me Disgusta</i>	(.25, .5, .75)
s_3^5	<i>Me Disgusta</i>	(.5, .75, 1)
s_4^5	<i>Me Disgusta Muchísimo</i>	(.75, 1, 1)

Una vez que los jueces han fijado las escalas, debemos construir la jerarquía lingüística ampliada para representar la información. Dicha ELH estará compuesta por dos niveles definidos por los conjuntos de términos lingüísticos fijados por los jueces, $l(1, 5)$ y $l(2, 7)$, y un tercer nivel, $l(3, n(3))$, cuya granularidad viene determinada por el Teorema 2, por tanto se define como $l(3, 13)$ puesto que $n(3) = (mcm(4, 6)) + 1 = 13$.

La jerarquía lingüística ampliada sería la representada en la Figura 4.15.

4.4.2. Recopilación de la Información

En esta fase, se obtienen las evaluaciones de los jueces sobre cada una de las características o atributos sensoriales de los objetos valorados. El juez, e_i , proporciona su evaluación en el conjunto de términos lingüísticos, $S_i^{n(t)}$, que desee mediante el vector

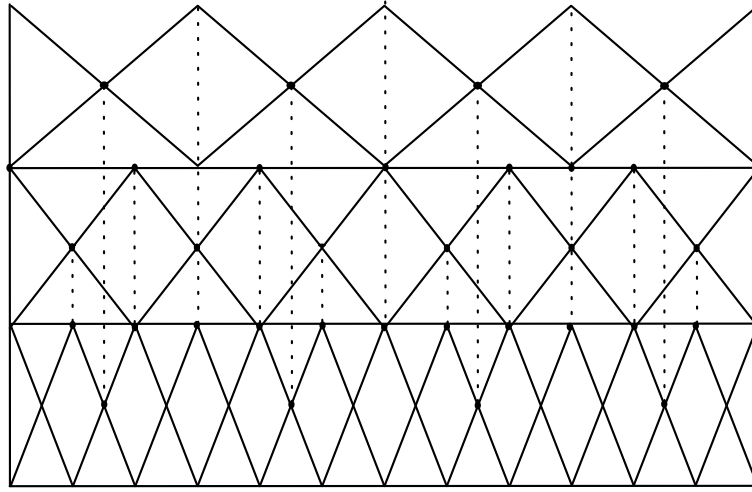


Figura 4.15: Jerarquía lingüística ampliada

de utilidad:

$$U_i = \{u_{11}^i, \dots, u_{1h}^i, u_{21}^i, \dots, u_{2h}^i, \dots, u_{n1}^i, \dots, u_{nh}^i\}$$

donde $u_{jk}^i \in S_i^{n(t)}$ es la valoración de la característica o atributo sensorial, f_k , del objeto, x_j , por el juez, e_i , en $S_i^{n(t)} \in ELH$.

Como se señaló en el Comentario 1, un término lingüístico puede verse como una 2-tupla lingüística añadiéndole el valor 0 como traslación simbólica, $s_i \in S \equiv (s_i, 0)$, por lo tanto, este modelo lingüístico puede usarse para representar los vectores de utilidad.

Ejemplo 9. Siguiendo con el Ejemplo 8 se realiza un prueba afectiva a los jueces. Para ello, se les dota a cada uno de la ficha de la Figura 4.16 donde deberán marcar el agrado de cada una de las características definidas en el marco de evaluación.

Una vez obtenida toda la información y transformada a 2-tuplas, los vectores de utilidad podrían ser los representados en la Tabla 4.4.

Nombre: _____ Apellidos: _____

Producto: Yogur

Evalúe las siguientes propiedades del producto, haciendo una 'X' en el término que mejor representa su evaluación

Sabor

Textura

Olor

Aspecto

Me gusta muchísimo
Me gusta mucho
Me gusta
Ni me gusta ni me disgusta
Me disgusta
Me disgusta mucho
Me disgusta muchísimo

☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐

Textura

Me gusta muchísimo
Me gusta
Ni me gusta ni me disgusta
Me disgusta
Me disgusta muchísimo

☐
☐
☐
☐
☐

Olor

Me gusta muchísimo
Me gusta
Ni me gusta ni me disgusta
Me disgusta
Me disgusta muchísimo

☐
☐
☐
☐
☐

Aspecto

Me gusta muchísimo
Me gusta
Ni me gusta ni me disgusta
Me disgusta
Me disgusta muchísimo

☐
☐
☐
☐
☐

Figura 4.16: Ficha para evaluar las características del yogur

	f_1	f_2	f_3	f_4
e_1	$(s_2^7, 0)$	$(s_1^7, 0)$	$(s_0^5, 0)$	$(s_2^5, 0)$
e_2	$(s_1^7, 0)$	$(s_0^7, 0)$	$(s_0^5, 0)$	$(s_2^5, 0)$
e_3	$(s_0^7, 0)$	$(s_1^7, 0)$	$(s_1^5, 0)$	$(s_2^5, 0)$
e_4	$(s_1^7, 0)$	$(s_2^7, 0)$	$(s_0^5, 0)$	$(s_2^5, 0)$

Tabla 4.4: Valoraciones de los jueces en 2-tuplas

4.4.3. Valoración de los Objetos

En esta fase, se busca obtener un valor global de los objetos evaluados atendiendo a las valoraciones proporcionadas por el panel de jueces. Dado que el contexto en que se definen estos problemas es multigranular, esta fase se dividirá en dos pasos:

4.4.3.1. Unificación de la Información Multigranular

En primer lugar, los vectores de utilidad, U_i , proporcionados por los jueces están valorados en distintos niveles de la ELH , $S_i^{n(t)} \in LH$. Para poder operar sobre ellos,

hay que unificar dicha información en un único dominio de expresión que será el nivel t' de la ELH . A continuación, transformaremos las valoraciones de cada juez, e_i , a dicho nivel mediante la función de transformación:

$$\forall u_{jk}^i \in S_i^{n(t)}$$

$$TF_{t'}^t(u_{jk}^i, 0) = \Delta^{-1}\left(\frac{\Delta(u_{jk}^i, 0) \cdot (n(t') - 1)}{n(t) - 1}\right)$$

siendo $t = 1, \dots, m$ y $t' = m + 1$.

De este modo, la información de entrada estará expresada mediante 2-tuplas en el $S^{n(t')}$ una vez unificada.

Ejemplo 10. Siguiendo con el ejemplo definido en el marco de evaluación de este modelo, los vectores de utilidad unificados en el nivel t' podrían ser los que se muestran en la Tabla 4.5 utilizando la función de transformación TF_3^1 y TF_3^2 .

	f_1	f_2	f_3	f_4
e_1	$(s_4^{13}, 0)$	$(s_2^{13}, 0)$	$(s_0^{13}, 0)$	$(s_6^{13}, 0)$
e_2	$(s_2^{13}, 0)$	$(s_0^{13}, 0)$	$(s_0^{13}, 0)$	$(s_6^{13}, 0)$
e_3	$(s_0^{13}, 0)$	$(s_2^{13}, 0)$	$(s_3^{13}, 0)$	$(s_6^{13}, 0)$
e_4	$(s_2^{13}, 0)$	$(s_4^{13}, 0)$	$(s_0^{13}, 0)$	$(s_6^{13}, 0)$

Tabla 4.5: Valoraciones de los jueces en t'

4.4.3.2. Agregación de la Información

Llegado a este punto, para obtener las valoraciones de los objetos evaluados, debemos agregar la información unificada. Como hemos mencionado, utilizaremos operadores de agregación sobre 2-tuplas [71] y esta fase consta de dos pasos, aunque es totalmente dependiente del problema que se esté estudiando:

1. *Evaluación colectiva para cada característica.* En esta etapa, se obtiene una valoración colectiva para cada característica.

2. *Evaluación colectiva para cada objeto.* En esta etapa, se obtiene una valoración colectiva para para cada objeto.

Ejemplo 11. Siguiendo con el ejemplo, vamos a calcular la valoración colectiva para cada característica evaluada. Por simplicidad, utilizamos el operador de agregación media aritmética para 2-tupla en ambos procesos de agregación:

$$f_1 \longrightarrow OA((s_4^{13}, 0), (s_2^{13}, 0), (s_0^{13}, 0), (s_2^{13}, 0)) = (s_2^{13}, 0)$$

$$f_2 \longrightarrow OA((s_2^{13}, 0), (s_0^{13}, 0), (s_2^{13}, 0), (s_4^{13}, 0)) = (s_2^{13}, 0)$$

$$f_3 \longrightarrow OA((s_0^{13}, 0), (s_0^{13}, 0), (s_3^{13}, 0), (s_0^{13}, 0)) = (s_1^{13}, -.25)$$

$$f_4 \longrightarrow OA((s_6^{13}, 0), (s_6^{13}, 0), (s_6^{13}, 0), (s_6^{13}, 0)) = (s_6^{13}, 0)$$

El valor colectivo para la muestra de yogur evaluada es:

$$x_1 \longrightarrow OA((s_2^{13}, 0), (s_2^{13}, 0), (s_1^{13}, -.25), (s_6^{13}, 0)) = (s_3^{13}, -.32)$$

Utilizando las funciones de transformación, TF_1^3 y TF_2^3 , podemos obtener los resultados en las escalas que utilizaron los jueces para expresar sus preferencias.

- En la escala de 7 términos, el valor colectivo es $(s_1^7, .34)$ (*Me gusta mucho, .34*).
- En la escala de 5 términos, el valor colectivo es $(s_1^5, -.11)$ (*Me gusta, -.11*).

El modelo de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas desarrollado permite dotar a los jueces de una total flexibilidad a la hora de expresar sus valoraciones y, como vemos, obtiene resultados lingüísticos precisos y fácilmente comprensibles por los jueces.

Capítulo 5

Nuevo Modelo de Evaluación Sensorial con Escalas Lingüísticas No Balanceadas

Un objetivo en esta memoria de investigación se centra en el desarrollo de un modelo de evaluación sensorial definido en un marco de evaluación lingüístico no balanceados, ya que el modelo inicial presentado en [109] utiliza escalas lingüísticas balanceadas, es decir, escalas representadas por un número impar de términos, donde el punto central representa el estado neutro y a ambos lados de éste se representan los términos favorables y desfavorables, positivos y negativos, etc.

Sin embargo, tal y como vimos en el Capítulo 2, existen procesos de evaluación sensorial en los que el estudio se centra más en un lado de la escala que en el otro, siendo adecuado la utilización de una escala lingüística no balanceada. Un ejemplo de este tipo de procesos es el proceso de evaluación sensorial del aceite de oliva. Dicho proceso mide las intensidades de los atributos de una muestra de aceite de oliva para clasificarla en una de las categorías de calidad (extra, virgen, corriente y lampante) en base a la intensidad de cada atributo sensorial, de forma que cuando se obtiene una intensidad alta, la calidad se engloba en una categoría, pero cuando es baja, pequeñas variaciones pueden variar su calidad, es decir, de categoría.

En este capítulo, presentamos un nuevo modelo de evaluación sensorial para gestionar escalas lingüísticas no balanceadas. Dicho modelo modificará el modelo inicial usando un enfoque para el modelado y la computación de la información lingüística no balanceada. Además, aplicamos el modelo propuesto al proceso de evaluación sensorial de una muestra de aceite de oliva, permitiendo evaluar las diversas características sensoriales del aceite de oliva en una escala lingüística no balanceada. Además, evaluará una muestra de aceite de oliva en una de las categorías existentes (extra, virgen, corriente y lampante).

De esta forma, la estructura del capítulo es la siguiente. Primero, revisaremos el enfoque que utilizamos para gestionar la información valorada en una escala lingüística no balanceada, después presentaremos un nuevo modelo de evaluación sensorial con una escala lingüística no balanceada. Este capítulo concluirá con la aplicación del modelo propuesto al proceso de evaluación sensorial del aceite de oliva.

5.1. Enfoque para Manejar Escalas Lingüísticas No Balanceadas

En esta memoria uno de nuestros objetivos era tratar con procesos de evaluación sensorial en los que aparece la necesidad de utilizar escalas lingüísticas no balanceadas. En estos procesos, el interés en la medición de un atributo sensorial es más importante en un lado de la escala que en el otro, siendo más adecuado utilizar escalas lingüísticas no balanceadas [61, 79, 145].

Recientemente, se ha presentado un enfoque que además de modelar la información lingüística no balanceada, permite operar sobre ella de una forma precisa [61]. Por ello, utilizaremos este enfoque para nuestro propósito, es decir, para desarrollar un nuevo modelo de evaluación sensorial con escalas lingüísticas no balanceadas. Dado

que el modelo de evaluación sensorial seguirá el esquema presentado en la Figura 2.2, vemos de nuevo brevemente los elementos básicos de un problema de toma de decisión multiexperto multicriterio, pero en este caso en un contexto lingüístico no balanceado.

- $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ un conjunto de expertos.
- $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ un conjunto de alternativas.
- $C = \{c_1, \dots, c_h\}$ el conjunto de criterios que caracterizan cada alternativa.
- S un conjunto de términos lingüísticos no balanceado. Dicho conjunto está caracterizado por una etiqueta central, una etiqueta mínima, una etiqueta máxima, y el resto de etiquetas están distribuidas de forma no uniforme ni simétrica alrededor de la etiqueta central.

Cada experto, e_i , utiliza una etiqueta del conjunto de términos lingüísticos no balanceado, S , que indica la preferencia de la alternativa, x_j , respecto al criterio, c_k .

5.1.1. Modelado de la Información Lingüística No Balanceada

El enfoque presentado en [61] introdujo un método para construir la semántica de un conjunto de términos lingüísticos no balanceado, S , por medio de una jerarquía lingüística, LH , utilizando diferentes niveles de ésta para representar ambos lados del término lingüístico medio. Así, el lado con más términos lingüísticos necesita un nivel de granularidad mayor, $l(i, n(i))$ de LH , y el lado con menor número de términos lingüísticos necesita un nivel de granularidad menor, $l(j, n(j))$ de LH , siendo $i > j$.

Un *conjunto de términos lingüísticos no balanceado* S es caracterizado por una etiqueta central, una etiqueta mínima, una etiqueta máxima, y el resto de etiquetas están distribuidas de forma no uniforme ni simétrica alrededor de la etiqueta central. Para manejar esta conjunto se divide en 3 subconjuntos $S = S_L \cup S_C \cup S_R$.

- S_L contiene todas las etiquetas menores que la etiqueta central, es decir, las etiquetas situadas a la izquierda del término central.
- S_C contiene la etiqueta central y,
- S_R contiene todas las etiquetas mayores que la etiqueta central, es decir, las etiquetas situadas a la derecha del término central.

Para ver el modelado de la información lingüística no balanceada presentado en [61], nos centraremos en la representación del subconjunto S_R , siendo la representación de S_L simétricamente análoga. Para representar el subconjunto S_R se distinguen dos posibilidades:

- *Representación usando un nivel de la jerarquía lingüística.*
- *Representación usando dos niveles de la jerarquía lingüística.*

Ambas posibilidades se describen a continuación.

5.1.1.1. Representación Usando un Nivel de la Jerarquía Lingüística

Para representar el subconjunto S_R en un nivel de la jerarquía lingüística, la escala S tiene que satisfacer la Ecuación 5.1

$$\exists t \in LH, \frac{n(t) - 1}{2} = \#(S_R) \quad (5.1)$$

siendo $\#(S_R)$ el número de etiquetas que contiene el subconjunto S_R .

Cuando la ecuación se satisface, existe un nivel t cuya semántica se asignará a las etiquetas de S_R , siendo el procedimiento para asignar la semántica el siguiente:

- Se asignan las etiquetas de forma que $S_R \leftarrow S_R^{n(t)}$.

- La semántica de la etiqueta central $\mathcal{S}_C = \{s_C\}$ es asignada solamente por la parte izquierda de la función de pertenencia de la etiqueta central de $S^{n(t)}$, $\underline{s}_C \leftarrow \underline{s}_C^{n(t)}$. La semántica de la parte derecha será asignada cuando se asigne el subconjunto S_L .

5.1.1.2. Representación Usando Dos Niveles de la Jerarquía Lingüística

Si el subconjunto S_R no satisface la Ecuación 5.1 entonces su representación depende de la distribución de la escala S .

La distribución de una escala S se define mediante 5 valores.

$$\{(\#(S_L), densidad_{S_L}), \#(S_C), (\#(S_R), densidad_{S_R})\}, \quad (5.2)$$

siendo $\#(S_L)$, $\#(S_C)$ y $\#(S_R)$, la cardinalidad de cada subconjunto y $densidad_{S_L}$ y $densidad_{S_R}$ variables simbólicas del conjunto $\{centrada, extrema\}$, que indican si la máxima granularidad de los subconjuntos S_L y S_R se sitúa cercana al centro o al extremo.

Una vez establecida la distribución de la escala S , el procedimiento para representar el subconjunto S_R es el siguiente:

- **Selección de los dos niveles de la jerarquía lingüística.**

Para asignar la semántica de S_R se seleccionan dos niveles, t y $t+1$, de la jerarquía lingüística de acuerdo a la Ecuación 5.3.

$$\frac{n(t) - 1}{2} < \#(\mathcal{S}_R) < \frac{n(t+1) - 1}{2} \quad (5.3)$$

Así, S_R se asignará mediante un subconjunto de etiquetas de la parte derecha de los niveles t y $t+1$, llamado *conjunto de etiquetas asignables* y notado como $AS_R^{n(t)}$

y $AS_R^{n(t+1)}$, respectivamente. Inicialmente, estos conjuntos de etiquetas asignables están compuestos por las siguientes etiquetas:

$$AS_R^{n(t)} = S_R^{n(t)} = \{s_{\frac{n(t)-1}{2}+1}^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\},$$

$$AS_R^{n(t+1)} = S_R^{n(t+1)} = \{s_{\frac{n(t+1)-1}{2}+1}^{n(t+1)}, \dots, s_{n(t+1)-1}^{n(t+1)}\}$$

Indicar que, debido a las reglas de construcción de una jerarquía lingüística, toda etiqueta del nivel t , $s_j^{n(t)} \in AS^{n(t)}$, tiene asociadas dos etiquetas del nivel $t+1$, $s_{2 \cdot j}^{n(t+1)} \in AS^{n(t+1)}$ y $s_{2 \cdot j-1}^{n(t+1)} \in AS^{n(t+1)}$.

La idea para representar S_R consiste en asignar primero el lado de S_R con una granularidad mayor usando etiquetas pertenecientes a $AS^{n(t+1)}$ y a continuación, el lado con una granularidad menor mediante etiquetas pertenecientes a $AS^{n(t)}$, por lo que se irán eliminando y asignando etiquetas de los conjuntos de etiquetas asignables, $AS^{n(t)}$ y $AS^{n(t+1)}$.

Para realizar el proceso anterior, S_R es dividido en dos subconjuntos $S_R = S_{RC} \cup S_{RE}$.

- S_{RE} contiene las etiquetas cercanas al extremo derecho de S , y
- S_{RC} contiene las etiquetas cercanas al centro derecho de S .

De modo que, siguiendo la regla de decisión presentada en la Figura 5.1 y la etiqueta de densidad de S_R , obtenemos el conjunto AS_R que será utilizado para asignar las etiquetas de S_{RE} y S_{RC} .

Por último, notar que el número de etiquetas utilizado de cada subconjunto se calcula como se muestra a continuación.

- El subconjunto de mayor granularidad de S_R utilizará lab_{t+1} etiquetas del conjunto de etiquetas asignables, $AS^{n(t+1)}$, estando determinado lab_{t+1} por

SI ($densidad_{S_{RE}} = "Extrema"$)
ENTONCES
S_{RE} es representado en $AS_R^{n(t+1)}$ $S_{RE} \subset AS_R^{n(t+1)}$
S_{RC} es representado en $AS_R^{n(t)}$ $S_{RC} \subset AS_R^{n(t)}$
SINO
S_{RE} es representado en $AS_R^{n(t)}$ $S_{RE} \subset AS_R^{n(t)}$
S_{RC} es representado en $AS_R^{n(t+1)}$ $S_{RC} \subset AS_R^{n(t+1)}$

Figura 5.1: Regla de decisión para escoger el conjunto de etiquetas asignables

la siguiente expresión:

$$lab_{t+1} = \frac{n(t+1) - 1}{2} - \#(\mathcal{S}_R)$$

- El subconjunto de menor granularidad de S_R utilizará lab_t etiquetas del conjunto de etiquetas asignables, $AS^{n(t)}$, estando determinado lab_t por la siguiente expresión:

$$lab_t = \#(\mathcal{S}_R) - lab_{t+1}$$

■ Representación del Lado Derecho de la Escala.

Una vez que conocemos los conjuntos de etiquetas asignables y el número de etiquetas que utilizaremos de dichos conjuntos, es el momento de realizar la representación de S_{RE} y S_{RC} . Para ello, se sigue el siguiente procedimiento.

- Primero, asignamos las etiquetas del subconjunto de S_R con mayor granularidad utilizando lab_{t+1} etiquetas de $AS^{n(t+1)}$.
- Eliminamos las etiquetas de $AS^{n(t)}$ asociadas a las etiquetas de $AS^{n(t+1)}$ que han sido asignadas, un ejemplo se muestra en la Figura 5.2.
- El conjunto de etiquetas restante de $AS^{n(t)}$ se asignan al subconjunto de S_R con menor granularidad.

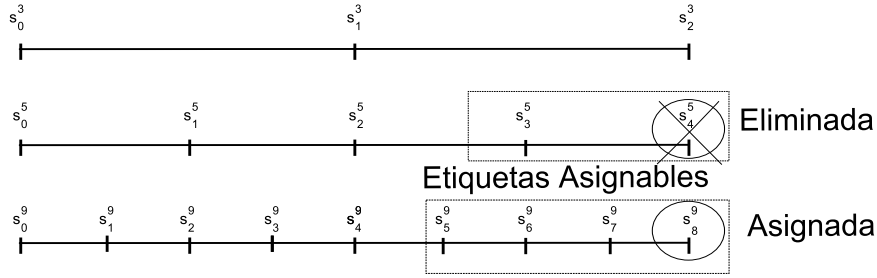
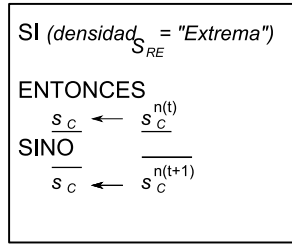


Figura 5.2: Etiquetas asociadas

■ Representación de la Etiqueta Central.

La etiqueta central se representa en función de la densidad del lado de la escala, gráficamente el procedimiento es mostrado en la Figura 5.3.

Figura 5.3: Representación de S_C

Una vez realizado el procedimiento, obtenemos la semántica de la escala lingüística no balanceada, S , por medio de la jerarquía lingüística, $LH(S) = \{s_{I(i)}^{G(i)}, i = 0, \dots, g\}$, tal que $\forall s_i \in S \exists l(t, n(t)) \in LH$ que contiene una etiqueta $s_k^{n(t)} \in S^{n(t)}$, de modo que $I(i) = k$ y $G(i) = n(t)$, siendo I y G funciones que asignan a cada etiqueta no balanceada, $s_i \in S$, el índice de la etiqueta que la representa en LH y la granularidad del nivel que la representa, respectivamente. Además, obtenemos una *función booleana* $Puente : S \rightarrow \{Falso, Verdad\}$ para cada $s_i \in S$ que indica si la semántica está representada por dos niveles de LH .

A continuación, vamos a mostrar un ejemplo para obtener la semántica de una escala no balanceada.

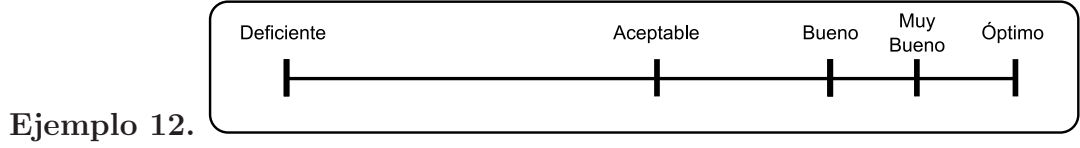


Figura 5.4: Escala no balanceada

La escala mostrada en la Figura 5.4 se divide en los siguientes 3 subconjuntos:

- $S_L = \{Deficiente(D)\}$,
- $S_C = \{Aceptable(A)\}$, y
- $S_R = \{Bueno(B), Muy Bueno(MB), Óptimo(O)\}$.

Utilizando la jerarquía lingüística mostrada en la Figura 5.5, el subconjunto S_L es representado en el nivel $t = 1$, ya que cumple la Ecuación 5.1. La parte izquierda de la etiqueta central será asignada también por el nivel $t = 1$.

El subconjunto S_R no puede ser representado utilizando un único nivel. Por tanto, debe ser representado por dos niveles que cumplan la Ecuación 5.3, estos niveles son $t = 2$ y $t = 3$.

A continuación, debemos calcular la distribución para la escala S que es

$$\{(1, extrema), 1, (3, extrema)\}$$

y además, los subconjuntos de S_R que son: $S_{RE} = \{MB, O\}$ y $S_{RC} = \{B\}$.

$$AS_R^5 = \{s_2^5, s_3^5, s_4^5\},$$

$$AS_R^9 = \{s_5^9, s_6^9, s_7^9, s_8^9\}.$$

El conjunto de etiquetas asignables son: AS_R^5 y AS_R^9 , siguiendo la regla descrita en la Figura 5.1, S_{RE} está contenido en AS_R^9 y S_{RC} está contenido en AS_R^5 . El número de etiquetas que se utiliza de cada conjunto es el siguiente: $lab_2 = \frac{9-1}{2} - 3 = 1$ y $lab_3 = 3 - 1 = 2$. Realizando el procedimiento descrito anteriormente, la representación

de la escala no balanceada sería la mostrada en la Figura 5.5. Además, dicha figura muestra la función *Puente* que indica qué etiquetas su semántica es representada mediante dos niveles.

S	$LH(S)$	$Puente(S)$
$s_0 = Deficiente$	$s_{I(0)}^{G(0)} = s_0^3$	Falso
$s_1 = Aceptable$	$s_{I(1)}^{G(1)} = s_1^3$	Verdad
$s_2 = Bueno$	$s_{I(2)}^{G(2)} = s_3^5$	Verdad
$s_3 = MuyBueno$	$s_{I(3)}^{G(3)} = s_7^9$	Falso
$s_4 = Óptimo$	$s_{I(4)}^{G(4)} = s_8^9$	Falso

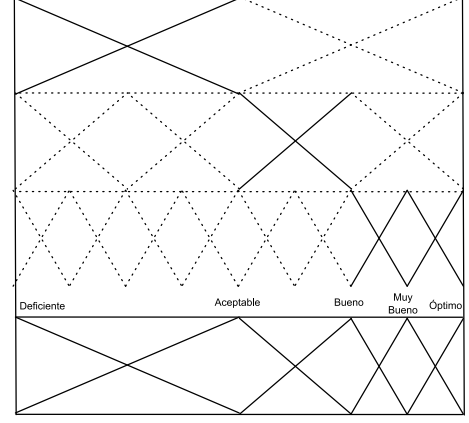


Figura 5.5: Semántica de la escala no balanceada

5.1.2. Modelo de Computación

En [61] fue definida una familia de funciones que nos permiten transformar una etiqueta de un conjunto de términos lingüísticos no balanceado a su 2-tupla lingüística correspondiente en la jerarquía lingüística (y viceversa).

Definición 16. [61] Sea $s_i \in S$ una etiqueta de un conjunto de términos no balanceado representado en la jerarquía lingüística $LH = \bigcup_t l(t, n(t))$, existe una función de transformación $\mathfrak{LH}$ que asocia a cada 2-tupla lingüística (s_i, α) , $s_i \in S$, su respectiva 2-tupla lingüística en $(s_{I(i)}^{G(i)}, \alpha_i) \in LH(S)$.

$$\mathfrak{LH} : (S \times [0.5, -0.5)) \rightarrow (LH(S) \times [0.5, -0.5)) \quad (5.4)$$

de modo que, $\forall (s_i, \alpha_i) \in (S \times [0.5, -0.5)) \implies \mathfrak{LH}(s_i, \alpha_i) = (s_{I(i)}^{G(i)}, \alpha_i)$.

Definición 17. [61] Sea $(s_{I(i)}^{G(i)}, \alpha_i)$ una etiqueta asociada a la jerarquía lingüística $LH(S) = \bigcup_t l(t, n(t))$, existe una función de transformación $\mathfrak{LH}^{-1}$ que asocia cada

2-tupla lingüística $(s_{I(i)}^{G(i)}, \alpha_i) \in LH(S)$ con su correspondiente 2-tupla (s_i, α) , $s_i \in S$.

$$\mathfrak{LH}^{-1} : (LH(S) \times [0.5, -0.5]) \rightarrow (S \times [0.5, -0.5]) \quad (5.5)$$

Con la representación de la escala no balanceada y la familia de funciones descritas anteriormente, utilizando el modelo computacional diseñado para operar con 2-tuplas y las jerarquías lingüísticas, se realizan las operaciones con palabras de forma precisa, tal y como se muestra a continuación:

1. En primer lugar, las etiquetas de la escala no balanceada se representan en el nivel correspondiente de la jerarquía lingüística, mediante la Ecuación 5.4.
2. A continuación, las etiquetas se unifican un nivel de la jerarquía (normalmente al de mayor granularidad), a través de la función de transformación $TF_{\nu'}^t$.
3. Una vez unificada la información en 2-tupla lingüística, los procesos de computación con palabras se realizan de forma precisa usando el modelo computacional para 2-tuplas.
4. Posteriormente, el resultado obtenido se transforma al nivel correspondiente de la jerarquía lingüística, a través de la función de transformación $TF_{\nu'}^t$.
5. Finalmente, el resultado obtenido en el proceso computacional estará expresado en el nivel de la jerarquía lingüística LH donde se unificó la información. La obtención del resultado final en la escala no balanceada se realiza mediante la Ecuación 5.5.

El proceso de computación con palabras se puede ver gráficamente en la Figura 5.6.

Una vez revisado el enfoque para gestionar información lingüística no balanceada, vamos a presentar nuestra propuesta: *Un Nuevo Modelo de Evaluación Sensorial con*

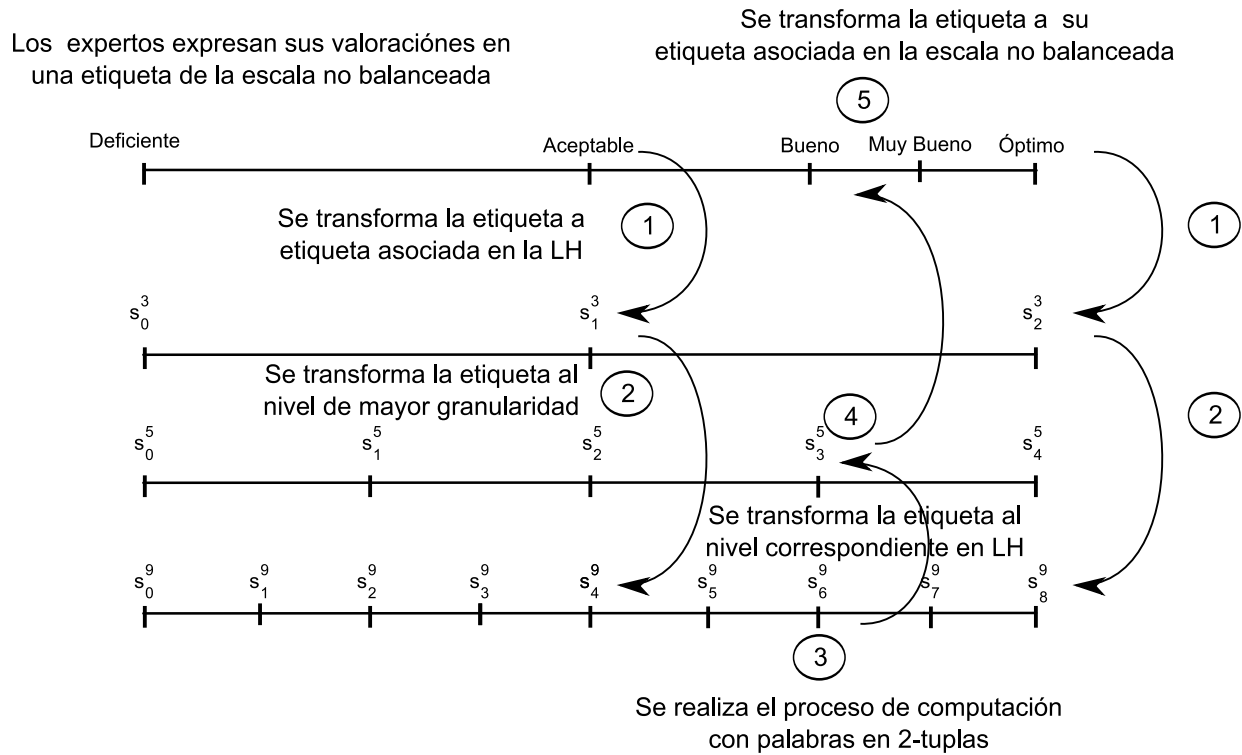


Figura 5.6: Esquema del proceso de unificación

con *Escalas Lingüísticas No Balanceadas (ESENb)*, Para llevarla a cabo, en la siguiente sección, analizaremos las fases y los cambios que se producen en el modelo de evaluación sensorial básico, descrito en la Sección 4.1.

5.2. Modelo de Evaluación Sensorial con Escalas Lingüísticas No Balanceadas

El nuevo modelo de evaluación sensorial se define para gestionar escalas lingüísticas no balanceadas y, al igual que el modelo *ESMEL* presentado en el capítulo anterior, está basada en el modelo básico de evaluación sensorial que fue descrito en la Sección 4.1.

El modelo básico nos proporciona una base sobre la que desarrollar el nuevo

modelo *ESENB*, donde las distintas fases del modelo básico se modificarán y utilizarán herramientas diferentes para llevar a cabo la manipulación de la información en un contexto lingüístico no balanceado.

El objetivo de este nuevo modelo es ofrecer un marco de evaluación donde los jueces pueden expresar sus preferencias en escalas lingüísticas no balanceadas, es decir, en una escala lingüística con distintos niveles de discriminación a ambos lados del término central.

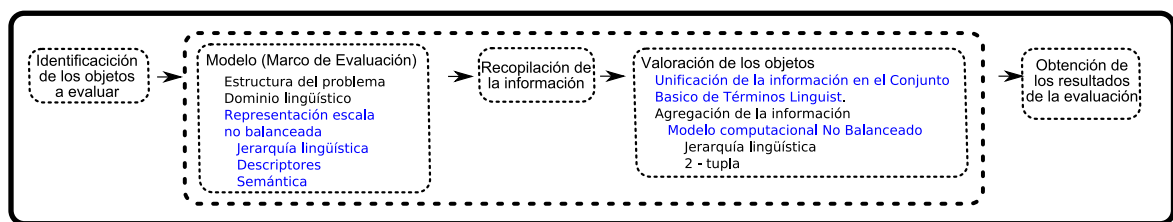


Figura 5.7: Fases del modelo *ESENB*

En la la Figura 5.7 ilustramos las fases generales del modelo de *ESENB*, siendo las principales:

1. Definición del marco de evaluación (Contexto no balanceado).
2. Recopilación de la información.
3. Valoración de los objetos.
 - Unificación de la información en el conjunto básico de términos lingüísticos.
 - Agregación de la información.

Como vemos, este esquema es similar al presentado en los anteriores modelos de evaluación sensorial. Aunque en este modelo toda la información está valorada en una única escala lingüística, es necesario realizar un proceso de unificación, ya que

los distintos términos de la escala no balanceada se representan en distintos niveles de una jerarquía lingüística y para operar sobre ellos, todos tienen que estar representados en un mismo nivel. Una vez unificada la información, se calculará la valoración de los objetos.

A continuación, describimos en detalle como se realizan cada uno de estos procesos en el modelo de *ESENB*.

5.2.1. Marco de Evaluación

Nuestro interés en desarrollar este modelo se fundamenta en los procesos de evaluación sensorial que manejan información valorada en escalas lingüísticas donde el objetivo del proceso de evaluación sensorial se centra en un lado de la escala, siendo necesaria una mayor precisión en un lado de la escala que en el contrario.

Para estos procesos, proponemos un marco de evaluación lingüístico no balanceado basado en un problema de decisión que se define como:

- Sea $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ el conjunto de jueces que participan en el proceso de evaluación sensorial.
- Sea $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ el conjunto de productos que serán objeto de evaluación.
- Sea $F = \{f_1, \dots, f_h\}$ el conjunto de características o atributos sensoriales que definen los productos que van a ser evaluados.
- Sea $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ un conjunto de términos lingüísticos no balanceado.

Cada juez, e_i , utiliza una etiqueta del conjunto de términos lingüísticos no balanceado, S , que indica la valoración del producto, x_j , respecto al atributo sensorial, f_k .

Una vez que la escala lingüística no balanceada, S , ha sido fijada, obtenemos la semántica de cada etiqueta aplicando el procedimiento mostrado en la Sección 5.1. Como hemos comentado anteriormente, el proceso nos proporciona una función booleana necesaria para llevar a cabo las siguientes fases del modelo propuesto.

Al igual que en el capítulo anterior para presentar el modelo $ESENB$, mostramos un ejemplo de proceso de evaluación sensorial y como el modelo se adapta a dicho proceso.

Ejemplo 13. Supongamos que una compañía comercializa diversos productos de café y debido a los costes que genera comercializar cada producto, debe de retirar del mercado uno. Para ello, decide realizar un proceso de evaluación sensorial entre los dos productos que considera prescindibles, él que obtenga la puntuación más alta, seguirá en el mercado, mientras que el otro será retirado.

Debido a que las muestras están comercializándose, se garantiza un nivel de aceptación mínimo. Por ello, este proceso de evaluación sensorial se centra en el lado positivo de la escala.

Como este ejemplo pretende ilustrar el funcionamiento del modelo propuesto, por simplicidad, asumiremos un número bajo de jueces, en concreto, 4 jueces afectivos $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ que van a evaluar dos características esenciales del café: el sabor y el aroma, $F = \{f_1, f_2\}$, de dos muestras de café, $X = \{x_1, x_2\}$, mediante la escala lingüística no balanceada, S , mostrada en la Figura 5.4.

Una vez que ha sido fijada la escala no balanceada, debemos aplicar el procedimiento descrito en [61] para obtener la semántica de la escala y su función booleana (ver Figura 5.5), ambas necesarias para operar sobre la información no balanceada en los siguientes procesos.

5.2.2. Recopilación de la Información

En esta fase, los jueces proporcionan su conocimiento a través de vectores de utilidad que contienen la evaluación lingüística para cada característica de los objetos evaluados en una escala no balanceada.

El juez, e_i , proporciona sus preferencias en un conjunto de términos lingüísticos no balanceado, S , por medio del vector utilidad:

$$U_i = \{u_{11}^i, \dots, u_{1h}^i, u_{21}^i, \dots, u_{2h}^i, \dots, u_{n1}^i, \dots, u_{nh}^i\}$$

donde u_{jk}^i es la evaluación en S del indicador f_k para el objeto x_j por el juez e_i .

Ejemplo 14. Siguiendo con el Ejemplo 13, se realiza un prueba de aceptación a los jueces. Para ello, se les dota a cada uno de la ficha de la Figura 5.8 donde deberán marcar la calidad de cada una de las características definidas en el marco de evaluación.

Nombre: _____

Apellidos: _____

Producto: Café

Analice las muestras en cuanto a la calidad de las características del sabor y del aroma que describen al producto.

	Deficiente	Aceptable	Bueno	Muy Bueno	Óptimo
Aroma	☐	☐	☐	☐	☐
Sabor	☐	☐	☐	☐	☐

Figura 5.8: Ficha para valorar las muestras de café

Los valores obtenidos por los jueces para este proceso de evaluación sensorial son los mostrados en la Tabla 5.1.

	x_1		x_2	
	f_1	f_2	f_1	f_2
e_1	<i>Aceptable</i>	<i>Muy Bueno</i>	<i>Óptimo</i>	<i>Aceptable</i>
e_2	<i>Bueno</i>	<i>Óptimo</i>	<i>Bueno</i>	<i>Óptimo</i>

Tabla 5.1: Valoraciones para las características de la muestra x_1 y x_2

5.2.3. Valoración de los Objetos

En esta fase se busca obtener un valor global de los objetos evaluados atendiendo a las valoraciones proporcionadas por el conjunto de jueces. Dado que el contexto en que se define este proceso es lingüístico no balanceado, esta fase se dividirá en dos pasos:

5.2.3.1. Unificación de la Información

En esta fase los vectores, u_i , proporcionados por los jueces serán unificados, para que en la siguiente fase, agregación de la información, sea obtenida una valoración global de cada objeto evaluado.

La información proporcionada en la fase anterior se transforma a 2-tupla lingüística siguiendo el Comentario 1. Ahora, cada 2-tupla lingüística es transformada a una 2-tupla lingüística en la jerarquía lingüística asociada a la escala no balanceada, $LH(S)$, por medio de la función de transformación $\mathfrak{LH}$.

Debido a que la semántica de cada 2-tupla lingüística en $LH(S)$ pertenece a un nivel diferente en la jerarquía lingüística, no podemos operar directamente sobre ella. Por ello, unificaremos la información en un único nivel de la jerarquía lingüística denominado *Conjunto Básico de Términos Lingüísticos* (CBTL) y notado como t_{CBTL} por medio de la función de transformación entre niveles de un jerarquía lingüísticas, $TF_{t_{CBTL}}^t$.

Llegado a este punto, toda la información implicada en el proceso de evaluación sensorial se encuentra expresada en el nivel t_{CBTL} de la jerarquía lingüística $LH(S)$.

Ejemplo 15. Siguiendo con el ejemplo definido en el marco de evaluación de este modelo, ahora debemos transformar cada etiqueta del conjunto no balanceado al nivel t de la jerarquía lingüística LH , obteniendo los resultados mostrados en la Tabla 5.2. A continuación, transformaremos éstos al nivel t_{CBTL} utilizando la función de transformación $TF_{T_{CBTL}}^t$. De este modo, tenemos toda la información unificada en el nivel t_{CBTL} (ver Tabla 5.3).

	x_1		x_2	
	f_1	f_2	f_1	f_2
e_1	$(s_1^3, 0)$	$(s_7^9, 0)$	$(s_8^9, 0)$	$(s_1^3, 0)$
e_2	$(s_3^5, 0)$	$(s_8^9, 0)$	$(s_3^5, 0)$	$(s_8^9, 0)$

Tabla 5.2: Valoraciones de la muestra x_1 y x_2 en el nivel t de LH

	x_1		x_2	
	f_1	f_2	f_1	f_2
e_1	$(s_4^9, 0)$	$(s_7^9, 0)$	$(s_8^9, 0)$	$(s_4^9, 0)$
e_2	$(s_6^9, 0)$	$(s_8^9, 0)$	$(s_6^9, 0)$	$(s_8^9, 0)$

Tabla 5.3: Valoraciones de la muestra x_1 y x_2 en el nivel t_{CBTL}

5.2.3.2. Agregación de la Información

Una vez unificada la información, para obtener las valoraciones de los objetos evaluados debemos agregarla. Como hemos mencionado en los anteriores modelos de evaluación sensorial, esta fase es dependiente del proceso de evaluación sensorial y consta de dos pasos en los que se utilizarán operadores de agregación sobre 2-tuplas [71]:

1. *Evaluación colectiva para cada característica.* En esta etapa se obtiene una valoración colectiva para cada característica sensorial.

2. *Evaluación colectiva para cada objeto.* En esta etapa se obtiene una valoración colectiva para cada objeto evaluado.

El resultado de la valoración de cada objeto puede ser expresado en la escala no balanceada por medio de la función de transformación $TF_t^{t_{CBTL}}$ y $\mathfrak{L}\mathfrak{H}^{-1}$.

Ejemplo 16. Siguiendo con el ejemplo, vamos a calcular la valoración colectiva para cada característica evaluada. Por simplicidad, utilizamos el operador de agregación media aritmética para 2-tupla.

$$\begin{aligned} x_1(f_1) &\longrightarrow OA((s_4^9, 0), (s_6^9, 0)) = (s_5^9, 0) \\ x_1(f_2) &\longrightarrow OA((s_7^9, 0), (s_8^9, 0)) = (s_8^9, -.5) \\ x_2(f_1) &\longrightarrow OA((s_8^9, 0), (s_6^9, 0)) = (s_7^9, 0) \\ x_2(f_2) &\longrightarrow OA((s_4^9, 0), (s_8^9, 0)) = (s_6^9, 0) \end{aligned}$$

A continuación, mostramos los valores colectivos para los productos evaluados en el nivel t_{CBTL} :

$$\begin{aligned} x_1 &\longrightarrow OA((s_5^9, 0), (s_8^9, -.5)) = (s_6^9, .25) \\ x_2 &\longrightarrow OA((s_7^9, 0), (s_6^9, 0)) = (s_7^9, -.5) \end{aligned}$$

Para obtener las valoraciones colectivas de cada producto en la escala no balanceada es necesario aplicar la función de transformación $\mathfrak{L}\mathfrak{H}^{-1}$.

$$\begin{aligned} x_1 &\longrightarrow \mathfrak{L}\mathfrak{H}^{-1}(s_6^9, .25) = (Bueno, .25) \\ x_2 &\longrightarrow \mathfrak{L}\mathfrak{H}^{-1}(s_7^9, -.5) = (Muy Bueno, -.5) \end{aligned}$$

De los resultados obtenidos, podemos concluir que el producto retirado sería x_1 , puesto que el mayor valor colectivo lo ha obtenido la muestra x_2 .

5.3. Evaluación Sensorial del Aceite de Oliva

La mayor parte de nuestra investigación ha sido desarrollada en la Universidad de Jaén, esta universidad se localiza en la provincia de Jaén, cuyo marchamo es ser *capital*

mundial del aceite de oliva.

La caracterización y evaluación sensorial de los aceites de oliva vírgenes es fundamental para su comercialización, ya que se establece en el reglamento de la comunidad económica europea la evaluación sensorial para la clasificación de los aceites de oliva vírgenes.

Enfocada nuestra investigación en los procesos de evaluación sensorial y desarrollada en la capital del aceite de oliva, estudiamos el proceso de evaluación sensorial del aceite de oliva con el fin de estudiar un modelo de evaluación sensorial apropiado a dicha evaluación. A continuación, mostramos la actual metodología para la evaluación sensorial del aceite de oliva para posteriormente mostrar nuestro modelo.

El aceite virgen de oliva es el zumo de la aceituna, obtenido exclusivamente por procesos físicos, como la presión, la decantación o la centrifugación. Como en todos los alimentos, la calidad del aceite virgen depende de la calidad de la aceituna, así como de la calidad de los procesos de cosecha, poscosecha, extracción, conservación y distribución del producto final hasta ser consumido. Se trata de una cadena de producción donde una pérdida de calidad en un punto intermedio es irrecuperable en etapas posteriores.

A diferencia de otros productos alimenticios, el aceite virgen de oliva debe ser analizado, como define la normativa, tanto desde un punto de vista químico como sensorial. Los resultados de ambas analíticas tienen igual importancia a la hora de clasificar el aceite virgen en sus diferentes categorías comerciales.

Los aceites vírgenes se clasifican en 4 categorías (extra, virgen, corriente y lampante), cada categoría responde a unos parámetros físico-químicos y sensoriales fijados a nivel mundial por el Consejo Oleícola Internacional. El análisis químico mide el grado de acidez, es decir, la cantidad de ácidos grasos libres expresados en ácido oleico [54] y el sensorial valora y puntúa las cualidades organolépticas.

El análisis sensorial de aceites vírgenes debe realizarse utilizando un panel de

catadores, seleccionados y entrenados para dicha evaluación. La norma fijada por el Consejo Oleícola Internacional define el método de selección de catadores, para constituir un grupo cuyas evaluaciones sean suficientemente fiables para constituir un panel de cata.

A modo de resumen, la formación de un panel de catadores se realiza en cuatro etapas:

- Entrenamiento previo en el análisis de aceites y selección preliminar por aspectos psicológicos.
- Determinación de los umbrales medios de sensibilidad del grupo de aspirantes, para los defectos del aceite que determinan su categoría comercial.
- Determinación del umbral de sensibilidad de cada catador, para dichos atributos, y eliminación de los catadores menos sensibles.
- Determinación de la repetibilidad, reproducibilidad y fiabilidad de las evaluaciones y entrenamiento continuado del grupo para mantenerlas.

El panel mínimo es de ocho catadores y un jefe de panel. Un catador aislado está sometido a una posibilidad de error excesiva, especialmente para aquellos aceites que se encuentra entre dos categorías comerciales.

En el proceso de evaluación sensorial del aceite cada catador que forme parte del panel deberá oler y después probar el aceite sometido a examen, con el fin de analizar las percepciones olfativas, gustativas y táctiles. A continuación, deberá señalar en la hoja de perfil puesta a su disposición la intensidad a la que percibe cada uno de los atributos sensoriales.

La norma fijada por la Comunidad Europea y el Consejo Oleícola Internacional fija un modelo oficial de hoja de perfil para realizar un análisis de clasificación comercial

común a todos los paneles oficiales del mundo (Ver Figura 5.9). En dicha hoja, se analiza la intensidad de cada atributo sobre una escala no estructurada de 10 cm de longitud, anclada en su origen. En concreto, se analizan siempre seis atributos negativos del aceite, relacionados con una mala calidad del fruto (atrojado, avinado, moho) y asociados al proceso de extracción y conservación (borras, rancio, metálico), pudiéndose analizar también otros defectos si los hubiera, siempre que estén definidos en el vocabulario recogido en la norma vigente. Además, se analizan tres atributos positivos (frutado de aceituna, amargo y picante), aunque para la evaluación de la calidad del aceite de oliva virgen solamente interviene el atributo positivo frutado.

El jefe del panel analiza los resultados, utilizando los estimadores estadísticos siguientes: la mediana, la desviación típica sólida, el coeficiente de variación sólido y los intervalos de confianza al 95 sobre la mediana, estando detallados los métodos de cálculo en el Reglamento de la Comunidad Europea. Desde el punto de vista de la clasificación comercial del aceite, las diferentes categorías se establecen según los siguientes límites:

- *Extra Virgen* cuando la mediana de los defectos sea igual a 0 y la mediana del frutado sea superior a 0.
- *Virgen* cuando la mediana de los defectos sea superior a 0 e inferior o igual a 2,5 y la mediana del atributo frutado sea superior a 0.
- *Virgen Corriente* cuando la mediana de los defectos sea superior a 2,5 e inferior o igual a 6,0 o cuando la mediana de los defectos sea inferior o igual a 2,5 y la mediana del frutado sea igual a 0.
- *Virgen Lampante* cuando la mediana de los defectos sea superior a 6,0.

Nota 1: Por mediana de los defectos se entiende la mediana del defecto percibido con la intensidad más fuerte.

Hoja de Perfil
Intensidad

Código del Catador: _____
Código de la Muestra: _____
Fecha: _____

Percepción de los
atributos negativos

Atrojado

Moho

Avinado

Borras

Metálico

Rancio

Otros

Percepción del
atributo positivo

Frutado

Figura 5.9: Hoja de perfil original

Como podemos observar, la clasificación se centra en límites situados en el centro y en el lado izquierdo de la escala. Por tanto, el modelo de evaluación sensorial con escalas lingüísticas no balanceadas se adapta al proceso de evaluación sensorial del aceite de oliva.

5.4. Aplicación del Modelo al Proceso de Evaluación Sensorial del Aceite de Oliva

El modelado de la información que se realiza en la evaluación sensorial para evaluar la calidad del aceite de oliva no parece el más adecuado debido a que se realiza de una forma muy precisa. La información presente en el proceso de evaluación presenta incertidumbre, cuya naturaleza tiene un carácter no probabilístico. Para este proceso parece más adecuado el uso de valoraciones lingüísticas, ya que son más cercanas al modo en el que se expresan las personas y recoge de forma más adecuada la incertidumbre y vaguedad de la información implícita en el conocimiento de los atributos evaluados, lo que conllevaría, que el tiempo de formación del panel de catadores fuera menor.

Así, hemos realizado un estudio para ofrecerle a un panel de catadores la posibilidad de poder transmitir las valoraciones de los atributos del aceite de oliva a través de variables lingüísticas. Fruto de este estudio, llegamos a la conclusión de que los atributos del aceite de oliva sería adecuado evaluarlos a través de un escala de 5 términos lingüísticos no balanceados.

A continuación, presentamos las fases más importantes del modelo *ESENB*, presentado en la Sección 5.2, aplicado al proceso de evaluación sensorial de una muestra de aceite de oliva. Dicho proceso es mostrado en la Figura 5.10.

Proceso de Evaluación Sensorial del Aceite de Oliva

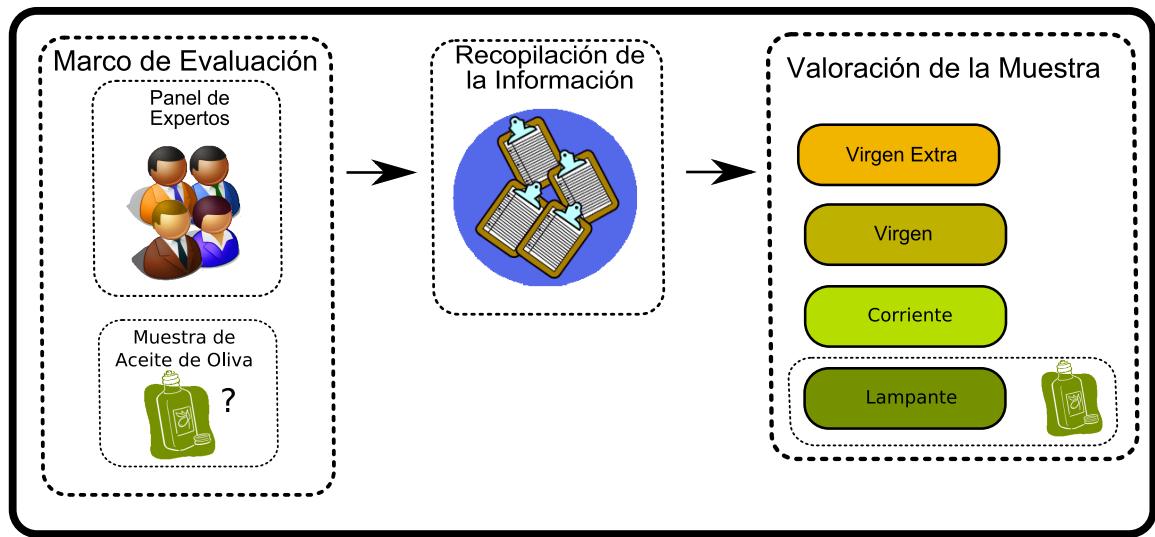


Figura 5.10: Fases del modelo de evaluación sensorial del aceite de oliva

5.4.1. Marco de Evaluación

El objetivo de la evaluación sensorial de una muestra de aceite de oliva es evaluar dicha muestra en una de las categorías de calidad (extra, virgen, corriente y lampante) según el conocimiento adquirido por el sistema sensorial de los jueces.

Vamos a definir un marco de evaluación en el que se realizarán las valoraciones en una escala no balanceada. Después de un estudio con diferentes conocedores, la escala utilizada para evaluar de forma cualitativa la intensidad de cada atributos es la mostrada en la Figura 5.11, cuya semántica se representa mediante la jerarquía lingüística mostrada en la Figura 5.12.

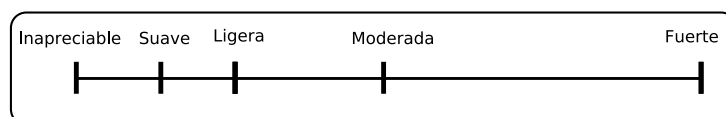


Figura 5.11: Escala no balanceada

Supongamos un panel de cata formado por 8 individuos, $E = \{e_1, \dots, e_8\}$, que someterán a evaluación una muestra de aceite de oliva, $X = \{x_1\}$, de la que se evaluarán 7 atributos sensoriales, $F = \{f_1, \dots, f_7\}$. En concreto, se analizan los siguientes atributos negativos del aceite de oliva: *Atrojado*, *Avinado*, *Moho*, *Borras*, *Rancio*, *Metálico*, y un único atributo positivo, *Frutado*, que es él que interviene en la evaluación de la calidad del aceite de oliva.

La notación, la sintaxis y la semántica de los conjuntos lingüísticos de etiquetas se detalla a continuación:

Escala No Balanceada S

s_0^5	<i>Inapreciable</i>	$(0, 0, .125)$
s_1^5	<i>Suave</i>	$(0, .125, .25)$
s_2^5	<i>Ligera</i>	$(.125, .25, .5)$
s_3^5	<i>Moderada</i>	$(.25, .5, 1)$
s_4^5	<i>Fuerte</i>	$(.5, 1, 1)$

S	$LH(S)$	$Puente(S)$
$s_0 = Inapreciable$	$s_{I(0)}^{G(0)} = s_0^9$	Falso
$s_1 = Suave$	$s_{I(1)}^{G(1)} = s_1^9$	Falso
$s_2 = Ligera$	$s_{I(2)}^{G(2)} = s_1^5$	Verdad
$s_3 = Moderada$	$s_{I(3)}^{G(3)} = s_1^3$	Verdad
$s_4 = Fuerte$	$s_{I(4)}^{G(4)} = s_2^3$	Falso

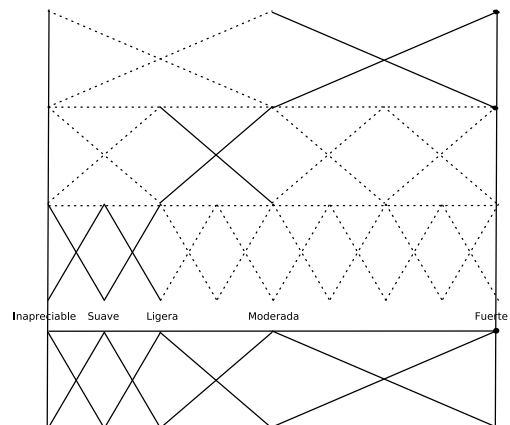


Figura 5.12: Semántica de la escala no balanceada

Hoja de Perfil

Intensidad

Código del Catador: _____

Código de la Muestra: _____

Fecha: _____

Percepción de los atributos negativos

	Inapreciable	Suave	Ligera	Moderada	Fuerte
Atrojado	☐	☐	☐	☐	☐
Moho	☐	☐	☐	☐	☐
Avinado	☐	☐	☐	☐	☐
Borras	☐	☐	☐	☐	☐
Metálico	☐	☐	☐	☐	☐
Rancio	☐	☐	☐	☐	☐
Otros	☐	☐	☐	☐	☐

Percepción del atributo positivo

Frutado	☐	☐	☐	☐	☐
---------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Figura 5.13: Hoja de perfil propuesta

5.4.2. Recopilación de la Información.

En esta fase, las intensidades de los atributos percibidos por el panel de catadores serán obtenidas (ver Tabla 5.4). Para ello, los catadores usarán la hoja de perfil que proponemos en la Figura 5.13.

	Atrojado	Moho	Avinado	Borrás	Metálico	Rancio	Frutado
<i>Catador 1</i>	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Suave
<i>Catador 2</i>	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Suave	Suave
<i>Catador 3</i>	Inapreciable	Ligera	Inapreciable	Inapreciable	Suave	Ligera	Ligera
<i>Catador 4</i>	Inapreciable	Ligera	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Suave	Ligera
<i>Catador 5</i>	Inapreciable	Ligera	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Ligera
<i>Catador 6</i>	Inapreciable	Ligera	Inapreciable	Suave	Inapreciable	Suave	Ligera
<i>Catador 7</i>	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Suave
<i>Catador 8</i>	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Inapreciable	Suave

Tabla 5.4: Vectores de utilidad dados por el panel de catadores

La información proporcionada por los catadores transformada a 2-tupla lingüística utilizando la notación se muestra en la Tabla 5.5.

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
e_1	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_1, 0)$
e_2	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_1, 0)$	$(s_1, 0)$
e_3	$(s_0, 0)$	$(s_2, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_1, 0)$	$(s_2, 0)$	$(s_2, 0)$
e_4	$(s_0, 0)$	$(s_2, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_1, 0)$	$(s_2, 0)$
e_5	$(s_0, 0)$	$(s_2, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_2, 0)$
e_6	$(s_0, 0)$	$(s_2, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_1, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_1, 0)$	$(s_2, 0)$
e_7	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_1, 0)$
e_8	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_1, 0)$

Tabla 5.5: Vectores de utilidad transformados a 2-tupla

5.4.3. Valoración de los Objetos.

En esta fase, los vectores de utilidad serán agregados para obtener la valoración global de la muestra de aceite de oliva evaluada, siguiendo el esquema del modelo de *ESENB* esta fase se divide en:

- Unificación de la información.
- Agregación de la información.

A continuación, se describen ambas fases.

5.4.3.1. Unificación de la Información

Se selecciona el conjunto básico de términos lingüísticos para unificar cada término de la escala lingüística no balanceada. En este caso, el nivel de mayor granularidad es $l(3, 9)$, por tanto éste será el nivel t_{CBTL} . Así, unificamos los valores de preferencia en el dicho nivel, utilizando la función de transformación $TF_{t_{CBTL}}^t$. Los resultados obtenidos los podemos ver en la Tabla 5.6.

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
e_1	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$
e_2	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$
e_3	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$
e_4	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$
e_9	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$
e_6	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$
e_7	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$
e_8	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$

Tabla 5.6: Vectores de utilidad dados por el panel de catadores en 2-tuplas en t_{CBTL}

5.4.3.2. Agregación de la Información

Una vez expresada la información en un único dominio de expresión, se aplica un proceso de agregación que consta de dos etapas para obtener un valor global de la muestra evaluada:

1. *Evaluación colectiva para cada característica*: En esta etapa se calcula un valor colectivo, u_{jk} , para cada característica, f_k , usando el operador de agregación *mediana 2-tupla*, Me , tal y como indica la normativa.

Y se obtienen los valores mostrados en la Tabla 5.7:

f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, -.5)$	$(s_2^9, -.5)$

Tabla 5.7: Medianas 2-tuplas en t_{CBTL}

2. *Evaluación colectiva de la muestra:* Esta evaluación se obtiene a partir de las valoraciones colectivas del defecto percibido con mayor intensidad y del atributo frutado. Para realizar la valoración global de la muestra, realizamos una conversión de la clasificación vigente a una calificación basada en 2-tupla lingüística, tal y como se muestra en la Tabla 5.8.

Categoría	Mediana (Me) del atributo negativo de mayor intensidad	Mediana del atributo frutado
Virgen Extra	$Me = (s_0^9, 0)$	$Me > (s_0^9, 0)$
Virgen	$(s_0^9, 0) < Me \leq (s_2^9, 0)$	$Me > (s_0^9, 0)$
Corriente	$(s_2^9, 0) < Me \leq (s_3^9, 0.1)$ o también $Me \leq (s_2^9, 0)$	$Me > (s_0^9, 0)$
Lampante	$Me > (s_3^9, 0.1)$	

Tabla 5.8: Evaluación de la calidad del aceite de oliva

En nuestro ejemplo, el *atributo negativo* con mayor valor colectivo es *Moho*, f_2 , con una intensidad *Suave*, $(s_1^9, 0)$, el atributo *frutado* posee una intensidad *Ligera*, $(s_2^9, -.5)$, por lo que la valoración global de la muestra de aceite de oliva atendiendo a las valoraciones del panel de catadores y a la Tabla 5.8 es de *Virgen*.

Como hemos visto, en este capítulo hemos desarrollado un modelo de evaluación sensorial con escalas lingüísticas no balanceadas para procesos reales de evaluación sensorial como, por ejemplo, el de aceite de oliva.

Capítulo 6

Prototipo Software de Modelos de Evaluación Sensorial con Escalas Lingüísticas

En este capítulo se presenta el prototipo software que desarrolla los modelos de evaluación sensorial con escalas lingüísticas propuestos en esta memoria de investigación. Dicho prototipo lo denominaremos *MESEL*.

Para ello, primero, describiremos la arquitectura del prototipo. A continuación, los lenguajes utilizados para implementarlo. Posteriormente, definiremos los distintos usuarios del prototipo y para finalizar, describiremos la funcionalidad completa de *MESEL*.

6.1. Arquitectura de *MESEL*

Se ha desarrollado un prototipo con una arquitectura cliente/servidor y una interfaz Web de comunicación con los usuarios. El funcionamiento de las arquitecturas de este tipo es sencilla: la aplicación se encuentra en un servidor central al que los usuarios acceden a través de un software cliente, en nuestro caso un navegador Web. Una vez que ha accedido a la aplicación, el usuario realiza peticiones que el servidor tiene que atender para generar una respuesta comprensible para el cliente.

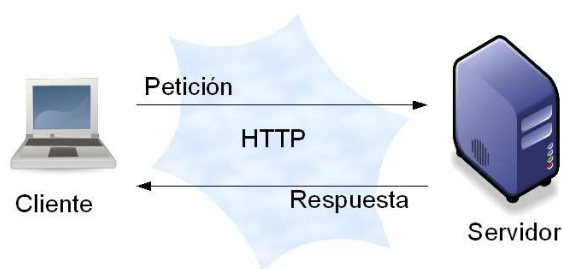


Figura 6.1: Arquitectura Cliente/Servidor

Una arquitectura cliente/servidor Web libera, por lo tanto, al usuario final de la aplicación de tener que instalarla en su máquina y consigue que cada usuario sólo pueda acceder a la información que le corresponde. Además, este tipo de arquitectura, gracias a su diseño modular, es fácilmente escalable y ampliable tanto en nuevos clientes como en servidores añadidos.

6.2. Lenguajes de Programación

Resulta obvio ante la arquitectura y el funcionamiento previsto de nuestra aplicación que usar HTML no es adecuado sino que es necesario otro lenguaje capaz de generar contenido dinámico desde el servidor de manera transparente al usuario final. Para este fin, hemos utilizado el lenguaje PHP.

PHP es un lenguaje de programación usado frecuentemente para la creación de contenido para sitios Web con los cuales se puede programar las páginas HTML y los códigos fuente. PHP es un lenguaje interpretado usado para la creación de aplicaciones para servidores o creación de contenido dinámico para sitios Web.

Algunas de las ventajas de PHP son:

- Es un lenguaje multiplataforma.
-

- Capacidad de conexión con la mayoría de los gestores de base de datos que se utilizan en la actualidad, destaca su conectividad con MySQL.
- Capacidad de leer y manipular datos desde diversas fuentes, incluyendo datos que pueden introducir los usuarios desde formularios HTML.
- Capacidad de expandir su potencial utilizando la enorme cantidad de módulos (extensiones).
- Posee una amplia documentación en su página oficial, entre la cual se destaca que todas las funciones del sistema están explicadas y asociadas a multitud de ejemplos en un único archivo de ayuda.
- Es libre, por lo que se presenta como una alternativa de fácil acceso para todos.
- Permite las técnicas de Programación Orientada a Objetos.
- Permite crear los formularios para la Web.
- Amplia biblioteca nativa de funciones.
- No requiere definición de tipos de variables ni manejo detallado de bajo nivel.

Estas características lo hacen ideal para nuestros propósitos:

- El cliente solicita cualquier funcionalidad.
 - El servidor, mediante PHP, conecta con nuestra base de datos MySQL y obtiene los datos pertinentes.
 - También mediante PHP realiza los cálculos y acciones que sean necesarios sobre esos datos.
-

- Finalmente, genera el código xHTML (código HTML adaptado a XML) adecuado y se lo presenta al cliente de manera transparente.

Con PHP es suficiente para satisfacer las funcionalidades que debe presentar la aplicación a los usuarios. Aunque para realizar la implementación de la interfaz Web será también necesario el lenguaje JavaScript y CSS.

JavaScript es un lenguaje interpretado, de sintaxis similar a lenguajes como Java o C, que se ejecuta del lado del cliente y que se complementa perfectamente con PHP, ya que, por ejemplo podría actuar de filtro dejando realizar la petición al servidor sólo cuando los datos de los clientes sean válidos. En cambio, si los datos son erróneos, informan al cliente de su error mediante mensajes de alerta. El código JavaScript puede estar incrustado dentro del documento HTML o estar almacenado en ficheros aparte (con extensión .js) y ser invocados por el documento.

CSS, acrónimo de Cascade Style Sheets, es un lenguaje formal que ayuda a separar la estructura interna de un documento de su presentación externa. Las etiquetas de estilo CSS pueden presentarse, al igual que ocurre con JavaScript, tanto dentro de un documento HTML como en un documento aparte (con extensión .css) al que el documento HTML se encarga de llamar cuando es necesario. De esta última manera no sólo se consigue separar la estructura de la presentación sino que también se consigue la centralización del estilo, ya que una sola hoja de estilos CSS puede ser invocada por distintas páginas de la aplicación Web, lo que ayuda de manera drástica al mantenimiento de la coherencia y consistencia del diseño de la aplicación.

En nuestra aplicación, el uso de hojas de estilo CSS es algo ineludible, ya que así se consigue que las sentencias PHP del servidor generen, simplemente, el código xHTML necesario para responder a la petición del cliente, sin entrar en temas de diseño o visualización de esta respuesta, de lo que se encargará el estilo CSS predefinido. Para el

desarrollo de nuestro prototipo software *MESEL*, se han utilizado archivos CSS (.css) y JavaScript (.js) separados del código HTML, ya que el código queda bastante más transparente, y en caso de que hubiesen errores, será más fácil repararlo manteniendo esta distribución de archivos.

6.3. Usuarios de *MESEL*

Nuestro sistema de evaluación sensorial con escalas lingüísticas será utilizado por dos tipos de usuarios bien diferenciados con distintas atribuciones cada uno:

- *Los Evaluadores o Jueces.* Serán los encargados de completar las hojas de perfil (fichas) que se encuentran a su disposición en el sistema de evaluación sensorial. Antes de que un evaluador pueda completar una hoja de perfil deberá estar registrado en el sistema. De esta forma se le presentará a cada evaluador la ficha adecuada.
- *El Administrador.* Este usuario es el encargado de diseñar el proceso de evaluación, es decir, será el encargado de definir los atributos que definen al producto evaluado y escoger el tipo de escala lingüística en que se valorarán (múltiples escalas lingüísticas o escalas lingüísticas no balanceadas). Además, también será el encargado de gestionar la información presente en la base de datos. En ella se almacenarán los diseños de las hojas de perfil (fichas), datos sobre los evaluadores, productos, atributos sensoriales y, además, todas las hojas de perfil completadas por los jueces. En la base de datos también se almacenarán los resultados obtenidos de los distintos procesos de evaluación sensorial.

Como el objetivo principal de este capítulo es presentar el funcionamiento del prototipo software para un proceso de evaluación sensorial basado en los modelos de

evaluación sensorial con escalas lingüísticas, no creemos necesario presentar en esta memoria el diseño de la base de datos necesaria para almacenar la información generada por nuestro sistema de evaluación sensorial.

6.4. Funcionalidad de *MESEL*

Vamos a presentar en detalle cada funcionalidad del prototipo software *MESEL*. Dicha presentación la enfocaremos según el tipo de usuario registrado en el sistema:

- El administrador.
- El evaluador.

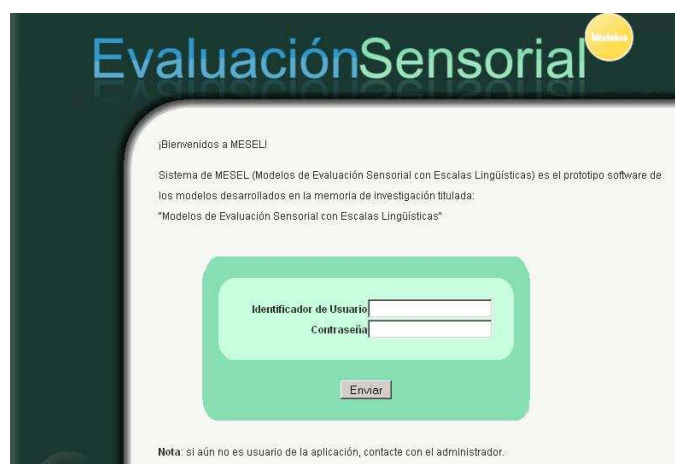


Figura 6.2: Página principal para registrarse en el sistema

A continuación, vamos a detallar la distintas opciones que tendrá el usuario administrador una vez registrado en *MESEL*.

6.4.1. Funcionalidad Administrador

La Figura 6.3 da una visión de la funcionalidad que tiene el sistema con el rol de administrador.



Figura 6.3: Página del menú de administrador

En la parte central de la pantalla aparece el menú principal, con las opciones que siempre estarán disponibles para el usuario administrador. A continuación, detallamos cada una de las distintas opciones que pueden realizar.

6.4.1.1. Crear Evaluador

En esta opción, el administrador puede dar de alta un nuevo evaluador. Para ello, tendrá que completar al menos los campos obligatorios del formulario que aparece en la Figura 6.4.

6.4.1.2. Consultar Evaluador

En esta opción, el administrador podrá consultar el listado de evaluadores existentes en la base de datos. Además, el administrador podrá eliminar de la base de datos a cualquier evaluador.

Evaluación Sensorial

Inicio > Opciones de Administración > Añadir Nuevo Evaluador

Usuario: admin (Salir)

Añadir Nuevo Evaluador

Debe rellenar el siguiente formulario para crear evaluadores

Identificador:

Contraseña:

Repetir Contraseña:

Nombre:

Apellidos:

Dirección:

Localidad: Provincia:

Teléfono: e-mail:

Foto: Examinar... (tamaño máximo 2MB)

campos obligatorios

Figura 6.4: Formulario para añadir un nuevo evaluador

Evaluación Sensorial

Inicio > Opciones de Administración > Consultar Listado

Usuario: admin (Salir)

Consultar Listado

Listado completo de Evaluadores:

Foto	Usuario	Nombre	Apellidos	Eliminar
	aaguirre	Antonio	Aguirre Moreno	
	aalcala	Alberto	Alcalá Fernández	
	acerezo	Alfonso	Cerezo Sánchez	
	agallego	Andrés	Gallego Rodríguez	

Figura 6.5: Listado de evaluadores

6.4.1.3. Añadir Producto

En esta opción, el administrador puede dar de alta un nuevo producto. Para ello, tendrá que completar todos los campos que aparecen en el formulario de la Figura 6.6.

Figura 6.6: Formulario para añadir un nuevo producto

Debemos mencionar que, como el tipo de escala dependerá del proceso de evaluación sensorial, el administrador deberá escoger el tipo que utilizarán los evaluadores para valorar las características sensoriales del producto. Estas escalas pueden ser de dos tipos:

- *Múltiples Escalas Lingüísticas*. Si el administrador selecciona este tipo de escala, la valoración del producto se realizará siguiendo el modelo *ESMEL* presentado en la Sección 4.4 de esta memoria de investigación.
- *Escala Lingüística No Balanceada*. Si el administrador selecciona este tipo de escala, la valoración del producto se realizará siguiendo el modelo *ESENB* presentado en la Sección 5.2 de esta memoria de investigación.

La Figura 6.6 muestra un ejemplo de un nuevo producto añadido, en concreto, una muestra de aceite de oliva. Como vimos en la Sección 5.4, sería adecuado evaluar los atributos del aceite de oliva a través de una escala de 5 términos lingüísticos no balanceados. Por ello, se ha escogido este tipo de escala lingüística.

Asociar Atributos. Una vez dado de alta el producto, el administrador debe dar de alta los atributos sensoriales que definen ese producto. Atendiendo al número de atributos que el administrador ha definido, tendrá que designar un nombre para cada uno de ellos, además de la escala utilizada.

En la Figura 6.7 observamos los atributos asignados para la muestra de aceite de oliva definida anteriormente.

Evaluación Sensorial

Inicio > Opciones de Administración > Añadir Nuevo Producto

Usuario: admin (Salir)

Añadir Atributos a Producto

Debe rellenar el siguiente formulario para crear un producto

Nombre Aceite Kyoipe

Descripción Aceite elaborado con aceitunas recolectadas a mano y seleccionadas por expertos entre las mejores variedades de aceitunas.

Tipo de escala No balanceada **Nº de atributos** 8

Nº	Nombre de Atributo	Escala
1	Atrajado	No balanceada
2	Moho	No balanceada
3	Avinado	No balanceada
4	Borrás	No balanceada
5	Metélico	No balanceada
6	Rancio	No balanceada
7	Otros	No balanceada
8	Frutado	No balanceada

Guardar

Figura 6.7: Formulario para asociar atributos sensoriales a un producto

6.4.1.4. Consultar Productos

En esta opción, el administrador podrá consultar el listado de productos existentes en la base de datos, así como los atributos asociados. Además, el administrador podrá eliminar de la base de datos un producto completo (borrando todos los atributos sensoriales asociados) o borrar un atributo sensorial específico.



Figura 6.8: Listado de productos

6.4.1.5. Crear Evaluaciones

En esta opción, el administrador podrá crear una evaluación, es decir, asociará un producto con un conjunto de evaluadores que lo valorarán. Además, el administrador deberá fijar el nombre de la evaluación y la fecha de creación. Un ejemplo de creación de una nueva evaluación puede verse en la Figura 6.9.

Una vez diseñada la evaluación, se almacenará en la base de datos y desde ese momento estará disponible para los evaluadores involucrados en la evaluación diseñada.

Evaluación Sensorial

Inicio > Opciones de Administración > Añadir Nueva Evaluación

Usuario: admin (Salir)

Añadir Nueva Evaluación

Debe rellenar el siguiente formulario para crear una evaluación

Nombre: Evaluación aceite Kyoipe

Fecha: 12/02/2009 (dd/mm/aaaa) (*)

Producto: Aceite Kyoipe (*)

Evaluadores:

- Alcalá Fernández, Alberto
- Cerezo Sánchez, Alfonso
- Callego Rodríguez, Andrés
- Ortiz Valejo, Víctor
- Pérez Pons, Pedro Luis
- Aguirre Moreno, Antonio
- Díaz Beltrán, Ana
- Galán Villar, Manuel
- Hernández Heredia, Juan
- Martínez Ruiz, Fernando

Guardar

(*) campos obligatorios

Figura 6.9: Formulario para añadir una nueva evaluación

6.4.1.6. Consultar Evaluaciones

En esta opción, el administrador podrá consultar el listado de evaluaciones existentes en la base de datos, así como el resultado de la evaluación sensorial del producto asociado a esa evaluación.

Evaluación Sensorial

Inicio > Opciones de Administración > Consultar Listado de Evaluaciones Sensoriales

Usuario: admin (Salir)

Consultar Listado de Evaluaciones Sensoriales

Listado completo de Evaluaciones Sensoriales

Código	Nombre	Producto	Fecha	Eliminar	Resultado
25	Evaluación de Aceite Kyoipe	Aceite Kyoipe	14/02/2009	✖	📄

Figura 6.10: Listado de evaluaciones

Ver Resultados. Una vez que todos los evaluadores hayan completado la hoja de

perfil del producto asociado, el administrador podrá consultar el resultado. La Figura 6.11 muestra el resultado de la evaluación sensorial de una muestra de aceite de oliva.



Figura 6.11: Resultado de un proceso de evaluación sensorial

Debemos mencionar que, como se ha indicado a lo largo de esta memoria de investigación, cada proceso de evaluación sensorial definirá el conjunto de operadores de agregación necesario para obtener la valoración global del producto. Actualmente, en el prototipo se han desarrollado los siguientes operadores de agregación:

- Media para 2-tupla lingüística.
- Mediana para 2-tupla lingüística.
- Función de agregación para la clasificación del aceite de oliva (detallada en la Tabla 5.8).

6.4.2. Funcionalidad Evaluador

La Figura 6.12 da una visión de la funcionalidad que tiene el sistema con un usuario registrado como evaluador.



Figura 6.12: Página del menú de evaluador

Cuando un evaluador se identifica en el sistema, le aparecen las evaluaciones que tiene pendientes y la opción de modificar sus datos personales. A continuación, vamos a detallar cada una de estas opciones.

6.4.2.1. Completar Evaluación

Si el evaluador selecciona una de las evaluaciones pendientes, le aparecerá la hoja de perfil correspondiente a esa evaluación. En el formulario mostrado en la Figura 6.13, asociado a la muestra de aceite de oliva definida anteriormente, el evaluador deberá marcar las valoraciones correspondientes a la intensidad de cada atributo sensorial del aceite de oliva.

6.4.2.2. Modificar Datos Personales

El evaluador podrá actualizar en todo momento sus datos personales si elige esta opción.

Evaluación Sensorial

Inicio Opciones de Usuario Complete la Hoja de Perfil Usuario:aalbin Salir

Complete la Hoja de Perfil

Para rellenar la Hoja de Perfil marque la valoración de los atributos

Evaluador Albin Rodríguez, Antonio **Producto** Aceite kyoipe

Descripción Evaluación de Aceite kyoipe

Evaluación

Atributos

Percepción de los atributos negativos

Nombre	Inapreciable	Suave	Ligero	Moderado	Fuerte
Atrojado	☐	☐	☐	☐	☐
Moho	☐	☐	☐	☐	☐
Avinado	☐	☐	☐	☐	☐
Borras	☐	☐	☐	☐	☐
Metálico	☐	☐	☐	☐	☐
Rancio	☐	☐	☐	☐	☐
Otros	☐	☐	☐	☐	☐

Percepción del atributo positivo

Nombre	Inapreciable	Suave	Ligero	Moderado	Fuerte
Frutado	☐	☐	☐	☐	☐

Guardar

Figura 6.13: Formulario para completar una evaluación

Como se ha indicado anteriormente, el software presentado es un prototipo que seguiremos desarrollando y mejorando con el fin de obtener un software final.

The screenshot shows a web application interface for 'Evaluación Sensorial'. The main title is 'Evaluación Sensorial' in a large, stylized font. Below it, the breadcrumb trail reads 'Inicio > Opciones de Usuario > Modificar Datos Personales'. The user is identified as 'Usuario: pperez (Salir)'. The page title is 'Modificar los Datos Personales'. The instructions state 'Para modificar los datos personales:'. The form contains the following fields: 'Identificador' (pperez), 'Nombre' (Pedro Luis), 'Apellidos' (Pérez Pons), 'Dirección', 'Localidad', 'Provincia', 'Teléfono', 'e-mail', 'Foto' (with an 'Examinar...' button and a note '(tamaño máximo 2MB)'), and a 'Cambio de Contraseña' section with 'Contraseña Actual', 'Nueva Contraseña', and 'Repetir Nueva Contraseña' fields. A 'Guardar' button is at the bottom left, and a note '(*) campos obligatorios' is at the bottom right. A sidebar on the left contains links for 'Inicio', 'Opciones de Usuario', and 'Salir'.

Evaluación Sensorial

Inicio > Opciones de Usuario > Modificar Datos Personales Usuario: pperez (Salir)

Modificar los Datos Personales

Para modificar los datos personales:

Identificador: pperez

Nombre: Pedro Luis (*)

Apellidos: Pérez Pons (*)

Dirección:

Localidad: Provincia:

Teléfono: e-mail:

Foto: Examinar... (tamaño máximo 2MB)

Cambio de Contraseña

Contraseña Actual:

Nueva Contraseña: Repetir Nueva Contraseña:

Guardar (*) campos obligatorios

Figura 6.14: Formulario para modificar los datos personales

Capítulo 7

Conclusiones y Trabajos Futuros

A continuación, revisamos cuáles han sido las principales propuestas y los resultados obtenidos a lo largo de esta memoria y proponemos cuáles serán las líneas de investigación y trabajos futuros que nos planteamos desarrollar a partir de estos resultados. Finalmente, presentamos una lista de las publicaciones derivadas de los resultados de nuestra investigación en este campo.

Propuestas y Resultados Obtenidos

En los procesos de evaluación sensorial, las preferencias de los jueces son percibidas a través de sus órganos sensoriales, por lo que su modelado se adapta mejor al uso de etiquetas lingüísticas. En la literatura fue introducido un modelo inicial basado en la aproximación lingüística difusa que utiliza una única escala lingüística para expresar las opiniones proporcionadas por los expertos sobre el conjunto de productos, siendo esta escala un conjunto de términos lingüísticos distribuidos simétrica y uniformemente.

Es habitual que en un proceso de evaluación sensorial participen varios jueces. Este hecho implica que existan grados de variación de sensibilidad sensorial entre los jueces y que pueda ser necesario el uso de distintas escalas de expresión para expresar sus

preferencias. La necesidad de este tipo de escalas también puede venir determinada por las características que definen el objeto a evaluar, ya que no todas las características pueden ser expresadas con el mismo grado de precisión.

Para llevar a cabo los procesos de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas, a partir del modelo inicial de evaluación sensorial y de los distintos enfoques de gestión de información lingüística multigranular existentes en la literatura, pensamos en la definición de un nuevo modelo de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas aplicando de forma directa algunos de estos enfoques al modelo inicial. Sin embargo, dichos enfoques presentaban una serie de limitaciones que se transmitían directamente al modelo de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas. Por tanto, hemos propuesto un nuevo enfoque, denominado *Jerarquías Lingüísticas Ampliadas*, que proporciona una flexibilidad total para modelar la información lingüística multigranular con precisión en el modelo computacional y la posibilidad de expresar los resultados en el dominio utilizado por los expertos. Posteriormente, hemos propuesto *un nuevo modelo de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas* capaz de ofrecer a los jueces una mayor flexibilidad a la hora de expresar sus evaluaciones y de proporcionar resultados precisos en un dominio de expresión perteneciente al marco de evaluación, siendo éste fácil de entender por los jueces.

Por otro lado, encontramos procesos de evaluación sensorial en los que la valoración de la evaluación del objeto se centra en un lado de la escala, siendo más adecuado utilizar escalas lingüísticas no balanceadas. Por tanto, nos planteamos abordar este tipo de problemas. Para ello, hemos desarrollado un *Modelo de Evaluación Sensorial con Escalas Lingüísticas No Balanceadas* para tales procesos. Además, hemos presentado *una aplicación del modelo de evaluación sensorial con múltiples escalas lingüísticas no balanceadas para la evaluación sensorial del aceite de oliva*, el cual ofrece un marco lingüístico de evaluación flexible, ayudando a los jueces a expresar las preferencias de

las características del aceite de oliva en una escala lingüística no balanceada. Gracias a este modelo, la información recogida será modelada de una forma más adecuada y, por lo tanto, el resultado de la evaluación sensorial será más fiable y preciso. Además, el tiempo de formación de los catadores será menor.

Finalmente, hemos desarrollado un *prototipo software* que implementa los modelos de evaluación sensorial desarrollados en esta memoria de investigación, siendo una herramienta de gran ayuda para los participantes en el proceso de evaluación sensorial.

Como podemos observar, todos los objetivos que perseguíamos al inicio de nuestra investigación han sido alcanzados a través de las propuestas presentadas en esta memoria de investigación.

Trabajos Futuros

Dado que la evaluación sensorial es un área importante y de gran utilidad, tanto a nivel industrial para controles de calidad de productos, alimentos, etc., como a nivel comercial y de mercado para conocer la aceptación y preferencia de los consumidores hacia los productos, nuestros trabajos futuros se orientan en las siguientes áreas de investigación:

- Validar los modelos en distintos procesos de evaluación sensorial en colaboración con empresas.
 - Realizar una comparativa con los modelos de evaluación sensorial actuales y los presentados en esta memoria para realizar posibles mejoras.
 - Avanzar en la implementación del prototipo para obtener un software final con los modelos presentados en esta memoria para poder utilizarlo en diversos procesos de evaluación sensorial.
-

- Generalizar el software implementado, asumiendo otro tipo de tecnologías Web que faciliten el proceso de evaluación como, por ejemplo, las tecnologías de Internet Mobile (pdas, móviles, etc.).
- Mejorar el enfoque para el modelado y la computación de información lingüística no balanceada, de forma que podamos manejar más de una escala lingüística no balanceada.

Publicaciones

Para finalizar, en relación a la difusión y publicación de los resultados presentados en esta memoria, destacaremos las siguientes publicaciones:

- Publicaciones en Revistas Internacionales:
 - L. Martínez, M. Espinilla and L. G. Pérez. A Linguistic Multigranular Sensory Evaluation Model for Olive Oil. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 1(2):148-158, 2008.
 - L. Martínez, M. Espinilla, J. Liu, L.G. Pérez and P.J. Sánchez. An Evaluation Model with Unbalanced Linguistic Information: Applied to Olive Oil Sensory Evaluation. *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing*. Aceptado.
 - L. Martínez, M. Espinilla and J. Liu. An Extended Hierarchical Linguistic Model for Sensory Evaluation. *Computational Intelligence: An International Journal*. Sometido.
 - Lecture Notes in Computer Science:
 - L. Martínez, L.G. Pérez, J. Liu and M. Espinilla. A Fuzzy Model for Olive Oil Sensory Evaluation. In *Proceedings Foundations of Fuzzy Logic and Soft*
-

Computing (Lecture Notes in Computer Science), pages 615-624, Cancún (Mexico), 2007.

■ Contribuciones en Congresos Internacionales:

- L. Martínez, M. Espinilla and L. G. Pérez. Linguistic Sensory Evaluation Model in Multigranular Linguistic Contexts. In *Proceedings of the 10th Joint Conference(12th International Conference on Fuzzy Theory and Technology)*, pages 1130-1139, Salt Lake City (USA), 2007.
- L. Martínez, M. Espinilla and L. G. Pérez. Sensory Evaluation Model with Unbalanced Linguistic Information. In *International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering*, Chengdu (China), 2007.
- L. Martínez, M. Espinilla and J. Liu. Extended Linguistic Hierarchies. In *International Conference on Intelligent System and Knowledge Engineering*, Xiamen (China), 2008.
- L. Martínez, M. Espinilla, L.G. Pérez and J. Liu. Extended Linguistic Hierarchies for dealing with Multi-granular Contexts in Decision Making. In *8th International FLINS Conference on Applied Artificial Intelligence*, Madrid (España), 2008.

■ Contribuciones en Congresos Nacionales:

- L. Martínez, M. Espinilla, L.G. Pérez and A. Salguero. Un Modelo Lingüístico Multi-granular para la Evaluación Sensorial del Aceite de Oliva. In *Actas del II Congreso Español de Informática (CEDI 2007). II Simposio sobre Lógica Fuzzy y Soft Computing (LFSC 2007)*, Zaragoza (España), 2007.
-

- L. Martínez, M. Espinilla, L.G. Pérez and J. Liu. Modelo de Evaluación Sensorial con Información Lingüística Multigranular para el Aceite de Oliva. In *Congreso español sobre tecnologías y lógica fuzzy*, Mieres (España), 2008.
-

Apéndice A

English Summary

This Appendix includes an English summary of the Ph.D. thesis entitled *Sensory Evaluation Models with Linguistic Scales*, in order to fulfil the requirement to obtain the Ph.D. European Award.

This summary shows the key ideas and proposals of the research memory and its structure is the following one: First, the motivations and aims of this research are exposed. Second, we attach three papers and an example that introduce the main proposals and achievements we have obtained along our research about sensory evaluation and uncertainty. Third, a brief introduction about a software prototype that implements the previous proposals for linguistic sensory evaluation is showed and, finally some conclusions and future works are pointed out.

A.1. Motivation

The aim of this memory is to improve the processes of sensory evaluation when they are defined in frameworks dealing with vague and imprecise information. Due to the fact that, the evaluation is a complex cognitive process that involves different mechanisms in which it is necessary to define: the elements to evaluate, fix the evaluation framework,

gather the information and obtain an evaluation assessment by means of an evaluation process.

We focus our research on *Sensory Evaluation* [3, 48, 109, 128, 136] that is an evaluation discipline where the information provided by a panel of experts, is perceived by the human senses of *sight, smell, taste, touch and hearing*. The experts' knowledge is based on perceptions that are qualitative in nature and involve uncertainty and vagueness. It is obvious that the modelling of such information plays a key role in the evaluation process. In this memory, we propose the use of Fuzzy Linguistic Approach [163] to manage the vagueness and the lack of precision in such a type of problems.

In [109] was introduced an evaluation model related to the use of the fuzzy linguistic approach in sensory evaluation but this proposal is not useful for all evaluation frameworks such as, frameworks dealing with multiple linguistic scales or unbalanced scales that are plausible in sensory evaluation processes.

We have focused our research on sensory evaluation problems in such frameworks. Therefore in this memory, we pursue the development of sensory evaluation models that would be able to deal with such multiple linguistic scales or unbalanced scales symbolically and in a precise way.

A.2. Objectives

The aim of this research is the development of fuzzy linguistic evaluation models that are able to deal with multiple linguistic scales and with unbalanced linguistic scales and its application to real problems. In order to do so we will achieve the following objectives:

- The study of management of uncertainty in processes of sensory evaluation.
-

-
- The use of an approach to deal with any linguistic scale in a multiple linguistic framework in a precise and symbolic way. Current approaches to deal with multiple linguistic scales do not satisfy such requirements. Hence we introduce a new approach to deal with multigranular linguistic information.
 - The development of a new model of sensory evaluation that manages multiple linguistic scales (multigranular contexts). This model will be based on the previous approach and will be capable of computing with words without loss of information.
 - The use of an approach to manage unbalanced linguistic information symbolically and in a precise way to introduce a new model of sensory evaluation that manages unbalanced linguistic scales (unbalanced contexts) based on the aforementioned approach.
 - The application of the new evaluation model dealing with unbalanced linguistic scales to the sensory evaluation of olive oil.
 - The construction of a software prototype that supports processes of sensory evaluation including the models proposed in this memory.
 - Sensory Evaluation Model with multiple linguistic scales.
 - Sensory Evaluation Model with unbalanced linguistic scales.
-

A.3. Contents

To achieve these objectives our memory in Spanish presents our research in seven chapters, but this English summary just includes the main research findings related to them such as it is indicated below:

- Chapter 2 makes a review about decision making and evaluation processes paying more attention to sensory evaluation. These contents are omitted in the English summary because they are not novel information in our research and they are briefly introduced in the coming sections of the summary.
 - Chapter 3 reviews the Fuzzy Linguistic Approach and the 2-tuple representation and computational model. Similarly to the previous chapter this review has been omitted in the English summary.
 - Chapter 4 introduces our first proposal. A sensory evaluation model able to deal with multiple linguistic scales. In order to do so, first, we reviewed different approaches to deal with multiple linguistic scales and meet our. Hence we introduced a new approach that achieved our requirements. Once this approach has been introduced, a sensory evaluation model based on it able to deal with such a type of evaluation framework and its application to the sensory evaluation is presented. In the English summary, these proposals are showed in Section A.4 by attaching the paper *A Linguistic Multigranular Sensory Evaluation Model for Olive Oil* published to the journal *International Journal of Computational Intelligence Systems* that presents a sensory evaluation model dealing with multiple linguistic scales but with a multigranular linguistic approach that does not meet our requirements. We then present the paper *An Extended*
-

Hierarchical Linguistic Model for Decision-Making Problems submitted to the journal *Computational Intelligence* that introduces aforementioned approach to deal with multiple linguistic scales, and finally, we show an example of sensory evaluation model that merges the evaluation model presented in the first paper and the extended linguistic hierarchies approach presented in the second one.

- Chapter 5 presents a new sensory evaluation model able to deal with unbalanced linguistic information. This proposal was presented in the paper *An Evaluation Model with Unbalanced Linguistic Information. Applied to Olive Oil Sensory Evaluation* accepted by the *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing*. This work reviews the approach used to manage unbalanced linguistic information and introduces a linguistic sensory evaluation model to manage such a framework in sensory evaluation. Finally, we present its application to the sensory evaluation of olive oil. We attach this paper in Section A.5.
 - In chapter 6, we present a software prototype that implements the evaluation models proposed previously that is briefly introduced in Section A.6
 - Eventually, in Section A.7 are pointed out some concluding remarks and future works according to the findings obtained in our research.
-

A.4. Sensory Evaluation Model with Multiple Linguistic Scales

In this section, we attach the paper *A Linguistic Multigranular Sensory Evaluation Model for Olive Oil* published to the journal *International Journal of Computational Intelligence Systems* that presents a sensory evaluation model with multiple linguistic scale by using linguistic hierarchies. This model present limitations that are associated with the approach used to deal with multigranular linguistic information. Due to this fact, we introduce a new approach that improves the linguistic hierarchies called, extended linguistic hierarchies. This approach was presented in the paper *An Extended Hierarchical Linguistic Model for Decision-Making Problems* submitted to the journal *Computational Intelligence*. Finally, we show an example of the sensory evaluation model with multiple linguistic scales by using the extension of linguistic hierarchies.

These documents introduce the main results obtained in Chapter 4 of our memory regarding the management of multiple linguistic scales in sensory evaluation.

A Linguistic Multigranular Sensory Evaluation Model for Olive Oil

Luis Martínez, Macarena Espinilla, Luis G. Pérez
Dpt. of Computer Science, University of Jaen
23071 - Jaen, Spain
E-mail: martin, mestevéz, lgonzaga@ujaen.es

Received:19-01-2008

Revised:26-01-2008

Evaluation is a process that analyzes elements in order to achieve different objectives such as quality inspection, marketing and other fields in industrial companies. This paper focuses on sensory evaluation where the evaluated items are assessed by a panel of experts according to the knowledge acquired via human senses. In these evaluation processes the information provided by the experts implies uncertainty, vagueness and imprecision. The use of the Fuzzy Linguistic Approach³² has provided successful results modelling such a type of information. In sensory evaluation it may happen that the panel of experts have more or less degree knowledge of about the evaluated items or indicators. So, it seems suitable that each expert could express their preferences in different linguistic term sets based on their own knowledge. In this paper, we present a sensory evaluation model that manages multigranular linguistic evaluation framework based on a decision analysis scheme. This model will be applied to the sensory evaluation process of Olive Oil.

1. Introduction

Evaluation is a complex cognitive process that involves different mechanisms in which it is necessary to define the elements to evaluate, fix the evaluation framework, gather the information and obtain an evaluation assessment by means of an evaluation process. The aim of any evaluation process is to obtain information about the worth of an item (product, service, material, etc.), and a complete description of different aspects, indicators, criteria in order to improve it or to compare it with other items with the purpose of identifying the best ones. The information gathered in evaluation processes is usually provided by a group of individuals, so called panel of experts, where each expert expresses his/her opinions about the evaluated items according to his/her own knowledge and perceptions.

Here, we focus on *Sensory Evaluation*^{15,26,28,29}, an evaluation discipline where the information provided by the panel of experts is perceived by the hu-

man senses of *sight, smell, taste, touch and hearing*.

In evaluation processes the assessments provided by the panel of experts are usually expressed by numerical values when the evaluated criteria are quantitative in nature. However, in sensory evaluation the experts' knowledge is based on perceptions that are qualitative in nature and involve uncertainty and vagueness. In such cases, the use of linguistic assessments have provided successful results, in different areas such as "services evaluation and human resources management"^{6,8}, "marketing"³¹, "planning"¹³, "decision-making"^{2,7,9,16,33}, etc. The fuzzy linguistic approach³² provides a direct way to represent linguistic information by means of linguistic variables.

The feel that the panel of experts has more or less knowledge about the evaluated items is frequent. Therefore, the evaluation results could be improved if the experts were given a greater flexibility in the evaluation framework to express their preferences in different linguistic term sets. This paper proposes

L.Martínez, M.Espinilla and L.G.Pérez

an evaluation model based on a decision analysis scheme to deal with sensory evaluation processes defined in a flexible framework composed by multi-granular linguistic information.

The use of decision approaches have been successfully applied to solve evaluation problems in the literature^{1,5,8,14,18,24,25}. In decision theory before making a decision it is carried out an analysis process that allows people to make decisions more consistently, i.e., it helps experts to deal with difficult decisions. The decision analysis is a suitable approach for evaluation processes because it helps to analyze the alternatives, criteria, indicators of the element/s under study that is the objective of the evaluation processes.

The University of Jaén is located in the south-east of Spain and it is the biggest olive oil producing area in the world. Recently the olive oil companies, in Jaén, have started to compete on international markets and they have realized how important it is to obtain and classify oil according to its quality in order to increase their profits and competitiveness. One way to control and improve the quality of oil is studying its properties by means of a sensory evaluation process. So far, in this process the experts have used precise numerical assessments, in spite of, they are expressing perceptions about the qualitative criteria obtained through their senses.

Therefore, the aim of this paper is to propose an evaluation model with multigranular linguistic frameworks to be applied to a sensory evaluation of olive oil, because the evaluated criteria about olive oil are better adapted to this type of framework.

In order to do that, this paper is structured as follows: Section 2 revises the scheme of the Decision Analysis and introduces a linguistic background revising in short the fuzzy linguistic approach, the 2-tuple fuzzy linguistic representation model, and linguistic hierarchical contexts. Section 3 proposes a Sensory Evaluation Model that it is applied to the evaluation of olive oil in Section 4. Finally Section 5 points out some concluding remarks.

2. Preliminaries

In this section it is reviewed the scheme of the Decision Analysis used in our proposal of evaluation model, and it is made a short review of linguistic background that introduces necessary concepts

to manage linguistic information and understand the proposed evaluation model.

2.1. Decision Analysis

The Decision Analysis is a discipline that pertains to Decision Theory, which helps the decision makers to reach a consistent decision in a decision making problem. The evaluation process can be modelled as different types of decision making problem. In this paper we model the evaluation process as a Multi-Expert Decision Making (MEDM) problem, where decision makers express their opinions about a set alternatives by means of an utility vector. A classical decision analysis scheme consists of the following phases¹⁰ (see figure 1):

- (i) *Identify decision, objectives and alternatives of the problem.*
- (ii) *Model:* It defines the evaluation framework fixing the structure of the problem, in our case it is defined as a multigranular linguistic context in which the preferences will be assessed.
- (iii) *Gathering information:* decision makers provide their information.
- (iv) *Rating alternatives:* This phase obtains a collective value for each alternative.
- (v) *Choosing best alternatives:* It selects the solution from the set of alternatives (applying a choice degree^{3,27} to the collective values computed in the previous phase).
- (vi) *Sensitive analysis:* the solution obtained is analyzed in order to know if it is good enough to make a decision; otherwise, the solution goes back to the initial phases to improve the quality of the results.
- (vii) *Make a decision.*

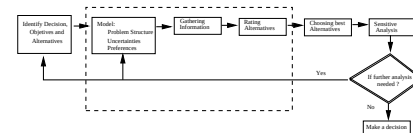


Fig. 1. Decision Analysis Scheme

The decision analysis involves more phases than those needed for an evaluation process. Therefore, the phases related to the evaluation problem that will be used in our proposal are those dashed in a rectangle in Fig. 1.

2.2. Linguistic Background

Here we shall review some necessary concepts about linguistic information to understand our proposal. We review briefly the *Fuzzy Linguistic Approach*, the *2-tuple Linguistic representation model* and the *Linguistic Hierarchies*.

2.2.1. Fuzzy Linguistic Approach

Many aspects of different activities in the real world cannot be assessed in a quantitative form, but rather in a qualitative one, i.e., with vague or imprecise knowledge. In that case, a better approach may be the use of linguistic assessments instead of numerical values. The fuzzy linguistic approach represents qualitative aspects as linguistic values by means of linguistic variables³².

We have to choose the appropriate linguistic descriptors for the term set and their semantics.

In the linguistic approach an important parameter to be determined is the "granularity of uncertainty" that indicates the degree of discrimination given by a term set, so that the more knowledge about the variable, the more granularity that can be utilized to assess it. When different experts have different uncertainty degrees about the items, then several linguistic term sets with a different granularity of uncertainty may be necessary.

One possibility of generating the linguistic term set consists in directly supplying the term set by considering all the terms distributed on a scale on which a total order³⁰. For example, a set of seven terms S , could be:

$$\{s_0 : N, s_1 : VL, s_2 : L, s_3 : M, s_4 : H, s_5 : VH, s_6 : P\}$$

Usually, in these cases, it is required that in the linguistic term set there exist:

- (i) A negation operator: $\text{Neg}(s_i) = s_j$ such that $j = g - i$ ($g+1$ is the cardinality).
- (ii) An order: $s_i \leq s_j \iff i \leq j$. Therefore, there exists a min and a max operator.

The semantics of the terms are given by fuzzy numbers defined in the $[0,1]$ interval, which are usually described by membership functions. In this paper, we shall use as semantics of the linguistic terms triangular membership functions, whose representation is achieved by a 3-tuple (a,b,c) , where b indicates the point in which the membership value is 1,

with a and c indicating the left and right limits of the definition domain of the membership function⁴. An example of uniformly linguistic term set may be:

$$\begin{aligned} P &= (.83, 1, 1) & VH &= (.67, .83, 1) & H &= (.5, .67, .83) \\ M &= (.33, .5, .67) & L &= (.17, .33, .5) & VL &= (0, .17, .33) \\ N &= (0, 0, .17) \end{aligned}$$

which is graphically shown in Figure 2.

We have observed that these fuzzy numbers adapt well to the sensory evaluation, but other fuzzy numbers could be used^{21,22}.

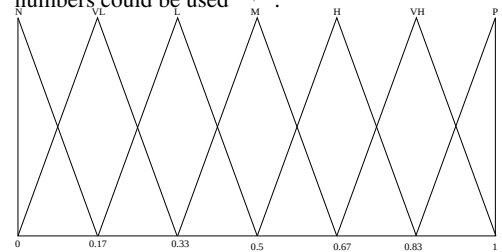


Fig. 2. A Set of 7 Terms with its Semantic

2.2.2. 2-tuple Linguistic Representation Model

The use of linguistic variables always implies processes of Computing with Words (CW). There exist different computational models to accomplish them. Classical CW models are those based on the Extension principle¹¹ and symbolic one¹². Both of them produce a loss of information in their computations^{11,12} and hence a lack of precision in the results. Linguistic computational model¹⁹ based on linguistic 2-tuples carries out processes of CW in a precise way when the linguistic term sets are symmetrical and uniformly distributed.

The 2-tuple fuzzy linguistic representation model represents the linguistic information by means of a 2-tuple, (s_i, α) , where s_i is a linguistic label and α is a numerical value that represents the value of the symbolic translation.

Definition 1.²⁰ Let β be the result a symbolic aggregation operation in a linguistic term set, S . $\beta \in [0, g]$, being $g+1$ the cardinality of S . Let $i = \text{round}(\beta)$ and $\alpha = \beta - i$ be two values, such that, $i \in [0, g]$ and $\alpha \in [-.5, .5)$ then α is called a Symbolic Translation.

This linguistic 2-tuple representation model defines a set of functions to make transformations between linguistic 2-tuples and numerical values:

L.Martínez, M.Espinilla and L.G.Pérez

Definition 2.²⁰ Let $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ be a linguistic term set and $\beta \in [0, g]$ a value supporting the result of a symbolic aggregation operation, then the 2-tuple that expresses the equivalent information to β is obtained with the following function:

$$\Delta : [0, g] \longrightarrow S \times [-0.5, 0.5)$$

$$\Delta(\beta) = \begin{cases} s_i & i = \text{round}(\beta) \\ \alpha = \beta - i & \alpha \in [-.5, .5) \end{cases}$$

where *round* is the usual rounding operation, s_i has the closest index label to " β " and " α " is the value of the symbolic translation.

We note that Δ is bijective and $\Delta^{-1} : S \times [-.5, .5) \longrightarrow [0, g]$ is defined as $\Delta^{-1}(s_i, \alpha) = i + \alpha$. In this way, the 2-tuples of $S \times [-.5, .5)$ will be identified with the numerical values in the interval $[0, g]$.

Remark 1: From definitions 1 and 2, it is obvious that the conversion of a linguistic term into a linguistic 2-tuple consists in adding a value 0 as symbolic translation:

$$s_i \in S \implies (s_i, 0)$$

The 2-tuple representation model has associated a computational model presented in detail in [20].

2.2.3. Linguistic Hierarchies

As we have aforementioned we want to propose an evaluation model that deals with information defined in a multigranular linguistic framework. There exist different proposals to deal with this type of information^{17,21,23}. In our proposal we shall use the hierarchical linguistic structure²¹ to improve the precision of the processes of CW in linguistic multigranular contexts.

Building Linguistic Hierarchies

A *linguistic hierarchy* is a set of levels, where each level is a linguistic term set with different granularity from the remaining of levels of the hierarchy. Each level belongs to a linguistic hierarchy is denoted as $\mathbf{l}(\mathbf{t}, \mathbf{n}(\mathbf{t}))$, being:

- (i) t , indicates the level of the hierarchy,
- (ii) $n(t)$, the granularity of the linguistic term set of the level t .

We assume levels containing linguistic terms whose membership functions are triangular-shaped, symmetrical and uniformly distributed in $[0, 1]$. In addition, the linguistic term sets have an odd number of elements. The levels belonging to a linguistic hierarchy are ordered according to their granularity. For any two consecutive levels t and $t+1$, $n(t+1) > n(t)$. This provides a linguistic refinement of the previous level.

From the above concepts, we define a linguistic hierarchy, LH , as the union of all levels t : $LH = \bigcup_t \mathbf{l}(t, n(t))$

Any set of term sets is not a LH . In [21] were defined rules in order to build proper LH .

Given a LH , $S^{n(t)}$ denotes the linguistic term set of LH corresponding to the level t of LH with a granularity of uncertainty of $n(t)$: $S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$

The building of a linguistic hierarchy satisfies the following rules, which we call *linguistic hierarchy basic rules*:

- (i) To preserve all *former modal points* of the membership functions of each linguistic term from one level to the following one.
- (ii) To make *smooth transitions between successive levels*. The aim is to build a new linguistic term set, $S^{n(t+1)}$. A new linguistic term will be added between each pair of terms belonging to the term set of the previous level t . To carry out this insertion, we shall reduce the support of the linguistic labels in order to keep place for the new one located in the middle of them.

Generally, we can say that the linguistic term set of level $t+1$ $S^{n(t+1)}$ is obtained from its predecessor, $S^{n(t)}$, as: $\mathbf{l}(t, n(t)) \rightarrow \mathbf{l}(t+1, 2 \cdot n(t) - 1)$

A graphical example of a linguistic hierarchy is showed in Fig. 3:

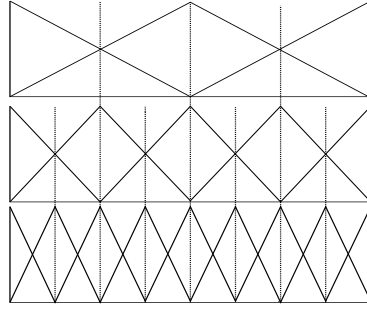


Fig. 3. Linguistic Hierarchy of 3,5 and 9 labels.

CW Processes in LH

Such as it was presented in [21] to accomplish CW processes in multigranular linguistic contexts. First, the information must be unified in a unique linguistic domain, so we will conduct these labels into a unique level of the LH, called *basic representation level* and noted as t_{BRL} which will support the computational processes²¹. The labels provided by the experts, $(s_i^{n(t)}, \alpha) \in S^{n(t)} \times [-0.5, 0.5]$, are transformed into linguistic 2-tuples in $S^{n(t_{BRL})}$ by means of the transformation functions, $TF_{t_{BRL}}^t$.

$$TF_{t'}^t : l(t, n(t)) \longrightarrow l(t', n(t'))$$

$$TF_{t'}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t') - 1)}{n(t) - 1}\right)$$

The reason to fix the *LH* basic rules for their building is that those rules guarantee that the CW processes in *LH* can be carried out without loss of information. To do so, it is necessary the use of the 2-tuple computational model²⁰ and the use of a transformation function defined in [21].

Proof 1²¹. The transformation function, $TF_{t'}^t$, between linguistic terms in different levels of the linguistic hierarchy, *LH*, is bijective:

$$TF_{t'}^t(TF_{t'}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)})) = (s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)})$$

3. Sensory Evaluation Model dealing with Multigranular Linguistic Information

Our aim is to propose a Sensory Evaluation model dealing with different linguistic scales and based on

A Linguistic Multigranular Sensory Evaluation Model for Olive Oil

the linguistic decision analysis¹⁰, whose mathematical formalism will be the linguistic 2-tuple model in order to obtain accurate and reliable evaluation results in multigranular linguistic evaluation frameworks; so that it can be applied to the olive oil sensory evaluation process.

The decision analysis scheme that will use our proposal for the sensory evaluation model consists of the following phases (graphically, Fig. 4) revised in section :

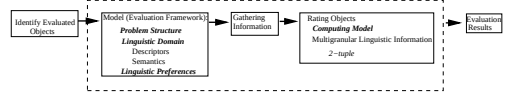


Fig. 4. Sensory Evaluation Scheme based on linguistic 2-tuple decision analysis

- (i) Identify Evaluated Objects.
- (ii) Evaluation Framework.
- (iii) Gathering Information.
- (iv) Rating Objects.
- (v) Evaluation Results.

The following subsections present in detail the main phases of the above linguistic sensory evaluation model.

3.1. Evaluation Framework

This phase defines the evaluation framework, such that, the problem structure is defined and the linguistic descriptors and semantics that will be used by the experts to express their information about the sensory features of the evaluated objects are chosen.

First of all, it analyzes the features that will be evaluated. The selection of the linguistic term sets utilized to assess those features will depend on the knowledge and experience of each expert of the panel. Therefore, the granularity of the linguistic term sets are chosen according to the experts' knowledge. We propose a multigranular linguistic evaluation framework based on a MEDM problem structure where the experts can express their opinions by means of linguistic labels belonging to the term sets of a *LH*. Hence the evaluation framework will be as the following one:

$E = \{e_1, \dots, e_n\}$, a panel of experts.

$X = \{x_1, \dots, x_m\}$ set of items to be evaluated sensorially.

$S^{n(t)}$, linguistic term sets in *LH*.

L.Martínez, M.Espinilla and L.G.Pérez

$F = \{f_1, \dots, f_h\}$ set of sensory features that characterizes each evaluated item x_i

3.2. Gathering Information

Once the framework has been defined in order to evaluate the different items. The evaluation process must obtain the knowledge from the panel of experts.

Due to the fact that, the framework fixed above is based on the MEDM ²¹ problem structure where the experts will provide their knowledge on utility vectors that contain a linguistic assessment for each evaluated feature. Each expert, e_i provides his/her preferences in $S_i^{n(t)}$ by means of an utility vector:

$$U_i = \{u_{i1}^i, \dots, u_{ih}^i, u_{i1}^i, \dots, u_{ih}^i, \dots, u_{m1}^i, \dots, u_{mh}^i\}$$

where $u_{jk}^i \in S_i^{n(t)}$ is the assessment provided to the feature f_k of the item x_j by the expert e_i . Consequently, in the gathering process every e_i will provide his/her utility vector U_i expressed by linguistic labels in a linguistic term set in the LH .

3.3. Rating Objects

The aim of the sensory evaluation process is to obtain information about the worth of an evaluated item, so this phase of the evaluation model computes a global value for each item according to the information gathered in the previous phase.

To compute such a global value, first the information gathered is expressed by means of linguistic 2-tuples using the *Remark 1*.

$$u_{jk}^i \Rightarrow (u_{jk}^i, 0)$$

Given that we cannot compute directly with the multigranular linguistic information provided by the panel of experts, it must be conducted into one expression domain, $S^{n(t_{BRL})}$ by means of the transformation functions, $TF_{t_{BRL}}^t$. Once the information has been conducted, our model will apply a two-step aggregation process to compute a global evaluation for the evaluated item:

- (i) *Computing collective evaluations for each feature*: first, the rating process will compute a collective linguistic 2-tuple, (u_{jk}, α) ,

for each feature, f_k , of the object x_j , using an aggregation operator, $AGOP_1$, on the assessments, u_{jk}^i , provided by all the experts, e_i , and represented in t_{BRL} :

$$(u_{jk}, \alpha) = AGOP_1((u_{jk}^1, \alpha_1), \dots, (u_{jk}^n, \alpha_n))$$

$$u_{jk} \in S^{n(t_{BRL})}$$

- (ii) *Computing a collective evaluation for each object*: the final aim of the rating process is to obtain a global evaluation, (u_j, α) , for each evaluated object, x_j according to all the experts and features that take part in the sensory evaluation process. To do so, this process will aggregate the collective linguistic 2-tuples for each feature, (u_{jk}, α) , using an aggregation operator, $AGOP_2$:

$$(u_j, \alpha) = AGOP_2((u_{j1}, \alpha_1), \dots, (u_{jh}, \alpha_h))$$

$$u_j \in S^{t_{BRL}}$$

The aggregation operators, $AGOP_1$ and $AGOP_2$, could be the same or different ones depending on each sensory evaluation problem.

The aggregation results will be expressed in $S^{n(t_{BRL})}$, in our model it is not necessary to express them in the initial expression domain, $S^{n(t)}$. If the experts required it, in such a model it shall be applied the transformation function $TF_{t_{BRL}}^t$ to the results, (u_j, α) obtained by $AGOP_2$ in order to return the results to each user in his/her initial expression domain.

4. Olive Oil Sensory Evaluation

The virgin olive oil is distinguished for the rest of vegetal oils, because of its special organoleptical properties of color, scent and flavor. The evaluation of their organoleptical properties of scent and flavor are determined by means of the application of the sensorial analysis. The sensorial evaluation is used as a measure of quality of the oil and identifies its different categories (extra virgin, virgin, ordinary virgin or lampante) *.

Currently, the classification of olive oil samples is made according to the intensity of the defects and positive attributes (see Table 1) given by a group of

*URL: <http://www.internationaloliveoil.org/downloads/orga6.pdf>

experts selected and trained as a panel. The experts fill in the profile sheet showed in Fig. 5, with quantitative values according to the intensity of their perceptions about each of the negative and positive attributes.

Table 1. Attributes that the panel of experts can evaluate in Olive oil.

Negative Attributes	Positive Attributes
Fusty	Fruity
Musty-Humid	Bitter
Muddy sediment	Pungent
Wine-Vinegary	
Metallic	
Rancid	

PROFILE SHEET
INTENSITY

PERCEPTION OF DEFECTS

Fusty

Musty-Humid

Wine-Vinegary

Muddy sediment

Metallic

Rancid

Others (specify)

PERCEPTION OF POSITIVE ATTRIBUTES

Fruity

Bitter

Pungent

Fig. 5. Profile sheet

According to the intensity of the defects and positive attributes of the Olive oil, this shall be classified:

- The *extra virgin* grade when the median of the defects is equal to 0 and the median of the fruity attribute is more than 0.
- The *virgin* grade when the median of the defects is more than 0 and less than or equal to 2.5 and the median of the fruity attribute is more than 0.
- The *ordinary virgin* grade when the median of the defects is more than 2.5 and less than or equal to 6.0 or when the median of the defects

is less than or equal to 2.5 and the median of the fruity attribute is equal to 0.

- The *lampante virgin* grade when the median of the defects is more than 6.0.

Our aim is to define a proper qualitative framework for the olive oil sensory evaluation. Due to the fact that, the experts of panel can have more or less knowledge degree depending on the evaluated properties, we shall propose a multigranular linguistic framework for this evaluation and apply the model proposed in section 3 to classify olive oil samples in such an evaluation framework. To do so, we present the specific evaluation phases for our proposal.

4.1. Evaluation Framework

First, we have to define the framework based on multigranular information to evaluate olive oil samples. After a survey with different connoisseurs, the scales chosen to assess in a qualitative way the intensity of attributes os Table 1 showed in Fig. 6 and 7 that are part of the *LH*, $l(3,9)$, showed in Fig. 3.

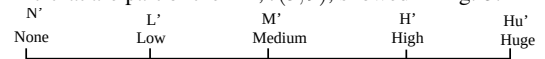


Fig. 6. Scale 1 for the sensory evaluation in LH

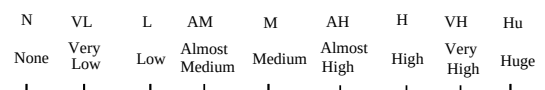


Fig. 7. Scale 2 for the sensory evaluation in LH

In order to understand both easily the framework and the remaining phases of the model, we present and solve an example. Let's suppose an Olive Oil Tasting Panel of eight connoisseurs $E = \{e_1, \dots, e_8\}$ will evaluate the intensity of the negative attributes: *Fusty*, *Musty-Humid*, *Muddy sediment*, *Wine-Vinegary*, *Metallic*, *Rancid* and positive attributes *Fruity*, *Bitter*, *Pungent*. That will be noted as $F = \{f_1, \dots, f_9\}$ set of sensorial attributes of a sample of Olive Oil. According to the evaluation model proposed the evaluation process carries out the following phases.

4.2. Gathering Information

In our qualitative framework the Tasting Panel provides their knowledge about the attributes of Table

L.Martínez, M.Espinilla and L.G.Pérez

1 using the profile sheet in Fig.8. The preferences provided by the experts are showed in Table 2:

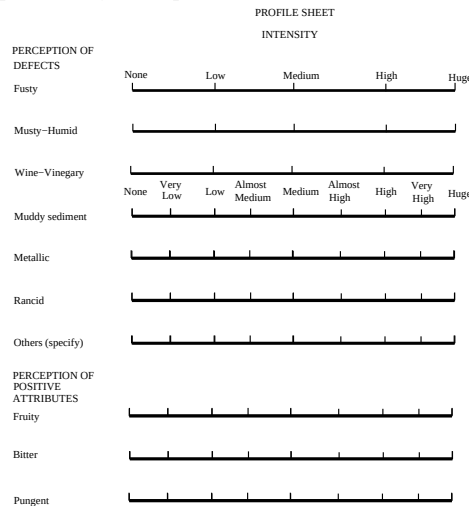


Fig. 8. Profile sheet

In order to accomplish CW processes the experts' preferences will be transformed into 2-tuple representation model to manage easily this information, the results of this transformation is showed in Table 3.

The experts' preferences are transformed into linguistic 2-tuples in $l(3,9)$ by means of the transformation function, TF_3^2 , the results of this transformation is showed in Table 4.

4.3. Rating Objects

The classification of olive oil samples is carried out according to the intensity of the defects and the fruity attributes. To do so, the proposed model computes a collective evaluation of the evaluated features; in our case, these are the negative features and the fruity feature.

In the quantitative model this collective value is computed using the median operator, so in our proposal we shall extend the median operator to deal with linguistic 2-tuples that is defined as follows:

Definition 3. Let $X = \{(s_j, \alpha)_1, \dots, (s_j, \alpha)_n\}$, $s_j \in S = \{s_0, \dots, s_g\}$ be an ordered set of 2-tuples and $(s_j, \alpha)_k$ is the k -th largest of the elements in X , the

2-tuple median operator $Med(X)$ is computed as,

$$Med(X) = \begin{cases} Med(X) = (s_j, \alpha)_{\frac{n+1}{2}} & \text{if } n \text{ is odd} \\ Med(X) = (s_j, \alpha)_{\frac{n}{2}} & \text{if } n \text{ is even} \end{cases}$$

When n is even the value of the median is not unique, $Med(X) \in [(s_j, \alpha)_{\frac{n}{2}}, (s_j, \alpha)_{\frac{n+1}{2}}]$. More generally:

$$Med(X) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_j, \alpha)_{\frac{n}{2}} + \Delta^{-1}(s_j, \alpha)_{\frac{n+1}{2}}}{2}\right)$$

The rating process consists of two aggregation steps:

1. *Computing collective evaluations for each feature:* We can use the aggregation operator for 2-tuples Λ^F , being $F = Med(X)$ i.e., the median for 2-tuples defined above. In Table 5 we see the collective values obtained by the median for each feature.

An example of the computation of the median for the positive fruity attribute, f_7 , is:

$$\begin{aligned} \Lambda^F[(s_1^9, 0), (s_1^9, 0), (s_2^9, 0), (s_2^9, 0), (s_2^9, 0), (s_2^9, 0), (s_2^9, 0), (s_1^9, 0), (s_1^9, 0)] \\ = (s_2^9, 0), (s_1^9, 0), (s_1^9, 0) = (s_2^9, -0.5) \end{aligned}$$

2. *Computing a collective evaluation for each object:* in the olive oil sensory evaluation this process will obtain two different values one for the negative features, noted as d , and another one noted as p for the fruity attribute. Those values will be computed as: $d = \max(g_i, \dots, g_j)$, with $g_i = \Lambda^F(f_i)$ the median for the negative features $f_i, i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ and $p = \Lambda^F(f_7)$, the median for the fruity feature. From these values the olive oil sample will be classified according to the classifier, $cl(x, y)$, which used the values d and p as $cl(d, p)$ (see Fig. 9)

In our example:

$$d = \max\{(s_0^9, 0), (s_1^9, 0), (s_0^9, 0), (s_0^9, 0), (s_0^9, 0), (s_1^9, -0.5)\} = (s_1^9, 0),$$

and $p = (s_2^9, -0.5)$ then

$$cl((s_1^9, 0), (s_2^9, -0.5)) \Rightarrow \text{virgin}.$$

Then, the classification for the sample of olive oil is *virgin*.

5. Conclusions

Table 2: Olive Oil Tasting Panel's utility vectors for the attributes.

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
e_1	N'	N'	N'	N	N	N	VL	N	N
e_2	N'	N'	N'	N	N	VL	VL	N	N
e_3	N'	L'	N'	N	VL	L	L	N	N
e_4	N'	L'	N'	N	N	VL	L	N	N
e_5	N'	L'	N'	N	N	N	L	N	N
e_6	N'	L'	N'	N	N	VL	L	N	N
e_7	N'	N'	N'	N	N	N	VL	N	N
e_8	N'	N'	N'	N	N	M	VL	N	N

Table 3: Olive Oil Tasting Panel's utility vectors for the feature the 2-tuple representation model.

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
e_1	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_2	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_3	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_4	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_5	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_6	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_7	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_8	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$

Table 4: Olive Oil Tasting Panel's utility vectors in linguistic 2-tuples in S^9

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
e_1	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_2	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_3	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_4	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_5	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_6	$(s_0^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_2^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_7	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$
e_8	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$

Table 5: Olive Oil Tasting Panel's utility vectors in linguistic 2-tuples in S^9

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
$\Lambda^F(f_i)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_1^9, -.5)$	$(s_2^9, -.5)$	$(s_0^9, 0)$	$(s_0^9, 0)$

Figure 9: Function $cl(d, p)$

$$cl(d, p) = \begin{cases} \text{extra virgin} & d = (s_0^9, 0) \text{ and } p > (s_0^9, 0) \\ \text{virgin} & (s_0^9, 0) < d \leq (s_2^9, 0) \text{ and } p > (s_0^9, 0) \\ \text{ordinary virgin} & (s_2^9, 0) < d \leq (s_5^9, 0) \text{ or } d \leq (s_2^9, 0) \text{ and } p = (s_0^9, 0) \\ \text{lampante virgin} & d > (s_5^9, 0) \end{cases}$$

L.Martínez, M.Espinilla and L.G.Pérez

The sensory evaluation is a process in which the information provided by the panel of experts involves uncertainty because it is acquired via human senses. Usually, this information is vague and uncertain, so a qualitative modelling is quite suitable. Additionally, the panel of experts can have more or less knowledge degree depending on the evaluated items. In this paper, we have presented a sensory evaluation model that offers a multigranular linguistic evaluation framework to the experts in order to offer a greater flexibility to express their knowledge and obtain better results in the evaluation process. And it has been applied to a simple example of olive oil sensory evaluation model in order to show its utility.

Acknowledgments

This paper has been partially supported by the research project TIN2006-02121 and Feder Fonds.

References

1. J. Antes, L. Campen, U. Derigs, C. Titze, and G.D. Wolle. A model-based decision support system for the evaluation of flight schedules for cargo airlines. *Decision Support Systems*, 22(4):307–323, 1998.
2. B. Arfi. Fuzzy decision making in politics: A linguistic fuzzy-set approach (lfsa). *Political Analysis*, 13(1):23–56, 2005.
3. K.J. Arrow. *Social Choice and Individual Values*. Yale University Press, New Haven CT, 1963.
4. P.P. Bonissone and K.S. Decker. *Selecting Uncertainty Calculi and Granularity: An Experiment in Trading-Off Precision and Complexity*. In L.H. Kanal and J.F. Lemmer, Editors., *Uncertainty in Artificial Intelligence*. North-Holland, 1986.
5. D. Bouyssou, T. Marchant, M. Pirlot, P. Perny, and A. Tsoukias. *Evaluation and Decision Models: A critical perspective*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
6. Y.-L. Kuo C.-H. Yeh. Evaluating passenger services of asia-pacific international airports. *Transportation Research Part E: Logistic and Transportantion Review*, 39(1):35–48, 2003.
7. S.L. Chang, R.C. Wang, and S.Y. Wang. Applying fuzzy linguistic quantifier to select supply chain partners at different phases of product life cycle. *International Journal of Production Economics*, 100(2):348–359, 2006.
8. C.T. Chen. Applying linguistic decision-making method to deal with service quality evaluation problems. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(Suppl.):103–114, 2001.
9. C.H. Cheng and Y. Lin. Evaluating the best main battle tank using fuzzy decision theory with linguistic criteria evaluation. *European Journal of Operational Research*, 142:174–186, 2002.
10. R.T. Clemen. *Making Hard Decisions. An Introduction to Decision Analysis*. Duxbury Press, 1995.
11. R. Degani and G. Bortolan. The problem of linguistic approximation in clinical decision making. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2:143–162, 1988.
12. M. Delgado, J.L. Verdegay, and M.A. Vila. On aggregation operations of linguistic labels. *International Journal of Intelligent Systems*, 8:351–370, 1993.
13. G. Devedzic. Linguistic and choquet integral based evaluation in process planning. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(Suppl.):115–127, 2001.
14. G.B. Devedzic and E. Pap. Multicriteria-multistages linguistic evaluation and ranking of machine tools. *Fuzzy Sets and Systems*, 102:451–461, 1999.
15. G.B. Dijksterhuis. *Multivariate Data Analysis in Sensory and Consumer Science, Food and Nutrition*. Press Inc. Trumbull, Connecticut, USA, 1997.
16. F. Herrera and E. Herrera-Viedma. Linguistic decision analysis: Steps for solving decision problems under linguistic information. *Fuzzy Sets and Systems*, 115:67–82, 2000.
17. F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and L. Martínez. A fusion approach for managing multi-granularity linguistic terms sets in decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 114(1):43–58, 2000.
18. F. Herrera, E. Herrera-Viedma, L. Martínez, F. Mata, and P.J. Sánchez. *A Multi-Granular Linguistic Decision Model for Evaluating the Quality of Network Services*. Intelligent Sensory Evaluation: Methodologies and Applications. Springer, Ruan Da, Zeng Xianyi (Eds.), 2004.
19. F. Herrera and L. Martínez. A selection method based on the 2-tuple linguistic representation model for decision-making with multi-granularity linguistic information. In *Proceedings of the EUSFLAT-ESTYLF Joint Conference 99*, pages 453–456, Palma de Mallorca (Spain), September 1999.
20. F. Herrera and L. Martínez. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(6):746–752, 2000.
21. F. Herrera and L. Martínez. A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multigranularity hierarchical linguistic contexts in multiexpert decision-making. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Part B: Cybernetics*, 31(2):227–234, 2001.
22. F. Herrera, L. Martínez, and P.J. Sánchez. Managing non-homogeneous information in group decision making. *European Journal of Operational Research*, 2004.
23. E. Herrera-Viedma, L. Martínez, F. Mata, and F. Chiclana. A consensus support system model for group

A Linguistic Multigranular Sensory Evaluation Model for Olive Oil

- decision-making problems with multi-granular linguistic preference relations. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 13(5):644–658, 2005.
24. A. Jiménez, S. Ríos-Insua, and A. Mateos. A decision support system for multiattribute utility evaluation based on imprecise assignments. *Decision Support Systems*, 36(1):65–79, 2003.
 25. A.C. Marquez and C. Blanchar. A decision support system for evaluating operations investments in high-technology business. *Decision Support Systems*, 41(2):472–487, 2006.
 26. L. Martínez. Sensory evaluation based on linguistic decision analysis. *International Journal of Approximate Reasoning*, 44 Num 2:148–164, 2007.
 27. S.A. Orlovsky. Decision-making with a fuzzy preference relation. *Fuzzy Sets Systems*, 1:155–167, 1978.
 28. D. Ruan and X. Zeng (Eds.). *Sensory Evaluation: Methodologies and Applications*. Springer, 2004.
 29. H. Stone and J.L. Sidel. *Sensory Evaluation Practice*. Academic Press Inc., San Diego, CA, 1993.
 30. R.R. Yager. An approach to ordinal decision making. *International Journal of Approximate Reasoning*, 12:237–261, 1995.
 31. R.R. Yager, L.S. Goldstein, and E. Mendels. Fuzmar: An approach to aggregating market research data based on fuzzy reasoning. *Fuzzy Sets and Systems*, 68:1–11, 1994.
 32. L.A. Zadeh. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. *Information Sciences, Part I, II, III*, 8,8,9:199–249,301–357,43–80, 1975.
 33. Xu Z.S. A direct approach to group decision making with uncertain additive linguistic preference relations. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 5(1):21–32, 2006.

An Extended Hierarchical Linguistic Model for Decision-Making Problems

Luis Martínez López*
Macarena Espinilla Estévez †
Jun Liu ‡

November 15, 2008

Abstract

In multi-expert decision making problems the experts provide their preferences about the alternatives according to their knowledge. Due to the fact that they can have different knowledge, educational backgrounds or experiences, it seems logical that they might use different evaluation scales to express their opinions. In the present paper, we focus on decision problems defined in uncertain contexts where such uncertainty is modelled by means of linguistic information, therefore the decision makers would use different linguistic scales to express their evaluations on the alternatives, i.e., multi-granular linguistic scales. Several computational approaches have been presented to manage multigranular linguistic scales in decision problems. Although they provide good results in some cases, still present limitations. A new approach, so-called Extended Linguistic Hierarchies, is presented here for managing multi-granular linguistic scales in order to overcome those limitations, a MEDM case study is given to illustrate the proposed method.

1 Introduction

In real world application, we face decision making (DM) problems quite often, which may be involved with different types of information, decision makers, criteria, etc. We focus on Multi-Expert Decision Making (MEDM) problems dealing with qualitative information [7, 15, 18, 30, 34], the presence of qualitative information involves uncertainty and vagueness. In order to manage this uncertainty the probability theory might be a powerful tool, but in many problems it is not difficult to see that a lot of aspects of uncertainties clearly don't have a probability character because they are related to imprecision and vagueness of meaning [25]. The use of the fuzzy linguistic approach [32] for managing such imprecision and vagueness have obtained good results in different disciplines, such as “information retrieval” [3, 16, 33], “recommender systems” [26, 23], “evaluation processes” [4, 5, 6, 8, 20, 27, 24], “decision-making” [1, 7, 10, 22, 30, 31].

However, the use of linguistic information implies the choice of appropriate linguistic descriptors and their semantics [11] as well as, the need for computing with words (CW) [19, 21, 29] in order to accomplish the computations that carries out a common decision making resolution scheme [28] that combines the individual preferences and ranks the aggregated values to obtain the best alternative/s.

*Department of Computer Science, University of Jaén, 23071, Jaén, Spain. martin@ujaen.es

†Department of Computer Science, University of Jaén, 23071, Jaén, Spain. mestevez@ujaen.es

‡School of Computing and Mathematics, Faculty of Computing and Engineering, University of Ulster at Jordanstown, Newtownabbey BT37 0QB, Northern Ireland, UK. j.liu@ulster.ac.uk

Another important aspect related to the linguistic information, is the "*granularity of uncertainty*", i.e., the level of discrimination among different degrees of uncertainty. The more knowledge the experts have about the problem the more granularity they can use to express their preferences. Typical values of cardinality used in the linguistic models are odd ones, such as 7 or 9 [2].

A MEDM problem framework is characterized by a finite set of decision makers (experts), $E = \{e_1, \dots, e_m\}$, $m \geq 2$, who are called to express their preference values on a predefined set of alternatives, $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, $n \geq 2$. Due to the fact that, we focus on MEDM problems dealing with linguistic information, it is not difficult to find situations where different decision makers have different degree of knowledge about the problem. They could then express their preferences by different linguistic scales, $F_{MS} = \{S_i, i = 1, \dots, m, \text{ with } m > 1\}$, i.e., the problem domain, F_{MS} , is formed by different linguistic term sets, $S_i = \{s_j^i, j = 0, \dots, g_i\}$ whose granularity, $g_i + 1$, is different from each other. It means that the problem is defined in a multi-granular linguistic framework, i.e., with multiple linguistic scales.

The aim of this paper is to deal with MEDM problems defined in multi-granular linguistic frameworks. In order to solve these problems, different approaches have been proposed to accomplish processes of CW with this type of information [5, 7, 12, 14, 17]. These approaches define different frameworks and computational models to deal with the multi-granular linguistic information. Nevertheless, all of them present a similar computational process to aggregate the information assessed in multiple scales that, slightly modifies the aggregation phase of the resolution scheme by splitting it in two processes (see Fig. 1): (i) A unification process that transforms the multi-granular linguistic information in just one expression domain; (ii) an aggregation process that is similar to the models with one expression domain. Eventually, when we analyze these approaches, from the expert point of view, regarding their modelling, understanding, and accuracy, no one is better than all the others for all the properties.

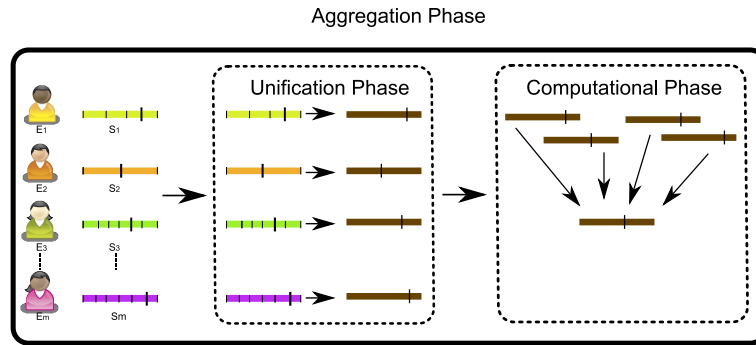


Figure 1: Aggregation Phase

Therefore our proposal consists of a new approach to deal with multiple linguistic scales in MEDM problems, that will provide tools to deal with any linguistic term set in a symbolic way and without loss of information, because the approaches introduced so far do not provide all these properties altogether. This new approach, so-called Extended Linguistic Hierarchies (ELH), and its computational model are based on the linguistic 2-tuple representation model [13] and on the linguistic hierarchies [14].

This paper is structured as follows: Section 2 reviews some related work and compares the different approaches to deal with multiple linguistic scales. Section 3 presents the extended linguistic hierarchies and its computational model. In Section 4 the extended linguistic hierarchies are applied to a MEDM problem with multiple linguistic scales and a comparative analysis with other approaches is given. Section 5 concludes the paper.

2 Related Work

In this section, we are going to review different approaches proposed to deal with multiple linguistic scales. We pay attention to the offered frameworks, and their computational models in order to check how they accomplish the aggregation phase showed in Fig. 1.

2.1 Fusion Approach for Managing Multi-granular Linguistic Information

This approach presented by Herrera et al. in [12] introduced a methodology to deal with information assessed in different linguistic scales based on fuzzy sets and the extension principle.

2.1.1 Framework

This approach does not impose any limitation to the term sets, which can belong to the multiple linguistic scales in the definition of the problem. Let us suppose that F_{MS} and S_i are defined as above.

2.1.2 Unification Phase

The computational model of this approach follows the aggregation phase showed in Fig. 1. Therefore, in the first place it unifies the multi-granular linguistic information (MGLI) into a linguistic term set, so called basic linguistic term set (BLTS) by means of fuzzy sets. This unification is carried out in the following two steps:

- Election of the BLTS: In [12] were introduced the rules that lead to the election of the BLTS, S_T , with the aim of keeping as much information as possible.
- Unification process: Once the BLTS has been chosen the MGLI can be transformed into BLTS by using a transformation function $\tau_{S_i S_T}$ which can express any linguistic term $s_j^i \in S_i$ as a fuzzy set defined in S_T .

Definition 1. [12] Let $S_i = \{s_0^i, \dots, s_{g_i}^i\}$ and $S_T = \{s_0^T, \dots, s_{g_T}^T\}$ be two linguistic term sets, such that, $g_T > g_i$. Then, a multi-granularity transformation function, $\tau_{S_i S_T}$ is defined as:

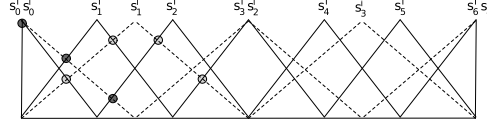
$$\begin{aligned} \tau_{S_i S_T} : S_i &\longrightarrow F(S_T) \\ \tau_{S_i S_T}(s_j^i) &= \{(s_k^T, \alpha_k^j) / k \in \{0, \dots, g_T\}\}, \forall s_j^i \in S_i \\ \alpha_k^j &= \max_y \min\{\mu_{s_j}(y), \mu_{s_k}(y)\} \end{aligned}$$

where $F(S_T)$ is the set of fuzzy sets defined in S_T , $\mu_{s_j}(y)$ and $\mu_{s_k}(y)$ are the membership functions of the fuzzy sets associated to the terms s_j and s_k , respectively.

Let us present an example to illustrate this process.

Example 1. Let $S_i = \{s_0^i, s_1^i, \dots, s_4^i\}$ and $S_T = \{s_0^T, s_1^T, \dots, s_6^T\}$ be a linguistic term set in F_{MS} and the BLTS with $g_i = 4$ and $g_T = 6$ respectively, associated with the following semantics (see Fig. 2):

s_0^i	(0, 0, .25)	s_0^T	(0, 0, .16)
s_1^i	(0, .25, .5)	s_1^T	(0, .16, .34)
s_2^i	(.25, .5, .75)	s_2^T	(.16, .34, .5)
s_3^i	(.5, .75, .1)	s_3^T	(.34, .5, .66)
s_4^i	(.75, 1, 1)	s_4^T	(.5, .66, .84)
		s_5^T	(.66, .84, 1)
		s_6^T	(.84, 1, 1)

Figure 2: Term sets S_i and S_T

The fuzzy sets obtained by applying $\tau_{S_i S_T}$ for s_0^i and s_1^i are:

$$s_0^i = \{(s_0^T, 1), (s_1^T, .58), (s_2^T, .18), (s_3^T, 0), (s_4^T, 0), (s_5^T, 0), (s_6^T, 0)\}$$

$$s_1^i = \{(s_0^T, .39), (s_1^T, .85), (s_2^T, .85), (s_3^T, .39), (s_4^T, 0), (s_5^T, 0), (s_6^T, 0)\}$$

In Fig. 2, we can see the conversion process for both linguistic term sets graphically.

2.1.3 Computational Phase

Once the multi-granular linguistic information has been unified in just one expression domain, the computations required to obtain a solution can be carried out by using an adequate computational model. This approach operates directly over the fuzzy sets by using the fuzzy arithmetic [9, 12]. Therefore, the results obtained will be fuzzy sets in the BLTS.

2.2 A New Fusion Approach for Managing Multi-granular Linguistic Information

A new approach to deal with MGLI that extends the one introduced in section 2.1 was proposed by Chen and Ben-Arieh in [7]. This approach overcomes the limitation regarding the necessity that granularity of the BLTS would be greater than the other term sets. Additionally it provides a different method to unify the linguistic information assessed in different scales.

2.2.1 Framework

This approach provides a similar framework, F_{MS} , as that in the previous approach, i.e., there is no limitation with regards to the term sets that can belong to F_{MS} .

2.2.2 Unification Phase

Similar to the approach presented in section 2.1, this one also unifies the MGLI by means of fuzzy sets, but it introduces a new transformation function to unify the MGLI that allows to transform linguistic terms between any term set. Therefore, it is not necessary to choose a priori any BLTS, which could be any of the term sets in F_{MS} .

In order to unify the information a new transformation function, $\tau'_{S_i S_T}$, is proposed:

Definition 2. [7] Let $S_i = \{s_0^i, \dots, s_{g_i}^i\}$ and $S_T = \{s_0^T, \dots, s_{g_T}^T\}$ be two linguistic term sets, such that, $g_T \neq g_i$. A multi-granularity transformation function, $\tau'_{S_i S_T}$, is then defined as:

$$\tau'_{S_i S_T} : S_i \longrightarrow F(S_T)$$

$$\tau'_{S_i S_T}(s_j^i) = \{(s_k^T, \mu_{ij}(x)) \mid k \in \{0, \dots, g_T\}\}, \forall s_j^i \in S_i, j = \{0, \dots, g_i\}$$

$$\mu_{s_k^T}(s_j^i) = \begin{cases} 1 & \text{for } k_{min} < k < k_{max} \\ \left(\frac{k+1}{g_T+1} - \frac{j}{g_i+1}\right)(g_T+1) & \text{for } k = k_{min} \\ \left(\frac{j+1}{g_i+1} - \frac{k}{g_T+1}\right)(g_T+1) & \text{for } k = k_{max} \\ 0 & \text{others,} \end{cases} \quad (1)$$

where, k_{min} and k_{max} are the indexes of the first and the last linguistic labels with nonzero membership functions in the target set S_T .

s_0^T	s_1^T	s_2^T	s_3^T	s_4^T	s_5^T	s_6^T	s_7^T	s_8^T		
s_0^i	s_1^i	s_2^i	s_3^i	s_4^i	s_5^i	s_6^i	s_7^i	s_8^i	s_9^i	s_{10}^i

Figure 3: The idea of tier method on the linguistic label sets fusion.

Example 2. This example shows the transformation, $\tau_{S_8 S_{10}}(s_4^i)$, of the label s_4^i between the term sets, S_i with $g_i=8$ and the target set S_T with $g_T = 10$.

For $j = 4$: $k_{min} = 4$ and $k_{max} = 6$. Therefore

$$\mu_{S_4^8}(x) = 0.11, \mu_{S_5^8}(x) = 1, \mu_{S_6^8}(x) = 0.11$$

and $\mu_{S_k^8}(x) = 0$ for all $k = 0, 1, \dots, 10$ with $k \neq 4, 5, 6$

The result obtained to express (s_4^i) in S_T is the following fuzzy set:

$$\begin{aligned} \tau_{S_8 S_{10}}(s_4^i) = \{ & (s_0, 0), (s_1, 0), (s_2, 0), (s_3, 0), (s_4, 0.11), \\ & (s_5, 1), (s_6, 0.11), (s_7, 0), (s_8, 0), (s_9, 0), (s_{10}, 0) \} \end{aligned}$$

The transformation function, $\tau'_{S_i S_T}$, presented in Definition 2 provides a valid function for term sets where their terms have no overlap between their membership functions each other. Anyway, if there are overlaps between their functions, in [7] was defined an extended transformation function for such cases.

2.2.3 Computational Phase

Given that, this approach unifies the multi-granular linguistic information by means of fuzzy sets, it uses the same computation model as the one in section 2.1.

2.3 Linguistic Hierarchies

Although, the previous approaches provide a way to deal with MGLI, both of them present several drawbacks related to the accuracy and to the expression domain for the computed results. In order to overcome these drawbacks it was introduced a new approach to deal with MGLI in a symbolic and precise way based on the linguistic hierarchies (LH) [14].

This approach is based on the 2-tuple linguistic representation model and its symbolic computational model.

2.3.1 Framework

In this approach the framework is limited and not all the term sets can be part of F_{MS} . Therefore to understand the construction of multi-granular frameworks with LH, we review briefly the 2-tuple linguistic representation model and its building process.

- *2-tuple fuzzy linguistic representation model*

This model was presented in [13] to improve the accuracy of symbolic CW processes. It represents the linguistic information by means of a pair of values so called 2-tuple, (s, α) , where s is a linguistic label and α is a numerical value that represents the value of the symbolic translation.

Definition 3. [13] Let β be the result of an aggregation of the indices of a set of labels assessed in a linguistic term set S , i.e., the result of a symbolic aggregation operation. $\beta \in [0, g]$, being $g + 1$ the cardinality of S . Let $i = \text{round}(\beta)$ and $\alpha = \beta - i$ be two values, such that, $i \in [0, g]$ and $\alpha \in [-.5, .5)$. Then α is called a *Symbolic Translation*.

This linguistic 2-tuple representation model defines a set of functions to make transformations between linguistic 2-tuples and numerical values.

Definition 4. [13] Let $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ be a linguistic term set and $\beta \in [0, g]$ a value supporting the result of a symbolic aggregation operation. Then the 2-tuple that expresses the equivalent information to β is obtained with the following function:

$$\Delta : [0, g] \longrightarrow S \times [-0.5, 0.5)$$

$$\Delta(\beta) = \begin{cases} s_i & i = \text{round}(\beta) \\ \alpha = \beta - i & \alpha \in [-.5, .5) \end{cases}$$

where round is the usual rounding operation, s_i has the closest index label to " β " and " α " is the value of the symbolic translation.

We note that Δ is bijective and $\Delta^{-1} : S \times [-.5, .5) \longrightarrow [0, g]$ is defined by $\Delta^{-1}(s_i, \alpha) = i + \alpha$. In this way, the 2-tuples of $S \times [-.5, .5)$ will be identified with the numerical values in the interval $[0, g]$.

By using these functions it was defined a computational model for linguistic 2-tuples (for further details see [13]).

- *Building a linguistic hierarchy.*

The multi-granular linguistic frameworks offered by LH must satisfy several rules. In the following we are going to show its building process and some notations for a LH.

A LH is the union of all levels t : $LH = \bigcup_t l(t, n(t))$, where each level t of a LH corresponds to a linguistic term set with a granularity of uncertainty of $n(t)$ denoted as $S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$.

The methodology to construct a LH was presented in [14] that imposed the following rules, so-called *linguistic hierarchy basic rules*:

- **Rule 1:** to preserve all *former modal points* of the membership functions of each linguistic term from one level to the following one.
- **Rule 2:** to make *smooth transitions between successive levels*. The aim is to build a new linguistic term set, $S^{n(t+1)}$. A new linguistic term will be added between each pair of terms belonging to the term set of the previous level t . To carry out this insertion, it is necessary to reduce the support of the linguistic labels in order to keep place for the new one located in the middle of them.

These rules induce a limitation regarding the term sets that can be used in the F_{MS} defined by the LH . Because, a linguistic term set of level $t + 1$ is obtained from its predecessor as:

$$l(t, n(t)) \rightarrow l(t + 1, 2 \cdot n(t) - 1) \quad (2)$$

Table 1 shows the granularity for each linguistic term set of a LH according to the rules (graphically in Fig. 4).

	$l(t, n(t))$	$l(t, n(t))$
Level 1	$l(1, 3)$	$l(1, 7)$
Level 2	$l(2, 5)$	$l(2, 13)$
Level 3	$l(3, 9)$	

Table 1: Linguistic Hierarchies

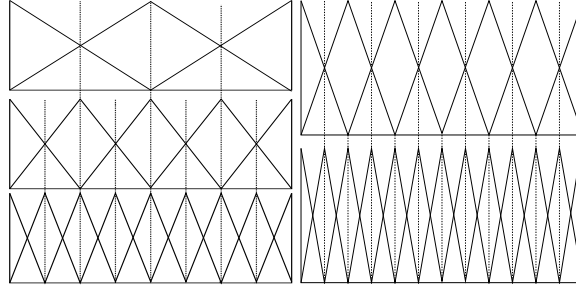


Figure 4: Linguistic Hierarchies of 3, 5 and 9 labels and 7 and 13 labels

2.3.2 Unification Phase

The LH can unify the linguistic information assessed in multiple scales in any term set of the LH without loss of information. To do so, in [14] it was defined a transformation function, $TF_{t'}^t$, between any two linguistic levels t and t' of the LH as follows:

Definition 5. [14] Let $LH = \bigcup_t l(t, n(t))$ be a linguistic hierarchy whose linguistic term sets are denoted as $S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$, and let us consider the 2-tuple linguistic representation. The transformation function from a linguistic label in level t to a label in level t' , satisfying the linguistic hierarchy basic rules, is defined as

$$TF_{t'}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) = \Delta \left(\frac{\Delta^{-1}(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t') - 1)}{n(t) - 1} \right) \quad (3)$$

In [14] was proof that, $TF_{t'}^t$ is bijective, the transformations between levels of a linguistic hierarchy are then carried out without loss of information.

Example 3. Here we show how the transformation functions act over the linguistic hierarchy, $LH = \bigcup_t l(t, n(t))$ (see Fig. 4), whose term sets are:

$$\begin{aligned} l(1, 3) & \{s_0^3, s_1^3, s_2^3\} \\ l(2, 5) & \{s_0^5, s_1^5, s_2^5, s_3^5, s_4^5\} \\ l(3, 9) & \{s_0^9, s_1^9, s_2^9, s_3^9, s_4^9, s_5^9, s_6^9, s_7^9, s_8^9\} \end{aligned}$$

The transformations between terms of the different levels are carried out as:

$$TF_1^3(s_5^9, 0) = \Delta^{-1} \left(\frac{\Delta(s_5^9, 0) \cdot (3 - 1)}{9 - 1} \right) = \Delta^{-1}(1, 25) = (s_1^3, .25)$$

$$TF_3^1(s_1^3, .25) = \Delta^{-1} \left(\frac{\Delta(s_1^3, .25) \cdot (8 - 1)}{3 - 1} \right) = \Delta^{-1}(5) = (s_5^9, .0)$$

2.3.3 Computational Phase

Due to the fact that representation model used by LH and the results of the unification process are linguistic 2-tuples, its the computational model is based on model presented in [14] for the 2-tuple representation model.

It is important to notice that the final results of any computational process can be expressed in any linguistic term of the framework, F_{MS} by means of TF_{ν}^t in a precise way.

2.4 Hierarchical Tree

Huynh and Nakamori introduced in [17] a new notion about LH in terms of ordered structure based semantics of linguistic terms. The aim of this approach is to make more flexible the multi-granular linguistic framework and overcome the limitation imposed by the *LH* regarding the term sets that can be used in a LH.

2.4.1 Framework

First, we will show the definition of a hierarchical tree that fixes the framework for this approach.

This approach defines a linguistic hierarchy of a linguistic variable X as a hierarchical tree, T_X , that consists of a finite number of levels t with $t = 0, \dots, m$, which is defined as follows:

- Level $t = 0$ is the root of the tree labelled by X - the name of the linguistic variable.
- Each level t , for $t = 1, \dots, m$, is a finite linguistic term set of X , denoted by $S^{n(t)}$, accompanied with a total ordering such that:
 1. $n(t) < n(t+1)$, for any $t = 1, \dots, m-1$; and
 2. for each $t = 1, \dots, m-1$, there exists only one mapping $\Gamma_t : S^{n(t)} \longrightarrow 2^{S^{n(t+1)}} - \{\phi\}$ fulfilling $\Gamma_t(s_i^{n(t)}) \cap \Gamma_t(s_{i'}^{n(t)}) = \phi$ for any $s_i^{n(t)} \neq s_{i'}^{n(t)}$, $\bigcup_{s_i^{n(t)} \in S^{n(t)}} \Gamma_t(s_i^{n(t)}) = S^{n(t+1)}$; and
 3. if $s_i^{n(t)} < s_{i'}^{n(t)}$ in $S^{n(t)}$ then $s_k^{n(t+1)} < s_{k'}^{n(t+1)}$ in $S^{n(t+1)}$ for any $s_k^{n(t+1)} \in \Gamma_t(s_i^{n(t)})$ and $s_{k'}^{n(t+1)} \in \Gamma_t(s_{i'}^{n(t)})$.

For each $t = 1, \dots, m-1$, the mapping Γ_t plays a role as a semantic derivation from the term set $S^{n(t)}$ to its refinement $S^{n(t+1)}$. Furthermore, for each mapping Γ_t , $t = 1, \dots, m-1$, there exists a pseudo-inversion $\Gamma_t^- : S^{n(t+1)} \longrightarrow S^{n(t)}$, defined by

$$\Gamma_t^-(s_i^{n(t+1)}) = s_i^{n(t)} \text{ such that } s_i^{n(t+1)} \in \Gamma_t(s_i^{n(t)}).$$

Γ_t^- and Γ_t define the function transformations between levels of the linguistic hierarchy.

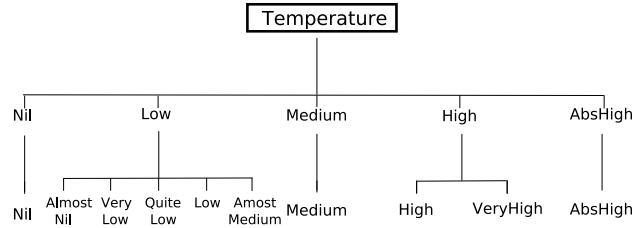


Figure 5: Hierarchical Tree

2.4.2 Unification Phase

The linguistic information assessed in different linguistic levels is unified by means of transformation Φ using Γ_t and Γ_t^- .

Definition 6. [17] Let $S^{n(t)}$ and $S^{n(t+a)}$, $a \in \mathbb{N}$, be the term sets of levels t and $t+a$, respectively. The linguistic information represented in $S^{n(t)}$ is transformed into $S^{n(t+a)}$ (and vice-versa) by means of the following mappings:

$$\begin{aligned} \Phi_{k+a}^k : S^{n(t)} &\rightarrow 2^{S^{n(t+a)}} \\ (s_i^t) &= \bigcup_{\Phi_j^{t+a-1} \in \Phi_{t+a-1}^t(s_i^t)} \Gamma_{t+a-1}(s_j^{t+a-1}) \\ \Phi_k^{k+a} : S^{n(t+a)} &\rightarrow S^{n(t)} \\ (s_i^{t+a}) &= \Gamma_t^- \circ \dots \circ \Gamma_{t+a-1}^- s_i^{t+a} \end{aligned}$$

Example 4. This example shows how to transform the term sets of level 1 in the level 2 (and vice versa) of the linguistic hierarchy $T_{temperature}$ (see Fig. 5) [17].

$$\begin{aligned} \phi_2^1(Null) &= \{Null\} & \phi_1^2(Null) &= \{Null\} \\ \phi_2^1(Low) &= \{AlmostNil, VeryLow, & \phi_1^2(AlmostNil) &= \{Low\} \\ & \quad QuiteLow, Low, AlmostM.\} & \phi_1^2(VeryLow) &= \{Low\} \\ \phi_2^1(Medium) &= \{Medium\} & \phi_1^2(QuiteLow) &= \{Low\} \\ \phi_2^1(High) &= \{High, VeryHigh\} & \phi_1^2(Low) &= \{Low\} \\ \phi_2^1(AbsHigh) &= \{AbsHigh\} & \phi_1^2(AlmostM.) &= \{Low\} \\ & & \phi_1^2(Medium) &= \{Medium\} \\ & & \phi_1^2(High) &= \{High\} \\ & & \phi_1^2(VeryHigh) &= \{High\} \\ & & \phi_1^2(AbsHigh) &= \{AbsHigh\} \end{aligned} \tag{4}$$

2.4.3 Computational Phase

This approach propose a computational model for the unified information that make use of random preferences so called satisfactory principle instead of fuzzy sets supporting the linguistic terms semantics or the linguistic terms themselves. Therefore, the results obtained are expressed in a numerical domain, for further details see [17].

2.5 A Comparative Analysis

Once we have reviewed the main approaches to manage the Multi-granular linguistic framework, it is interesting to analyze and compare them regarding certain features such as:

- Accuracy: that means if there is a loss of information in the computational process of the approach.
- Expression domain: it means the domains in which expressed the results obtained by the approach.
- Framework: it indicates which term sets can be used by the experts involved in the problem to express their opinions.

This analysis will be useful to point out the advantages of each approach in order to choose the one more adequate in each problem and to detect what are the limitations that should be overcome to provide an approach adequate in all problems.

Features	Fusion	New Fusion	LH	T_{LH}
Accuracy	No	No	Yes	No
Results in the framework	No	No	Yes	No
Domain of final results	Fuzzy Sets	Fuzzy Sets	Linguistic Term	Numerical
Computational model	Extension Principle	Extension Principle	2-tuple	Satisfactory Principle
Term sets	Any	Any	Limited	Any

Table 2: Features of approaches reviewed

Going in depth through Table 2, we can observe that the Fusion, New Fusion and the Hierarchical Tree approaches provide the experts a total flexibility to model the linguistic information but their results presents lack of accuracy and the expression domain of the results is not very suitable in those cases in which the experts need more than ranking of alternatives in order to understand the computational process and the result obtained. However, the LH provides an accurate computational model and additionally the results are expressed in the initial domains used by the experts, but it presents a limitation that reduces its usefulness such as its framework is limited and the experts can not use all the term sets that maybe they want to.

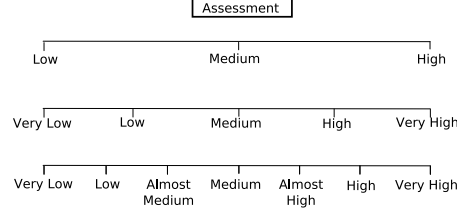
Our aim in this paper is to develop a new approach to deal with Multi-granular linguistic information that would be accurate, its expression domain easy to be understood by the experts and its framework can use any linguistic term set. Therefore, from the previous analysis we have paid our attention in the linguistic hierarchy approach in order to extend it by keeping its characteristics of accuracy and expression domain but overcoming the limitation of the term sets that can be used in the multi-granular linguistic framework. We present our proposal in the following section.

3 Extended Linguistic Hierarchies

Usually, when experts face MEDM problems with multiple linguistic scales they expect a flexible framework in which any term set can be used, as well as accuracy and easy understand results would be obtained. Such as we have pointed out in section 2.5 the current approaches provide some of these properties but not altogether. For instance, the LH can not manage frameworks with term sets with 3,5 and 7 labels (Fig. 6) and the other approaches [12, 14, 17] do not provide accurate results, either easy to understand.

Therefore, it is desirable and useful to develop a tool able to manage multiple linguistic scales in MEDM that fulfills all the aforementioned properties.

In this section, our aim is to propose a new approach for managing multigranular linguistic information, that fulfills the previous requirements altogether, so-called *Extended Linguistic Hierarchies* (ELH). This approach is based on the LH [14] and the 2-tuple linguistic representation model [13]. The ELH proposes a new way for building the LH and a new unification process that drives the computational model.

Figure 6: Term sets for the linguistic variable *assessment*

3.1 Framework

We have showed that LH produces accurate results due to the linguistic hierarchy basic rules used in its construction. Rule 1 guarantees that all former modal points are kept from one level to another, this is the key reason to keep all the information in CW processes (see Fig. 4).

Lemma 1. Let $S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$ be the ordered linguistic term set of a linguistic variable in LH. The set of former modal points of the level t is defined as

$$FP_t = \{fp_t^0, \dots, fp_t^i, \dots, fp_t^{2 \cdot \delta_t}\}$$

where each former modal point $fp_t^i \in [0, 1]$ is located at

$$fp_t^i = \frac{i}{2 \cdot \delta_t} \in [0, 1],$$

being $\delta_t = n(t) - 1 \in \mathbb{N}$.

The linguistic hierarchy basic rule 2 just proposes the simplest way to keep these former modal points, defining the granularity between two levels as:

$$n(t+1) = 2 \cdot n(t) - 1,$$

being possible to transform the information between any two levels without loss of information but limiting the linguistic scales that can belong to the LH.

Due to the fact that we want to deal with any scale in the Multi-granular linguistic framework, our proposal for the ELH consists in building an ELH, replacing the basic rules that obligates to keep the former modal points from one level, t , to the next one, $t+1$, by the *extended hierarchical rules*:

- *Extended Rule 1:* in order to build an ELH first, it should be included a finite number of the levels, $l(t, n(t))$, with $t = 1, \dots, m$ that defines the multi-granular linguistic framework, F_{MS} , required by the experts to express their knowledge. It is not necessary to keep the former modal points among each other.
- *Extended Rule 2:* to obtain a ELH, a new level $l(t', n(t'))$ with $t' = m + 1$ should be added in order to keep all the former modal points of all the previous levels $l(t, n(t))$, $t = 1, \dots, m$ within this new level.

Therefore to construct an ELH, first, m linguistic scales are given for the experts to express their information. And the term set, $l(t', n(t'))$ with $t' = m + 1$, will be added in a way specified by the following theorem.

Theorem 1. Let $\{S_1^{n(t)}, \dots, S_m^{n(t)}\}$ be the sets of linguistic scale, whose granularity $n(t)$ is an odd value. A new term set $l(t', n(t'))$ with $t' = m + 1$ that keeps all the former modal points of the m term sets can have the following granularity:

$$n(t') = \left(\prod_{t=1}^{t=m} \delta_t \right) + 1,$$

Proof.

According to Lemma 1:

$$fp_t^i = \frac{i}{2 \cdot \delta_t} \in [0, 1],$$

and

$$fp_{t'}^j = \frac{j}{2 \cdot \delta_{t'}} \in [0, 1],$$

Notice that $\delta_t = n(t) - 1$ and $\delta_{t'} = n(t') - 1 = \prod_{p=1}^{p=m} \delta_p$ according to the assumption of theorem. Hence δ_t is a multiplier of $\delta_{t'}$. Then, $\forall fp_t^i \in FP_t$, $t \in \{1, \dots, m\}$, there always exists $fp_{t'}^j \in FP_{t'}$, $t' = m + 1$ such at $fp_t^i = fp_{t'}^j$, i.e.,

$$\frac{i}{2 \cdot \delta_t} = \frac{j}{2 \cdot \delta_{t'}},$$

it is then proved that $FP_t \subset FP_{t'} \forall t \in \{1, \dots, m\}$.

Remark: If we check Fig. 7, it is easy to observe that with the Theorem 1 the fp_t^i corresponds to $fp_{t'}^j$ whose membership value is 1.

ELH	δ_t	Number of FP
$l(t, n(t))$	$n(t) - 1$	$(2 \cdot \delta_t) + 1$
$l(1, 3)$	2	5
$l(2, 5)$	4	9
$l(3, 7)$	6	13
$l(4, 49)$	48	97

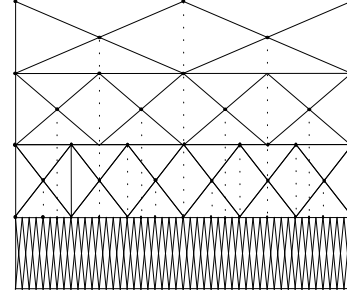


Figure 7: ELH of 3, 5, 7 and 49 labels

Therefore an ELH is the union of the m levels required by the experts and the term set $l(t', n(t'))$ that keeps all the former points in order to provide accuracy in the processes of CW.

$$ELH = \bigcup_{t=1}^{t=m+1} (l(t, n(t)))$$

Fig 7 shows the granularity needed in the level t' according to the m previous levels included in the framework. We can observe that the last level t' contains all the former modal points of the membership functions of each linguistic term set in the previous levels, $t = 1, \dots, m$.

Example 5. The granularity of the last level in the Fig 7 is $(\prod_{t=1}^{t=m+1} \delta_t) + 1$, being $\delta_1 = 2$, $\delta_2 = 4$ and $\delta_3 = 6$. Then $n(4)$ is $(2 \cdot 4 \cdot 6) + 1 = 24 + 1 = 49$.

3.2 Optimized Framework

In section 3.1 we have introduced an initial approach to build an ELH where the level t' keeps all the former modal points of the previous t levels. However, the granularity of t' determined by using Theorem 1 would be too high and might make the computational model more complex.

In order to make simpler the use and construction of the ELH we propose an alternative way to minimize the granularity of t' which can still keep all the former modal points of the previous levels. To achieve this goal we shall use the least common multiple (LCM).

Definition 7. The least common multiple of m nonzero integer $a_1, \dots, a_m$ is defined as $LCM(a_1, \dots, a_m) = \min \{n \in \mathbb{N} : a_i/n \in \mathbb{N} \text{ for } i = 1, \dots, m\}$.

By using the LCM a new theorem to compute the granularity of the level t' is proposed.

Theorem 2. Let $\{S_1^{n(t)}, \dots, S_m^{n(t)}\}$ be the set of linguistic scales with any odd value of granularity. A new level, $t' = m + 1$, that keeps the former modal points of the m term sets can have the following granularity:

$$n(t') = (LCM(\delta_1, \dots, \delta_m)) + 1, t = 1, \dots, m$$

Proof.

Similar to the proof of Theorem 1, in this case, it is still true that δ_t is a multiplier of $\delta_{t'}$. Therefore,

$$j = \frac{(i \cdot \delta_t')}{\delta_t} \text{ implies that } FP_t \subset FP_{t'}, \forall t \in \{1, \dots, m\}.$$

ELH	δ_t	Number of FP
$l(t, n(t))$	$n(t) - 1$	$(2 \cdot \delta_t) + 1$
$l(1, 3)$	2	5
$l(2, 5)$	4	9
$l(3, 7)$	6	13
$l(4, 13)$	12	25

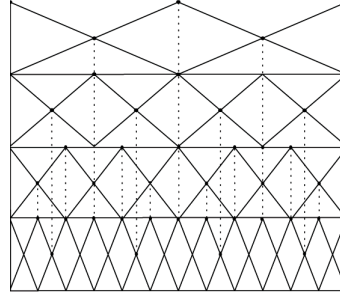


Figure 8: ELH of 3, 5, 7, and 13 labels using the Theorem 2

Remark: However, in this case fp_t^i can correspond to $fp_{t'}^j$ with different membership values $\{0.5, 1\}$.

Example 6. By using the framework of Example 5 with the sets of granularity 3, 5 and 7 (see Fig 6), the granularity of the last level in the ELH will be 25 according to Theorem 2.

Table 8 summarizes and shows graphically the values that optimizes the construction of the extended linguistic hierarchies. We can observe that this optimization reduces drastically the number of labels in the last level, t' in comparison with the previous proposal.

3.3 Unification Phase

The ELH also shares the computational scheme showed in Fig. 1, therefore to deal with the multi-granular linguistic information in ELH, firstly it should be unified. This unification process is based on the transformation functions defined in the LH, $TF_t^{t'}$ where t and t' can be any pair of term sets in the LH. However, in the *ELH* these transformations do not guarantees the accuracy of the transformation between any two term sets because they do not keep the former modal points. Therefore in order to avoid the loss of information between different levels in ELH. This model unifies the information in a level t' that keeps all the former modal points by means of $TF_t^{t'}$ with t any level in $\{1, \dots, m\}$ and $t' = m + 1$.

Example 7. We show how the transformation functions act over the $ELH = \bigcup l(1, 3), l(2, 5), l(3, 7), l(4, 9)$ which is showed in Fig 9 and whose term sets are:

$$\begin{aligned}
 l(1, 3) & \{s_0^3, s_1^3, s_2^3\} \\
 l(2, 5) & \{s_0^5, s_1^5, s_2^5, s_3^5, s_4^5\} \\
 l(3, 7) & \{s_0^7, s_1^7, s_2^7, s_3^7, s_4^7, s_5^7, s_6^7\} \\
 l(4, 9) & \{s_0^9, s_1^9, s_2^9, s_3^9, s_4^9, s_5^9, s_6^9, s_7^9, s_8^9\} \\
 l(5, 25) & \{s_0^{25}, s_1^{25}, s_2^{25}, s_3^{25}, \dots, s_{21}^{25}, s_{22}^{25}, s_{23}^{25}, s_{24}^{25}\}
 \end{aligned}$$

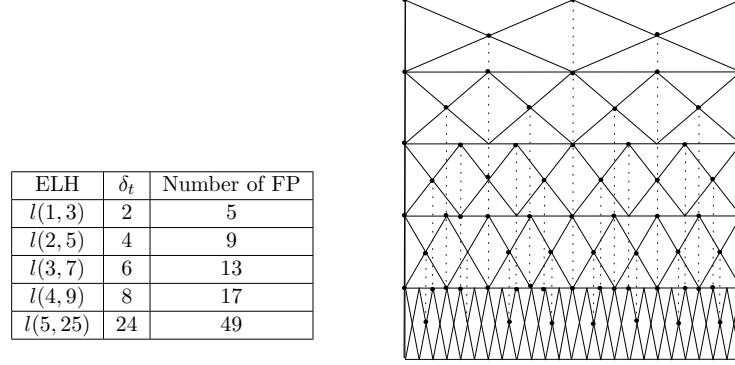
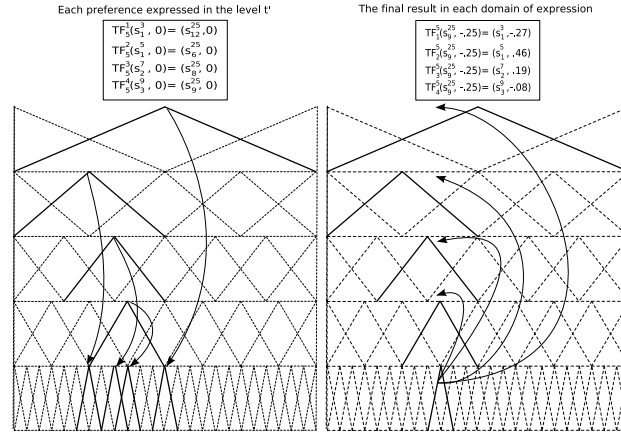


Figure 9: ELH of 3, 5, 7, 9 and 25 labels with Theorem 2

The unification of terms can be done as showned in the Fig.10.

Figure 10: The transformations between the level t' and t and vice versa

3.4 Computational Phase

The computational model uses by the ELH is the 2-tuple computational model because the information is unified by means of 2-tuples.

We should remark that although the results obtained will be expressed by means of 2-tuples in $S^{n(t')}$, with $t' = m + 1$, this model provides the facility to express those results in any scale of the F_{MS} without loss of information (showed Fig. 10) by means of the transformation function $TF_{t'}^t$ with $t = 1, \dots, m$ and $t' = m + 1$.

3.5 Analysis of Extended Linguistic Hierarchies

The features of the proposed ELH approach are summarized in Table 3, the features are the same as in Table 2.

Features	ELH
Accuracy	Yes
Results in the Framework	Yes
Domain of final results	Linguistic Term
Computational Model	2-tuple
Term Sets	Any

Table 3: Features of ELH

We can observe that this approach provides a total flexibility for modelling the linguistic information, an accuracy computational model and eventually the results are linguistically expressed in the initial domains.

4 An MEDM problem dealing with ELH

As an application of the extended linguistic hierarchies presented in this paper, we shall solve an MEDM problem defined in a multi-granular linguistic context.

Let us suppose an investment company, which plans to invest a sum of money in the best option. There is a panel with four possible alternatives to invest the money:

- x_1 is a car industry;
- x_2 is a computer company;
- x_3 is a food company;
- x_4 is a weapon industry.

The investment company has a group of four consultancy departments.

- e_1 is the risk analysis department;
- e_2 is the growth analysis department;
- e_3 is the social-political analysis department;
- e_4 is the environmental impact analysis department.

Each department is directed by an expert, and thus, each expert is an information source. These experts use the different linguistic term sets with the extended linguistic hierarchy to provide their preferences over the set of alternatives. More specifically,

- e_1 provides his preferences in $l(3, 7)$;
- e_2 provides his preferences in $l(2, 5)$;
- e_3 provides his preferences in $l(1, 3)$;
- e_4 provides his preferences in $l(3, 7)$.

The linguistic terms can have a syntax adequate to the problem, but in this case we shall use the normalized syntax for a better comprehensiveness of the computation processes.

After a depth study, suppose that each expert provides the following preference values:

	x_1	x_2	x_3	x_4
e_1	s_4^7	s_6^7	s_3^7	s_5^7
e_2	s_3^5	s_4^5	s_3^5	s_3^5
e_3	s_1^3	s_2^3	s_2^3	s_1^3
e_4	s_4^7	s_5^7	s_3^7	s_5^7

4.1 Decision Model

The MEMD model for solving the problem is carries out in the following steps:

1. Aggregation phase

- *Normalization process.* First, the multi-granular linguistic information, $l(t, n(t))$, with $t = 1, \dots, m = 3$, is unified in a unique domain, a new level $l(t', n(t'))$ with $t' = m + 1$ in the ELH. In this case, the new level is $l(4, 25)$, we then obtain the following preference values expressed by means of 2-tuples in level t' :

	x_1	x_2	x_3	x_4
e_1	$(s_{16}^{25}, 0)$	$(s_{24}^{25}, 0)$	$(s_{12}^{25}, 0)$	$(s_{20}^{25}, 0)$
e_2	$(s_{18}^{25}, 0)$	$(s_{24}^{25}, 0)$	$(s_{18}^{25}, 0)$	$(s_{18}^{25}, 0)$
e_3	$(s_{12}^{25}, 0)$	$(s_{24}^{25}, 0)$	$(s_{24}^{25}, 0)$	$(s_{12}^{25}, 0)$
e_4	$(s_{16}^{25}, 0)$	$(s_{20}^{25}, 0)$	$(s_{12}^{25}, 0)$	$(s_{20}^{25}, 0)$

- *Aggregation process.* Different aggregations operators can be used according to the needs, but in this example in order to simplify the computation process we consider that all the experts have the same importances in the decision process, therefore we shall use the 2-tuple mean operator to aggregate the preferences (see Equation. 5).

$$\bar{x} = \Delta\left(\frac{\sum_{i=1}^n \Delta^{-1}(s_i, \alpha_i)}{n}\right) \quad (5)$$

The collective values obtained for each alternative are:

x_1	x_2	x_3	x_4
$(s_{16}^{25}, -.5)$	$(s_{23}^{25}, 0)$	$(s_{17}^{25}, -.5)$	$(s_{18}^{25}, -.5)$

These collective values can be expressed in any linguistic term set of the ELH, i.e.,

– $l(1, 3)$:

x_1	x_2	x_3	x_4
$(s_1^3, .29)$	$(s_2^3, -.08)$	$(s_1^3, .375)$	$(s_1^3, .46)$

– $l(2, 5)$:

x_1	x_2	x_3	x_4
$(s_3^5, -.41)$	$(s_4^5, -.16)$	$(s_3^5, -.25)$	$(s_3^5, -.083)$

– $l(3, 7)$:

x_1	x_2	x_3	x_4
$(s_4^7, -.125)$	$(s_6^7, -.25)$	$(s_4^7, .125)$	$(s_4^7, .375)$

In this way, all the experts could receive the collective values in their expression domains, and the exploitation phase could be carried out as well in any linguistic term set of the ELH in order to keep the same ranking in all of them.

2. Exploitation phase

In this phase, the best alternative is chosen according to the greatest collective value. Therefore, the solution set of alternatives in this problem is:

$$\{x_2\}$$

The best option to invest is the *computer company*.

4.2 A Comparative Analysis

	Alternatives				Ranking
	x_1	x_2	x_3	x_4	
$ELH, t = 1$	$(s_1^3, .29)$	$(s_2^3, -.08)$	$(s_3^3, .375)$	$(s_4^3, .46)$	$x_2 > x_4 > x_3 > x_1$
$ELH, t = 2$	$(s_3^5, -.41)$	$(s_4^5, -.16)$	$(s_5^5, -.25)$	$(s_6^5, -.083)$	$x_2 > x_4 > x_3 > x_1$
$ELH, t = 3$	$(s_4^7, -.125)$	$(s_6^7, -.25)$	$(s_4^7, .125)$	$(s_4^7, .375)$	$x_2 > x_4 > x_3 > x_1$
T_{LH}	2,0312	2,4375	1,2187	1,8437	$x_2 > x_1 > x_4 > x_3$
<i>Fusion</i>	3,875	5,3611	3,875	4,375	$x_2 > x_4 > \{x_1, x_3\}$
<i>NewFusion</i>	3,8571	5,5004	3,9290	4,3571	$x_2 > x_4 > x_3 > x_1$

Table 4: Results using different approaches

In Section 4.1, we solved a MEDM problem with linguistic assessments in a multi-granular linguistic context based on ELH. Here, we want to compare the results and features of the ELH with the results produced by the others approaches reviewed in Section 2, The comparative result is showed in Table 4.

Analyzing the results from Table 4, we can state that the ELH obtains the same best option as the others, however only ELH expresses the final results in a linguistic way. Additionally, it can be expressed in any of the initial linguistic scales used by the experts, being easier to understand. In this table, we skipped the LH because the approach has a limitation regarding the term sets that can be used by the experts in order to provide their opinions and it cannot deal with the linguistic framework used in this problem with term sets of 3, 5, 7 labels.

Finally as illustrated in Table 4, it is clearly observed that the aims pointed out in Section 2.5 and showed in Table 3 regarding the ELH have been achieved.

5 Concluding Remarks

The modeling of MCDM or MEDM by means of linguistic information can involve problems defined in multiple linguistic scale contexts. Different approaches have been introduced to deal with such type of context but all of them presented different limitations regarding either computational model or the linguistic framework. In this paper, we have introduced a new approach so-called Extended Linguistic Hierarchies based on Linguistic Hierarchies [14] in order to overcome those limitations in applicability, and effectiveness and accuracy to deal with multi-granular linguistic scales in DM problems such that, any linguistic scale can be used in the problem, the computational model is based on a symbolic one and the results are expressed in the initial term sets used by the experts to provide their knowledge.

Acknowledgements

This paper has been partially supported by the research project TIN2006-02121 and FEDER Funds.

References

- [1] B. Arfi. Fuzzy decision making in politics: A linguistic fuzzy-set approach (lfsa). *Political Analysis*, 13(1):23–56, 2005.
 - [2] P.P. Bonissone and K.S. Decker. *Selecting Uncertainty Calculi and Granularity: An Experiment in Trading-Off Precision and Complexity*. In L.H. Kanal and J.F. Lemmer, Editors., *Uncertainty in Artificial Intelligence*. North-Holland, 1986.
 - [3] G. Bordogna and G. Pasi. A fuzzy linguistic approach generalizing boolean information retrieval: A model and its evaluation. *Journal of the American Society for Information Science*, 44(1):70–82, 1993.
 - [4] S.L. Chang, R.C. Wang, and S.Y. Wang. Applying fuzzy linguistic quantifier to select supply chain partners at different phases of product life cycle. *International Journal of Production Economics*, 100(2):348–359, 2006.
 - [5] S.L. Chang, R.C. Wang, and S.Y. Wang. Applying a direct multi-granularity linguistic and strategy-oriented aggregation approach on the assessment of supply performance. *European Journal of Operational Research*, 117(2):1013–1025, 2007.
 - [6] C.T. Chen, C.T. Lin, and S.F. Huang. A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management. *International Journal of Production Economics*, 102(2):289–301, 2006.
 - [7] Z. Chen and D. Ben-Arieh. On the fusion of multi-granularity linguistic label sets in group decision making. *Computers and Industrial Engineering*, 51(3):526–541, 2006.
 - [8] C.H. Cheng and Y. Lin. Evaluating the best main battle tank using fuzzy decision theory with linguistic criteria evaluation. *European Journal of Operational Research*, 142(1):174–186, 2002.
 - [9] D. Dubois and H. Prade. *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. Kluwer Academic, New York, 1980.
 - [10] J. L. Garcia-Lapresta. A general class of simple majority decision rules based on linguistic opinions. *Information Sciences*, 176(4):352–365, 2006.
 - [11] F. Herrera and E. Herrera-Viedma. Linguistic decision analysis: Steps for solving decision problems under linguistic information. *Fuzzy Sets and Systems*, 115:67–82, 2000.
 - [12] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and L. Martínez. A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 114(1):43–58, 2000.
 - [13] F. Herrera and L. Martínez. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(6):746–752, 2000.
 - [14] F. Herrera and L. Martínez. A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multigranularity hierarchical linguistic contexts in multiexpert decision-making. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Part B: Cybernetics*, 31(2):227–234, 2001.
-

-
- [15] F. Herrera, L. Martínez, and P.J. Sánchez. Managing non-homogeneous information in group decision making. *European Journal of Operational Research*, 166(1):115–132, 2005.
 - [16] E. Herrera-Viedma, G. Pasi, A. G. Lopez-Herrera, and C. Porcel. Tuning the matching function for a threshold weighting semantics in a linguistic information retrieval system. *International Journal of Intelligent Systems*, 20(9):921–937, 2005.
 - [17] V.N. Huynh and Y. Nakamori. A satisfactory-oriented approach to multiexpert decision-making with linguistic assessments. *IEEE Transactions On Systems Man And Cybernetics Part B-Cybernetics*, 35(2):184–196, 2005.
 - [18] J. Kacprzyk. Group decision making with a fuzzy linguistic majority. *Fuzzy Sets and Systems*, 18:105–118, 1986.
 - [19] J. Kacprzyk and S. Zadrozny. Computing with words in decision making: Through individual and collective linguistic choice rules. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(Suppl.):89–102, 2001.
 - [20] Y.L. Kuo and C.H. Yeh. Evaluating passenger services of asia-pacific international airports. *Transportation Research Part E: Logistic and Transportation Review*, 39(1):35–48, 2003.
 - [21] J. Lawry. A methodology for computing with words. *International Journal of Approximate Reasoning*, 28:51–89, 2001.
 - [22] J. Ma, D. Ruan, Y. Xu, and G. Zhang. A fuzzy-set approach to treat determinacy and consistency of linguistic terms in multi-criteria decision making. *International Journal of Approximate Reasoning*, 44(2):165–181, 2007.
 - [23] L. Martínez, M. Barranco, L. G. Perez, and M. Espinilla. A knowledge based recommender system with multigranular linguistic information. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 1(3):225–236, 2008.
 - [24] L. Martínez, M. Espinilla, and L. G. Perez. A linguistic multigranular sensory evaluation model for olive oil. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 1(2):148–158, 2008.
 - [25] L. Martínez, J. Liu, J.B. Yang, and F. Herrera. A multi-granular hierarchical linguistic model for design evaluation based on safety and cost analysis. *International Journal of Intelligent Systems.*, 20(12):1161–1194, 2005.
 - [26] L. Martínez, L.G. Perez, and M. Barranco. A multi-granular linguistic based-content recommendation model. *International Journal of Intelligent Systems*, 22(5):419–434, 2007.
 - [27] L. Martínez, J. L. Da Ruan, and J. B. Yang. Dealing with heterogeneous information in engineering evaluation processes. *Information Science*, 177(7):1533–1542, 2007.
 - [28] M. Roubens. Fuzzy sets and decision analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 90:199–206, 1997.
 - [29] P.P. Wang(Ed.). *Computing with Words*. Wiley Series on Intelligent Systems. John Wiley and Sons, 2001.
 - [30] Z.S Xu. A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations. *Information Science*, 166:19–30, 2004.
 - [31] R.R. Yager. An approach to ordinal decision making. *International Journal of Approximate Reasoning*, 12(3):237–261, 1995.
-

-
- [32] L.A. Zadeh. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. *Information Sciences, Part I, II, III*, 8,8,9:199–249,301–357,43–80, 1975.
 - [33] S. Zadrozny and J. Kacprzyk. Computing with words for text processing: An approach to the text categorization. *Information Sciences*, 176(4):415–437, 2006.
 - [34] Xu Z.S. An approach based on the uncertain lowg and induced uncertain lowg operators to group decision making with uncertain multiplicative linguistic preference relations. *Decision Support Systems*, 41(6):488–499, 2006.
-

An Extended Hierarchical Linguistic Model for Sensory Evaluation

Our aim is to propose a Sensory Evaluation model capable of with different linguistic scales and based on the linguistic decision analysis, the mathematical formalism will consist of the extended linguistic hierarchies and the linguistic 2-tuple model in order to provide a total flexibility for modelling the linguistic information, an accuracy computational model and the results are linguistically expressed in the initial domains.

The decision analysis scheme that will use our proposal for the sensory evaluation model consists of the following phases:

- Identify Evaluated Objects.
- Evaluation Framework.
- Gathering Information.
- Rating Objects.
- Evaluation Results.

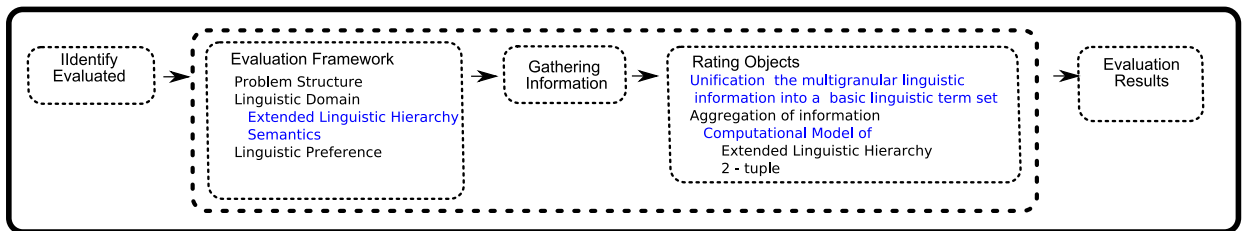


Figura A.1: Sensory evaluation model scheme

The following subsections present in detail the main phases of the above linguistic sensory evaluation model.

A.4.1. Evaluation Framework

This phase defines the evaluation framework, such that, the problem structure is defined and the linguistic descriptors, and semantics that will be used by the experts to express their information about the sensory features of the evaluated objects are chosen.

First of all, it analyzes the features that will be evaluated. The selection of the linguistic term sets utilized to assess those features will depend on the knowledge and experience of each expert of the panel. Therefore, the granularity of the linguistic term sets are chosen according to the experts' knowledge. We propose a multigranular linguistic evaluation framework based on a MEDM problem structure where the experts can express their opinions by means of linguistic labels belonging to the term sets of a *ELH*. Hence the evaluation framework will be as the following one:

$E = \{e_1, \dots, e_m\}$, panel of experts.

$X = \{x_1, \dots, x_n\}$ set of items to be evaluated sensorially.

$F = \{f_1, \dots, f_h\}$ set of sensory features that characterizes each evaluated item x_i

F_{MS} , is formed by m different linguistic term sets that the experts will use.

When the expert have defined the scales to using, we must build the *ELH* that we will use to manage the information of the process of sensory evaluation.

Example 1. In order to understand easily both the framework and the remaining phases of the model, we present and solve an example. Let's suppose a sensory evaluation process of four experts $E = \{e_1, \dots, e_4\}$ that will evaluate the intensity of the four features: *Aspect*, *Smell*, *Flavor* and *Texture* that will be noted as $F = \{f_1, \dots, f_4\}$ of a sample of yogurt $F = \{x_1\}$.

The fixed scales have been 5 labels to evaluate the features f_1 and f_2 and 7 labels to evaluate f_3 and f_4 .

Scale with 5 labels

s_0^5	<i>Like very much</i>	(0, 0, .25)
s_1^5	<i>Like</i>	(0, .25, .5)
s_2^5	<i>Neither like nor dislike</i>	(.25, .5, .75)
s_3^5	<i>Dislike</i>	(.5, .75, 1)
s_4^5	<i>Dislike very much</i>	(.75, 1, 1)

Scale with 7 labels

s_0^7	<i>Like extremely</i>	(0, 0, .16)
s_1^7	<i>Like moderately</i>	(0, .16, .34)
s_2^7	<i>Like slightly</i>	(.16, .34, .5)
s_3^7	<i>Neither like nor dislike</i>	(.34, .5, .66)
s_4^7	<i>Dislike slightly</i>	(.5, .66, .84)
s_5^7	<i>Dislike moderately</i>	(.66, .84, 1)
s_6^7	<i>Dislike extremely</i>	(.84, 1, 1)

The extended linguistic hierarchies is showed in the Fig. A.2

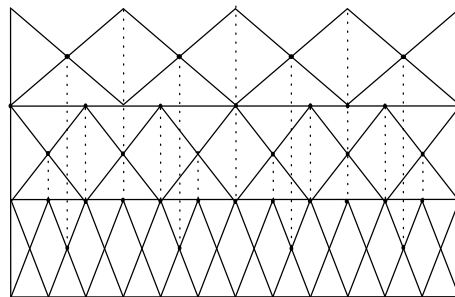


Figura A.2: ELH of 5, 7 and 13 labels

	f_1	f_2	f_3	f_4
e_1	s_2^7	s_1^7	s_0^5	s_2^5
e_2	s_1^7	s_0^7	s_0^5	s_2^5
e_3	s_0^7	s_1^7	s_1^5	s_2^5
e_4	s_1^7	s_2^7	s_0^5	s_2^5

Tabla A.1: Utility vectors

A.4.2. Gathering Information

Once the framework has been defined in order to evaluate the different items, the evaluation process must obtain the knowledge from the panel of experts.

Due to the fact that, the framework fixed above is based on the MEDM problem where the experts will provide their knowledge by using on utility vectors that contain a linguistic assessment for each evaluated feature. Each expert, e_i provides his/her preferences in $S_i^{n(t)}$ by means of an utility vector:

$$U_i = \{u_{11}^i, \dots, u_{1h}^i, u_{21}^i, \dots, u_{2h}^i, \dots, u_{m1}^i, \dots, u_{mh}^i\}$$

where $u_{jk}^i \in S_i^{n(t)}$ is the assessment provided to the feature f_k of the item x_j by the expert e_i . Consequently, in the gathering process every e_i will provide his/her utility vector U_i expressed by linguistic labels in a linguistic term set in the ELH .

Example 2. In our qualitative framework, the preferences provided by the experts are showed in Table A.1:

A.4.3. Rating Objects

The aim of the sensory evaluation process is to obtain information about the worth of an evaluated item, so this phase of the evaluation model computes a global value for each item according to the information gathered in the previous phase.

To compute such a global value, first the information gathered is expressed by means of linguistic 2-tuples using the *Remark 1*.

$$u_{jk}^i \Rightarrow (u_{jk}^i, 0)$$

Given that we cannot compute directly with the multigranular linguistic information provided by the panel of experts, it must be conducted into level t' , by means of the transformation functions, $TF_{t'}^t$ with t any level in $\{1, \dots, m\}$ and $t' = m + 1$.

Example 3. The experts' preferences are transformed into linguistic 2-tuples in the level $t = 3$ by means of the transformation functions, TF_3^1 and TF_3^2 , the results of this transformation is showed in Table A.2.

	f_1	f_2	f_3	f_4
e_1	$(s_4^{13}, 0)$	$(s_2^{13}, 0)$	$(s_0^{13}, 0)$	$(s_6^{13}, 0)$
e_2	$(s_2^{13}, 0)$	$(s_0^{13}, 0)$	$(s_0^{13}, 0)$	$(s_6^{13}, 0)$
e_3	$(s_0^{13}, 0)$	$(s_2^{13}, 0)$	$(s_3^{13}, 0)$	$(s_6^{13}, 0)$
e_4	$(s_2^{13}, 0)$	$(s_4^{13}, 0)$	$(s_0^{13}, 0)$	$(s_6^{13}, 0)$

Tabla A.2: Utility vectors in linguistic 2-tuples in $t = 3$

Once the information has been conducted, our model will apply a two-step aggregation process to compute a global evaluation for the evaluated item:

- *Computing collective evaluations for each feature:* first, the rating process will compute a collective linguistic 2-tuple, (u_{jk}, α) , for each feature, f_k , of the object x_j , using an aggregation operator, $AGOP_1$, on the assessments, u_{jk}^i , provided by all the experts, e_i , and represented in t' :

$$(u_{jk}, \alpha) = AGOP_1((u_{jk}^1, \alpha_1), \dots, (u_{jk}^n, \alpha_n))$$

$$u_{jk} \in t'$$

- *Computing a collective evaluation for each object:* the final aim of the rating process is to obtain a global evaluation, (u_j, α) , for each evaluated object, x_j according to all the experts and features that take part in the sensory evaluation process. To do so, this process will aggregate the collective linguistic 2-tuples for each feature, (u_{jk}, α) , using an aggregation operator, $AGOP_2$:

$$(u_j, \alpha) = AGOP_2((u_{j1}, \alpha_1), \dots, (u_{jh}, \alpha_h))$$

$$u_j \in S^{t'}$$

The aggregation operators, $AGOP_1$ and $AGOP_2$, could be the same or different ones depending on each sensory evaluation problem. The aggregation results will be expressed in t' , if the experts required it in the initial expression domain, they will be applied the transformation function $TF_t^{t'}$ to the results, (u_j, α) obtained by $AGOP_2$ in order to return the results to each user in his/her initial expression domain.

Example 4. We shall use the 2-tuple mean operator to aggregate the preferences (see Equation. A.1).

$$\bar{x} = \Delta\left(\frac{\sum_{i=1}^n \Delta^{-1}(s_i, \alpha_i)}{n}\right) \quad (\text{A.1})$$

The collective values obtained for each feature are:

$$\begin{aligned} f_1 &\longrightarrow AGOP((s_4^{13}, 0), (s_2^{13}, 0), (s_0^{13}, 0), (s_2^{13}, 0)) = (s_2^{13}, 0) \\ f_2 &\longrightarrow AGOP((s_2^{13}, 0), (s_0^{13}, 0), (s_2^{13}, 0), (s_4^{13}, 0)) = (s_2^{13}, 0) \\ f_3 &\longrightarrow AGOP((s_0^{13}, 0), (s_0^{13}, 0), (s_3^{13}, 0), (s_0^{13}, 0)) = (s_1^{13}, -.25) \\ f_4 &\longrightarrow AGOP((s_6^{13}, 0), (s_6^{13}, 0), (s_6^{13}, 0), (s_6^{13}, 0)) = (s_6^{13}, 0) \end{aligned}$$

The collective value obtained for the sample is:

$$x_1 \longrightarrow AGOP((s_2^{13}, 0), (s_2^{13}, 0), (s_1^{13}, -.25), (s_6^{13}, 0)) = (s_3^{13}, -.32)$$

The collective value can be expressed in any linguistic term set of the ELH by means of the transformation functions, TF_1^3 and TF_2^3

- In the scale with 5 labels, the collective value is $(s_1^5, -.11)$ (*Like, -.11*).
- In the scale with 7 labels, the collective value is $(s_1^7, .34)$ (*Like moderately, .34*).

A.5. Sensory Evaluation Model with Unbalanced Linguistic Scales

Another main objective of our research memory was the management of unbalanced linguistic scales in sensory evaluation presented in Chapter 5. In this section we present the results obtained by attaching the paper *An Evaluation Model with Unbalanced Linguistic Information.Applied to Olive Oil Sensory Evaluation* accepted by the *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing*.

An Evaluation Model with Unbalanced Linguistic Information. Applied to Olive Oil Sensory Evaluation

L. Martínez, M. Espinilla, J.Liu¹, L.G. Pérez, P.J. Sánchez.*

Dept. of Computer Science

University of Jaén, 23071 - Jaén, Spain

¹ *School of Computing and Mathematics*

University of Ulster, BT37 0QB - Belfast, UK

Abstract

The evaluation processes are used for quality inspection, marketing and other fields in industrial companies. This paper focuses on sensory evaluation where the evaluated items are assessed by a panel of experts according to the knowledge acquired via human senses. In these evaluation processes, the information provided by the experts implies uncertainty, vagueness and imprecision. The use of the Fuzzy Linguistic Approach [28] has provided successful results modelling such a type of information. Usually these evaluation processes based on linguistic approaches have used symmetrical and uniformly distributed linguistic term sets in order to model the preferences about the evaluated objects. However, in sensory evaluation is common to find problems whose items or features need to be assessed with assessments in scales that one side of the scale overweight the another one, it means the use of a unbalanced linguistic scale. In this paper we present a sensory evaluation model that manages evaluation frameworks with unbalanced linguistic information. This model will be applied to the sensory evaluation process of Olive Oil that implies the definition of a proper framework adapted to the preference modelling of the evaluation model proposed.

Key words: sensory evaluation, unbalanced linguistic term sets, linguistic hierarchies, linguistic information.

1 Introduction

Evaluation is a complex cognitive process that involves different mechanisms in which it is necessary to define the elements to evaluate, fix the evaluation framework, gather the information and obtain an evaluation assessment by means of an evaluation process. The aim of any evaluation process is to obtain information about the worth of an item (product, service, material, etc.), a complete description of different aspects, indicators, criteria in order to improve it or to compare with other items to know which are the best ones. The information gathered in evaluation processes is usually provided by a group of individuals, called panel of experts, where each expert expresses his/her opinions about the evaluated items according to his/her own knowledge and perceptions.

In this paper we focus on *Sensory Evaluation* [12,21,24,25] that is an evaluation discipline where the information provided by the panel of experts, is perceived by the human senses of *sight*, *smell*, *taste*, *touch* and *hearing*.

When the experts' knowledge about the evaluated items, criteria, indicators, etc., is certain or such elements are quantitative in nature the assessments provided by the experts are usually numerical values. On the other hand if their nature is qualitative or the experts' knowledge involves uncertainty and vagueness, such as it happens in sensory evaluation, the use of linguistic assessments have obtained successful results in different disciplines [2,4,7,10,13,15,18]. And the use of the fuzzy linguistic approach provides a direct way to represent linguistic information by means of linguistic variables. In the literature can be found many linguistic evaluation models and processes [7,8,11,22,21], but most of them use term sets with odd cardinality where the middle label means *indifference* and the rest of labels are symmetrical and uniformly distributed around it.

In [20] we have already presented a linguistic sensory evaluation model for olive oil, but during its deployment; we have detected that the use of symmetrical and uniformly linguistic term sets can bias the evaluation process. Due to the fact that the objective of evaluation process is, to find out the classification of an oil sample according to its features. But this classification depends more about the values obtained by such features in the left side of the scale than in the right side as we shall show in Section 5. Then linguistic scales as Fig. 1, can induce some biases in the evaluation because of the use of a finer granularity than the needed in fact. In order to avoid this situation we propose the use of Unbalanced Linguistic scales [14,26] as in Fig. 2, such that, there is a finer granularity in the side of the scale where it is required than in the another one:

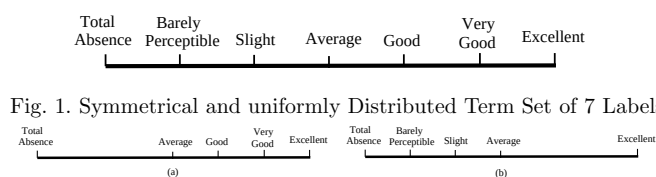


Fig. 1. Symmetrical and uniformly Distributed Term Set of 7 Labels



Fig. 2. Unbalanced Linguistic Term Set of 5 Labels

The use of decision approaches have been successfully applied to solve evaluation problems in the literature [1,6,7,15,19,20]. In decision theory before making a decision is carried out a decision analysis process [9] that allows people to make decisions more consistently, i.e., it helps experts to deal with difficult decisions. The decision analysis is a suitable approach for evaluation processes because it helps to analyze the alternatives, criteria, indicators of the element/s under study that it is the objective of the evaluation processes.

Therefore, the aim of this paper is to propose an evaluation model based on a decision analysis approach dealing with unbalanced linguistic information without loss of information. In order to

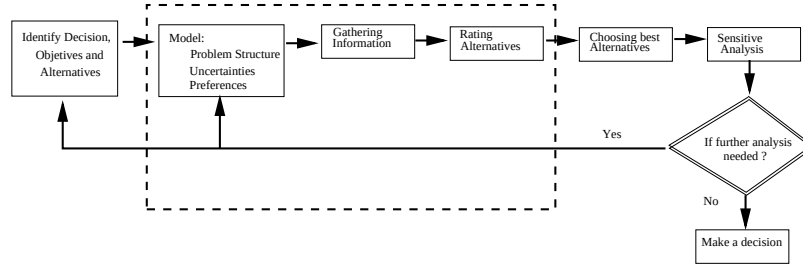


Fig. 3. Decision Analysis Scheme

apply it to those problems whose necessities are better adapted to a unbalanced modelling. We shall show an application to olive oil sensory evaluation.

In order to do that, this paper is structured as follows: Section 2 revises the scheme of the Decision Analysis and introduces a linguistic background revising in short the fuzzy linguistic approach, the 2-tuple fuzzy linguistic representation model, and linguistic hierarchical contexts. Section 3 establishes the basic ideas for managing unbalanced linguistic term sets by using linguistic hierarchies. Section 4 proposes a Sensory Evaluation Model with Unbalanced Linguistic Information, that it is applied to the sensory evaluation of the olive oil in Section 5. Finally Section 6 points out some concluding remarks.

2 Preliminaries

In this section we revise the scheme of the Decision Analysis in which our proposal of evaluation model will be based on and make a short review of linguistic background that presents different concepts that are necessary to manage linguistic information and to understand the proposed evaluation model.

2.1 Decision Analysis

The Decision Analysis is a discipline, which belongs to Decision Theory, whose purpose is to help decision makers to reach a consistent decision in a decision making problem. The evaluation process can be modelled as different types of decision making problems, in this paper we model the evaluation process as a Multi-Expert Decision Making (MEDM) problem. In this type of decision problem, decision makers express their opinions about a set alternatives, by means of an utility vector. A classical decision analysis scheme consists of the following phases (see figure 3):

- *Identify decision, objectives and alternatives of the problem.*
- *Model:* It defines the framework defining the structure of the problem, in our case modelled as a MEDM [17], and the expression domains in which the preferences can be assessed.
- *Gathering information:* decision makers provide their information.
- *Rating alternatives:* This phase obtains a collective value for each alternative.
- *Choosing best alternatives:* It selects the solution from the set of alternatives (applying a choice degree [3,23] to the collective values computed in the before phase).
- *Sensitive analysis:* the solution obtained is analyzed in order to know if it is good enough to make a decision, otherwise, go back initial phases to improve the the quality of the results.
- *Make a decision.*

The application of the decision analysis to an evaluation process does not imply all phases. The essential phases regarding an evaluation problem that will be used in our proposal for the evaluation model are those ones dashed in a rectangle of the Fig. 3.

2.2 Linguistic Background

In order to manage unbalanced linguistic information in our proposal, we need some tools and concepts about linguistic information. Here, we review briefly the *Fuzzy Linguistic Approach*, the *2-tuple Linguistic representation model* and the *Linguistic Hierarchies*.

2.2.1 Fuzzy Linguistic Approach

Many aspects of different activities in the real world cannot be assessed in a quantitative form, but rather in a qualitative one, i.e., with vague or imprecise knowledge. In that case, a better approach may be the use of linguistic assessments instead of numerical values. The fuzzy linguistic approach represents qualitative aspects as linguistic values by means of linguistic variables [28].

We have to choose the appropriate linguistic descriptors for the term set and their semantics. In a linguistic approach an important parameter to determine is the "granularity of uncertainty", i.e., the cardinality of the linguistic term set used to express the information. One possibility of generating the linguistic term set consists of directly supplying the term set by considering all terms distributed on a scale on which a total order is defined [27]. For example, a set of seven terms S , could be:

$$\{s_0 : N, s_1 : VL, s_2 : L, s_3 : M, s_4 : H, s_5 : VH, s_6 : P\}$$

Usually, in these cases, it is required that in the linguistic term set there exist:

- (1) A negation operator: $\text{Neg}(s_i) = s_j$ such that $j = g-i$ ($g+1$ is the cardinality).
- (2) An order: $s_i \leq s_j \iff i \leq j$. Therefore, there exists a min and a max operator.

The semantics of the terms are given by fuzzy numbers defined in the $[0,1]$ interval, which are usually described by membership functions. In this paper, we shall use as semantics of the linguistic terms triangular membership functions whose representation is achieved by a 3-tuple (a, b, c) , where b indicate the point in which the membership value is 1, with a and c indicating the left and right limits of the definition domain of the membership function [5]. An example of uniformly linguistic term set may be:

$$\begin{aligned} P &= (.83, 1, 1) & VH &= (.67, .83, 1) & H &= (.5, .67, .83) & M &= (.33, .5, .67) \\ L &= (.17, .33, .5) & VL &= (0, .17, .33) & N &= (0, 0, .17). \end{aligned}$$

which is graphically shown in Figure 4.

2.2.2 2-tuple Linguistic Representation Model

The use of linguistic information implies processes of Computing with Words, in [16] was presented a linguistic representation model based on linguistic 2-tuples that carries out processes of CW in a

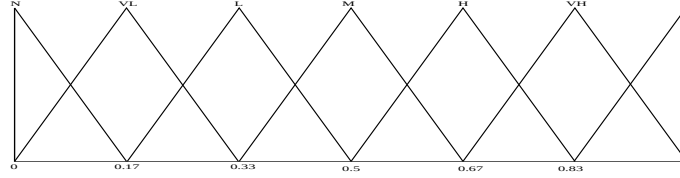


Fig. 4. A Set of 7 Terms with its Semantic

precise way when the linguistic term sets are symmetrical and uniformly distributed. This model is based on the concept of symbolic translation.

The 2-tuple fuzzy linguistic representation model represents the linguistic information by means of a 2-tuple, (s, α) , where s is a linguistic label and α is a numerical value that represents the value of the symbolic translation.

Definition 1.[16] *Let β be the result of an aggregation of the indices of a set of labels assessed in a linguistic term set S , i.e., the result of a symbolic aggregation operation. $\beta \in [0, g]$, being $g + 1$ the cardinality of S . Let $i = \text{round}(\beta)$ and $\alpha = \beta - i$ be two values, such that, $i \in [0, g]$ and $\alpha \in [-.5, .5)$ then α is called a Symbolic Translation.*

This linguistic representation model defines a set of functions to make transformations between linguistic 2-tuples and numerical values:

Definition 2.[16] *Let $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ be a linguistic term set and $\beta \in [0, g]$ a value supporting the result of a symbolic aggregation operation, then the 2-tuple that expresses the equivalent information to β is obtained with the following function:*

$$\Delta : [0, g] \longrightarrow S \times [-0.5, 0.5)$$

$$\Delta(\beta) = \begin{cases} s_i & i = \text{round}(\beta) \\ \alpha = \beta - i & \alpha \in [-.5, .5) \end{cases}$$

where round is the usual rounding operation, s_i has the closest index label to " β " and " α " is the value of the symbolic translation.

We note that Δ is bijective and $\Delta^{-1} : S \times [-.5, .5) \longrightarrow [0, g]$ is defined by $\Delta^{-1}(s_i, \alpha) = i + \alpha$. In this way, the 2-tuples of $S \times [-.5, .5)$ will be identified with the numerical values in the interval $[0, g]$

Remark 1: From definitions 1 and 2, it is obvious that the conversion of a linguistic term into a linguistic 2-tuple consist of adding a value 0 as symbolic translation:

$$s_i \in S \implies (s_i, 0).$$

The 2-tuple representation model has associated a computational model presented in detail in [16]

2.2.3 Linguistic Hierarchies

The hierarchical linguistic structure was used in [17] to improve the precision of the processes of CW in linguistic multi-granular contexts. We review it, because it is utilized to keep the precision

of the processes of CW dealing with unbalanced linguistic term sets.

A *linguistic hierarchy* is a set of levels, where each level is a linguistic term set with different granularity from the remaining of levels of the hierarchy. Each level belonging to a linguistic hierarchy is denoted as $\mathbf{l}(\mathbf{t}, \mathbf{n}(\mathbf{t}))$, being:

- (1) t , indicates the level of the hierarchy,
- (2) $n(t)$, the granularity of the linguistic term set of the level t .

It's assumed hierarchical levels containing linguistic terms whose membership functions are triangular-shaped, symmetrical and uniformly distributed in $[0, 1]$. In addition, the linguistic term sets have an odd number of elements. The levels belonging to a linguistic hierarchy are ordered according to their granularity. For any two consecutive levels t and $t + 1$, $n(t + 1) > n(t)$. This provides a linguistic refinement of the previous level.

From the above concepts, we define a linguistic hierarchy, LH , as the union of all levels t : $LH = \bigcup_t \mathbf{l}(t, \mathbf{n}(t))$

Given a LH , $S^{n(t)}$, denotes the linguistic term set of LH corresponding to the level t of LH with a granularity of uncertainty of $n(t)$: $S^{n(t)} = \{s_0^{n(t)}, \dots, s_{n(t)-1}^{n(t)}\}$

Generally, we can say that the linguistic term set of level $t + 1$ $S^{n(t+1)}$, is obtained from its predecessor, $S^{n(t)}$, as: $\mathbf{l}(t, \mathbf{n}(t)) \rightarrow \mathbf{l}(t + 1, 2 \cdot n(t) - 1)$

A graphical example of a linguistic hierarchy is showed in Fig. 5:

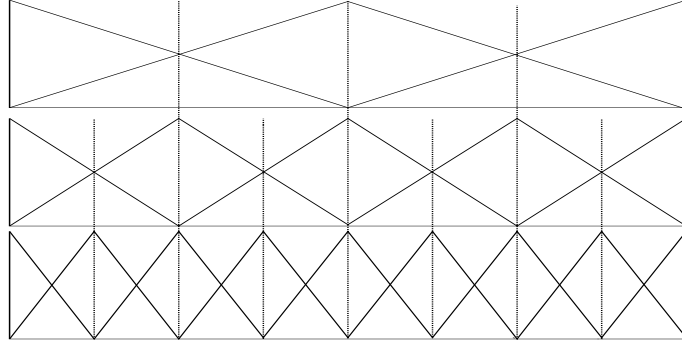


Fig. 5. : Linguistic Hierarchy of 3,5 and 9 labels.

In [17] was defined a transformation function, $TF_{t'}^t$ between labels from different levels to carry out processes of CW in multi-granular linguistic information contexts without loss of information, as follows:

$$TF_{t'}^t : \mathbf{l}(t, \mathbf{n}(t)) \longrightarrow \mathbf{l}(t', \mathbf{n}(t'))$$

$$TF_{t'}^t(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t') - 1)}{n(t) - 1}\right)$$

In [17] was proof that, $TF_{t'}^t$ is bijective, then the transformations between levels of a linguistic hierarchy are carried out without loss of information.

3 Unbalanced Linguistic Information

Most of problems, that models their information by using linguistic labels, assess their linguistic variables in linguistic term sets whose, terms are uniform and symmetrically distributed [7,8,21]. However, there exist many problems, such as olive oil sensory evaluation, in which it is more suitable to assess the assessments by means of linguistic term sets that are not uniform either symmetrically distributed. We call this type of term sets as, *unbalanced linguistic term sets* [14,26]. In some cases, the unbalanced linguistic information appears either due to the nature of the linguistic variables that participate in the problem, or in problems dealing with scales in which it is necessary to assess preferences with a finer granularity on a side of the scale than on the other one (see Fig. 2).

In [14] was presented in depth a methodology to deal with unbalanced linguistic information based on two elements:

- (1) An algorithm that obtains the semantics for an unbalanced term set, S , for Fig. 2a by using triangular membership functions, $LH(S)$ computed from a Linguistic Hierarchy, LH (see Fig. 6 and Table 1):

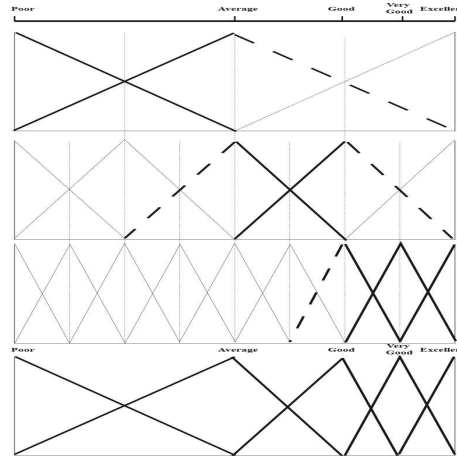


Fig. 6. Semantic representation of a unbalanced linguistic term set

Additionally the algorithm provides a boolean function, $Brid(S)$, that will be used in the processes of CW.

Table 1
 $LH(S)$ and $Brid(S)$

S	$LH(S)$	$Brid(S)$
$s_0 = Poor$	$s_{I(0)}^{G(0)} = s_0^3$	False
$s_1 = Average$	$s_{I(1)}^{G(1)} = s_1^3$	True
$s_2 = Good$	$s_{I(2)}^{G(2)} = s_3^5$	True
$s_3 = VeryGood$	$s_{I(3)}^{G(3)} = s_7^9$	False
$s_4 = Excellent$	$s_{I(4)}^{G(4)} = s_8^9$	False

- (2) A computational model to accomplish processes of CW with unbalanced linguistic information in a *precise way* based on the 2-tuple computational model and the transformation functions

of the Linguistic Hierarchies. Therefore, two unbalanced transformation functions were introduced to convert an unbalanced linguistic term $s_i \in S$ into a linguistic term in the LH, $s_k^{n(t)} \in LH = \bigcup_t l(t, n(t))$ using the 2-tuple computational model.

- (a) $\mathfrak{LH}$: It is a transformation function that associates with each unbalanced linguistic 2-tuple (s_i, α) , $s_i \in S$, its respective linguistic 2-tuple in LH $(s_k^{n(t)}, \alpha)$, $s_k^{n(t)} \in LH$.

$$\mathfrak{LH} : (S \times [0.5, -0.5]) \rightarrow (LH \times [0.5, -0.5]),$$

such that, $\forall (s_i, \alpha_i) \in (S \times [0.5, -0.5]) \implies \mathfrak{LH}(s_i, \alpha_i) = (s_{I(i)}^{G(i)}, \alpha_i)$.

- (b) $\mathfrak{LH}^{-1}$: Transformation function that associates with each linguistic 2-tuple expressed in LH its respective unbalanced linguistic 2-tuple in S .

$$\mathfrak{LH}^{-1} : (LH \times [0.5, -0.5]) \rightarrow (S \times [0.5, -0.5]),$$

being t a level of LH, then it was defined by cases see [14].

A further detailed description of the algorithm an computational model for unbalanced linguistic term sets can be found in [14].

The unbalanced linguistic computational model defines a comparison operator, a negation operator and a tool for aggregating unbalanced linguistic information. These operators use the transformation functions, $\mathfrak{LH}$ and $\mathfrak{LH}^{-1}$ and its operational scheme can be seen in Fig. 7. That will be used and explained in further detail in the following section.

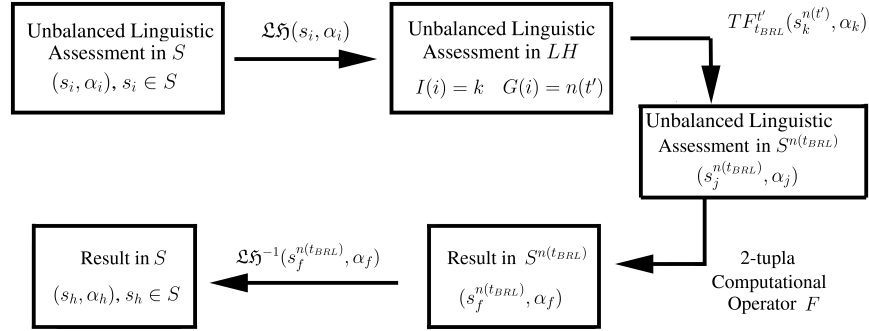


Fig. 7. Scheme of an aggregation operator of unbalanced linguistic information

4 Sensory Evaluation Model dealing with Unbalanced Linguistic Information

The aim of this paper is to present a Sensory Evaluation model based on the linguistic decision analysis [9] to deal with unbalanced linguistic information in order to obtain an evaluation framework where the experts can express their preferences in unbalanced linguistic term sets with different discrimination levels on both sides of the scale and the processes of CW can be carried out without loss of information. Such that, we can apply it to the olive oil sensory evaluation process.

The decision analysis scheme that will use our proposal for the sensory evaluation model consists of the following phases (graphically, Fig. 8) revised in section 2.1:

- *Identify Evaluated Objects.*
- *Evaluation Framework.*

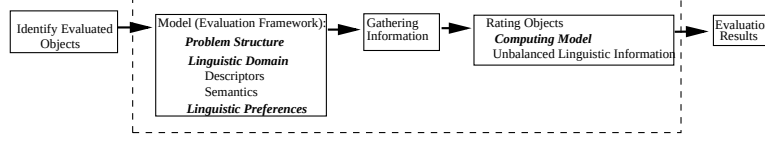


Fig. 8. Sensory Evaluation Scheme based on linguistic 2-tuple decision analysis

- *Gathering Information.*
- *Rating Objects.*
- *Evaluation Results.*

The following subsections present in detail the main phases of the above linguistic sensory evaluation model.

4.1 Evaluation Framework

In this phase it is defined the evaluation framework, such that, it is fixed the problem structure, the linguistic descriptors and semantics that will be used by the panel of experts to provide their assessments about the evaluated objects.

Due to the fact that, our interest is focused on sensory evaluation problems dealing with unbalanced linguistic information in which, the experts need a greater level of distinction in one side of the evaluation scale than in the other one. We propose an unbalanced linguistic evaluation framework based on a MEDM problem structure where, the experts can express their opinions by means of labels belonging to unbalanced linguistic term sets [14]. In such a case, all the experts provide their sensory subjective preferences using one unbalanced linguistic term set. Hence the evaluation framework will be as the following one:

$E = \{e_1, \dots, e_n\}$, a panel of experts.

$S = \{s_0, \dots, s_g\}$, unbalanced linguistic term set.

$X = \{x_1, \dots, x_m\}$ set of items to be evaluated sensorially.

$F = \{f_1, \dots, f_h\}$ set of sensory features that characterizes each evaluated item x_i

Once the unbalanced term set, S , has been fixed. Its semantics will be obtained applying the algorithm for representing the unbalanced labels (see Fig. 12). Furthermore, the algorithm provides information to manage the processes of CW.

This framework facilitates the modelling of unbalanced assessments in evaluation processes and the computing processes with such a type of information.

4.2 Gathering Information

Once the framework has been defined in order to evaluate the different items, the evaluation process must obtain the knowledge from the panel of experts. Given that, the framework has been fixed with a MEDM [17] problem structure, the experts will provide their knowledge by using utility

vectors that contain a linguistic assessment for each evaluated feature. Each expert, e_i provides his/her preferences in S by means of an utility vector:

$$U_i = \{u_{11}^i, \dots, u_{1h}^i, u_{21}^i, \dots, u_{2h}^i, \dots, u_{m1}^i, \dots, u_{mh}^i\}$$

where $u_{jk}^i \in S$ is the assessment provided to the feature f_k of the item x_j by the expert e_i .

Consequently, in the gathering process every expert e_i will provide his/her utility vector U_i expressed by linguistic labels in the unbalanced linguistic term set, S , fixed in the evaluation framework.

4.3 Rating Objects

The aim of the sensory evaluation process is to obtain information about the worth of an evaluated item. So, this phase of the evaluation model computes a global value for each item according to the information gathered. In order to operate with the unbalanced linguistic labels, this model will use the unbalanced linguistic computing model [14]. The linguistic preferences provided by the experts will be transformed into linguistic 2-tuples (by using the *Remark 1*: $u_{jk}^i \Rightarrow (u_{jk}^i, 0)$). Then, according to the computational scheme showed in the Fig. 7 these 2-tuples will be transformed into linguistic values in the LH by means of $\mathfrak{LH}$.

In fact, the semantics of the unbalanced term set, $LH(S)$, will belong to different levels of the LH, then we cannot operate directly with the information gathered. So we will conduct these labels into an unique level of the LH, called *Basic Representation Level* and noted as t_{BRL} which will support the computational processes of unbalanced linguistic assessments [17]. We choose t_{BRL} , as the level of LH used in the representation algorithm which has associated the highest granularity. The experts preferences, $(u_{jk}^i, \alpha) \in S \times [-0.5, 0.5)$, are transformed into linguistic 2-tuples in $S^{n(t_{BRL})}$ by means of $\mathfrak{LH}$ that uses the transformation function, $TF_{t_{BRL}}^t$. A graphical example of the whole unification process for an unbalanced linguistic label can be seen in Fig. 9.

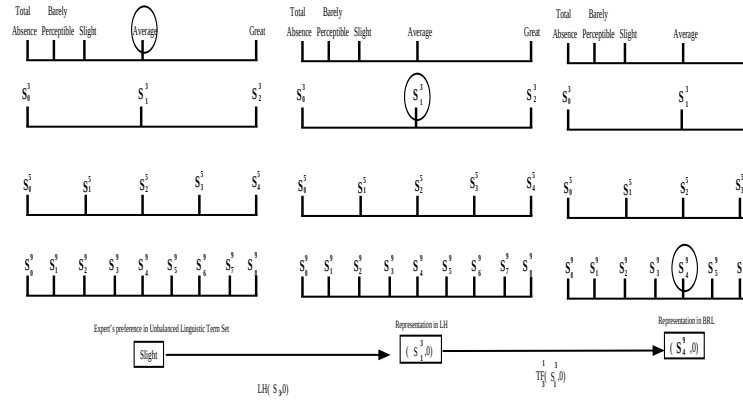


Fig. 9. Semantic representation of the sensory evaluation in LH

Once the information has been conducted into one expression domain, $S^{n(t_{BRL})}$, it is applied a two-step aggregation process to compute a global evaluation for the evaluated item:

- (1) *Computing collective evaluations for each feature*: first, the rating process will compute a collective linguistic 2-tuple, (u_{jk}, α) , for each feature, f_k , of the object x_j , using an aggregation operator, $AGOP_1$, on the assessments provided by the experts represented in t_{BRL} :

Table 2
Attributes of Olive Oil

Negative Attributes	Positive Attributes
Fusty	Fruity
Musty-Humid	
Muddy sediment	
Wine-Vinegary	
Metallic	
Rancid	

$$(u_{jk}, \alpha) = AGOP_1((u_{jk}^1, \alpha_1), \dots, (u_{jk}^n, \alpha_n)), u_{jk} \in S^{n(t_{BRL})}$$

- (2) *Computing a collective evaluation for each object*: the final aim of the rating process is to obtain a global evaluation, (u_j, α) , for each evaluated object, x_j , according to all the experts and all features that take part in the sensory evaluation process. To do so, this process will aggregate the collective linguistic 2-tuples for each object by using an aggregation operator, $AGOP_2$:

$$(u_j, \alpha) = AGOP_2((u_{j1}, \alpha_1), \dots, (u_{jh}, \alpha_h)), u_j \in S^{t_{BRL}}$$

The aggregation operators, $AGOP_1$ and $AGOP_2$, could be the same or different ones depending on each sensory evaluation problem.

The aggregation results, will be obtained in $S^{n(t_{BRL})}$ and our model aim is to express them in the initial expression domain, i.e., the unbalanced linguistic term set S . To do so, the model will apply the transformation function $TF_t^{t_{BRL}}$ in $\mathcal{LS}^{-1}$ to the results, (u_j, α) , obtained by $AGOP_2$.

5 Olive Oil Sensory Evaluation

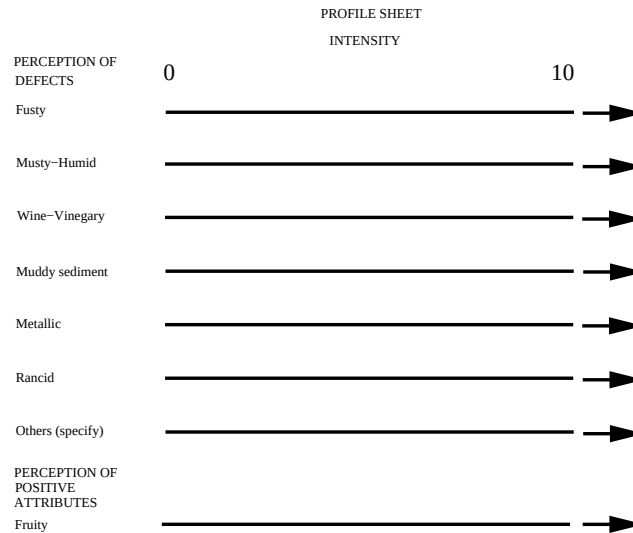
The virgin olive oil is distinguished of the rest of vegetal oils, because, its special organoleptical properties of color, scent and flavor. The evaluation of their organoleptical properties of scent and flavor are determined by means of the application of the sensorial analysis. The sensory evaluation is used as measure of quality of the oil and identifies their different categories (virgin extra, virgin, ordinary virgin or lampante) ¹.

Currently, the classification of virgin olive oil samples is made according to the intensity of the defects and positive attributes (see Table 2) by a group of experts selected and trained as a panel, other attributes can be used for other categorizations but, they are not used in this classification. The experts fill out the profile sheet, showed in Fig. 10, with quantitative values according to the intensity of their perceptions about each of the negative and positive attributes.

According to the intensity of the defects and positive attributes of the olive oil, it will be classified as:

- (1) In the *extra virgin* grade when the median of the defects is equal to 0 and the median of the

¹ URL: <http://www.internationaloliveoil.org/downloads/orga6.pdf>



fruity attribute is more than 0.

- (2) In the *virgin* grade when the median of the defects is more than 0 and less than or equal to 2.5 and the median of the fruity attribute is more than 0.
- (3) In the *ordinary virgin* grade when the median of the defects is more than 2.5 and less than or equal to 6.0 or when the median of the defects is less than or equal to 2.5 and the median of the fruity attribute is equal to 0.
- (4) In the *lampante virgin* grade when the median of the defects is more than 6.0.

Therefore, in the numerical scale and as we shall show later in the linguistic one too, we can point out that the classifier needs a finer granularity in the left side of the scale because the classification constraints (1)-(4) focus on those values in order to classify the olive oil samples.

Our aim is to define a proper qualitative framework for the olive oil sensory evaluation, taking into account that, the evaluated properties (see Table 2) are better adapted to an unbalanced scale with a finer granularity in the left side. We shall propose an unbalanced linguistic framework for this evaluation process and apply the model proposed in section 4, to classify olive oil samples in such an evaluation framework.

5.1 Unbalanced Linguistic Evaluation Framework

First, we have to define the framework based on unbalanced linguistic information to evaluate olive oil samples. After a survey with different connoisseurs, the scale utilized to assess in a qualitative way the intensity of attributes are modelled by a unbalanced linguistic term set with five labels with the following syntax and distribution (see Fig. 11):

$$S = \{Total\ Absence, Barely\ Perceptible, Slight, Average, Great\}$$

In order to understand easily so the framework as the remaining phases of the model. Let's suppose an Olive Oil Tasting Panel of eight connoisseurs $E = \{e_1, ..., e_8\}$ will evaluate the intensity of the

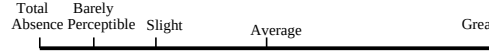


Fig. 11. Semantic representation of the sensory evaluation in LH

negative attributes: *Fusty*, *Musty-Humid*, *Muddy sediment*, *Wine-Vinegary*, *Metallic*, *Rancid* and the positive one *Fruity*. These attributes will be noted as, $F = \{f_1, \dots, f_7\}$, set of sensorial attributes for a sample of Olive Oil.

Applying the representation algorithm of unbalanced linguistic information to model the unbalanced term S using the LH showed in Fig.5. The algorithm provides the semantic representation showed in Fig.12 and the $LH(S)$ and $Brid(S)$, which are given in Table 3.

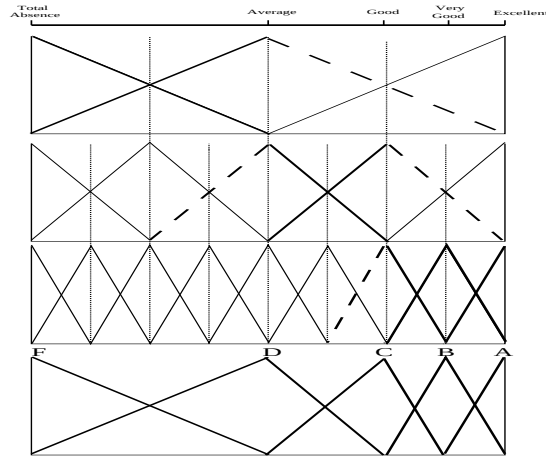


Fig. 12. Semantic representation of the sensory evaluation in LH

The semantics and syntax of the linguistic term set used in the evaluation process are:

$$s_0 = \text{Total Absence} = (0, 0, .125), \quad s_1 = \text{Barely Perceptible} = (0, .125, .25)$$

$$s_2 = \text{Slight} = (.125, .25, .5), \quad s_3 = \text{Average} = (.25, .5, 1), \quad s_4 = \text{Great} = (.5, 1, 1)$$

Table 3

$LH(S)$ and $Brid(S)$

S	$LH(S)$	$Brid(S)$
$s_0 = \text{Total Absence (TA)}$	$s_{I(0)}^{G(0)} = s_0^9$	False
$s_1 = \text{Barely Perceptible (BP)}$	$s_{I(1)}^{G(1)} = s_1^9$	False
$s_2 = \text{Slight (S)}$	$s_{I(2)}^{G(2)} = s_1^5$	True
$s_3 = \text{Average (A)}$	$s_{I(3)}^{G(3)} = s_1^3$	True
$s_4 = \text{Great (G)}$	$s_{I(4)}^{G(4)} = s_2^3$	False

5.2 Gathering Information

In our qualitative framework, the experts of the Tasting Panel provide their knowledge about the attributes of the Table 2, by using the profile sheet in the Fig.13. The preferences provided by the experts are showed in Table 4:

		PROFILE SHEET				
		INTENSITY				
PERCEPTION OF DEFECTS		Total Absence	Barely Perceptible	Slight	Average	Great
Fusty						
Musty-Humid						
Wine-Vinegary						
Muddy sediment						
Metallic						
Rancid						
Others (specify)						
PERCEPTION OF POSITIVE ATTRIBUTES						
Fruity						

Fig. 13. Profile sheet

Table 4
Olive Oil Tasting Panel's utility vectors for the attributes

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
e_1	TA	TA	TA	TA	TA	TA	A
e_2	TA	TA	TA	TA	TA	TA	S
e_3	TA	TA	TA	TA	TA	TA	S
e_4	TA	TA	TA	TA	TA	TA	S
e_5	TA	TA	TA	TA	TA	TA	S
e_6	TA	TA	TA	TA	TA	TA	A
e_7	TA	TA	TA	TA	TA	TA	G
e_8	TA	TA	TA	TA	TA	TA	G

Due to the fact that, we are dealing with an unbalanced linguistic framework the experts preferences will be transformed into 2-tuple representation model using the symbolic representation s_i instead of its syntax to manage easily this information, the results of this transformation is showed in Table 5

5.3 Rating Objects

The classification of olive oil samples is carried out according to the intensity of the defects and the fruity. To do so and according to the model proposed, it is computed a collective value from the evaluated features. In our case the negative features and the fruity feature. In the quantitative model this collective value is computed used the median operator, so in our proposal we shall

Table 5

Olive Oil Tasting Panel's utility vectors for the feature the 2-tuple representation model

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
e_1	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_3, 0)$
e_2	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_2, 0)$
e_3	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_2, 0)$
e_4	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_2, 0)$
e_5	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_2, 0)$
e_6	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_3, 0)$
e_7	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_4, 0)$
e_8	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_4, 0)$

extend the median operator to deal with linguistic 2-tuples that is defined as follows:

Definition 3. Let $X = \{(s_j, \alpha)_1, \dots, (s_j, \alpha)_n\}$, $s_j \in S = \{s_0, \dots, s_g\}$ be an ordered set of 2-tuples and $(s_j, \alpha)_k$ is the k -th largest of the elements in X , the 2-tuple median operator $Med(X)$ is computed as,

$$Med(X) = \begin{cases} Med(X) = (s_j, \alpha)_{\frac{n+1}{2}} & \text{if } n \text{ is odd} \\ Med(X) = (s_j, \alpha)_{\frac{n}{2}} & \text{if } n \text{ is even} \end{cases}$$

When n is even the value of the median is not unique, $Med(X) \in [(s_j, \alpha)_{\frac{n}{2}}, (s_j, \alpha)_{\frac{n+1}{2}}]$. More generally:

$$Med(X) = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_j, \alpha)_{\frac{n}{2}} + \Delta^{-1}(s_j, \alpha)_{\frac{n+1}{2}}}{2}\right)$$

Then, the rating process for this problem consists of two aggregation steps:

- (1) *Computing collective evaluations for each feature:* We use the aggregation operator for 2-tuples Λ^F , being $F = Med(X)$ i.e., the median for 2-tuples defined above. In Table 6 we show the collective values obtained by the median.

Table 6

Collective values for each feature

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
$\Lambda^F(f_i)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_0, 0)$	$(s_3, 0)$

An example of the computation of the median for the attribute positive fruity, f_7 , is:

$$\begin{aligned} (s_3, 0) &= \Lambda^F[(s_3, 0), (s_2, 0), (s_2, 0), (s_2, 0), (s_2, 0), (s_3, 0), (s_4, 0), (s_4, 0)] = \\ &= \mathfrak{LH}^{-1}[\Lambda^F(TF_{t_{BRL}}^{t'}(\mathfrak{LH}(s_3, 0)), TF_{t_{BRL}}^{t'}(\mathfrak{LH}(s_2, 0)), TF_{t_{BRL}}^{t'}(\mathfrak{LH}(s_2, 0)), \\ &TF_{t_{BRL}}^{t'}(\mathfrak{LH}(s_2, 0)), TF_{t_{BRL}}^{t'}(\mathfrak{LH}(s_2, 0)), TF_{t_{BRL}}^{t'}(\mathfrak{LH}(s_3, 0)), TF_{t_{BRL}}^{t'}(\mathfrak{LH}(s_4, 0)), \\ &TF_{t_{BRL}}^{t'}(\mathfrak{LH}(s_4, 0)))] \end{aligned}$$

Being $t_{BRL} = \max\{3, 2, 1, 1\} = 3$ and,

$$\mathfrak{LH}(s_3, 0) = s_1^{n(1)} = s_1^3,$$

$$\mathfrak{LH}(s_2, 0) = s_1^{n(2)} = s_1^5,$$

$\mathfrak{LH}(s_4, 0) = s_2^{n(2)} = s_2^5$,
then,

$$\begin{aligned} & \Lambda^F[(s_3, 0), (s_2, 0), (s_2, 0), (s_2, 0), (s_2, 0), (s_3, 0), (s_4, 0), (s_4, 0)] = \\ & \mathfrak{LH}^{-1}[\Lambda^F((TF_3^1((s_1^3, 0)), TF_3^2((s_1^5, 0)), TF_3^2((s_1^5, 0)), TF_3^2((s_1^5, 0)), \\ & TF_3^2((s_1^5, 0)), TF_3^1((s_1^3, 0)), TF_3^2((s_2^5, 0)), TF_3^2((s_2^5, 0)))))] = \\ & \mathfrak{LH}^{-1}[\Lambda^F((s_4^9, 0), (s_2^9, 0), (s_2^9, 0), (s_2^9, 0), (s_2^9, 0), (s_4^9, 0), (s_8^9, 0), (s_8^9, 0))] = \\ & \mathfrak{LH}^{-1}(s_3^9, 0) = (s_3, 0) \end{aligned}$$

- (2) *Computing a collective evaluation for each object:* in the olive oil sensory evaluation this process obtains two different values. One for the negative features, noted as d , and another one noted as p for the fruity attribute. Those values are computed as:

$$d = \max(g_1, \dots, g_n),$$

being $g_i = \Lambda^F(f_i)$, the median for the negative features $f_i, i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. And

$$p = \Lambda^F(f_7),$$

the median for the fruity feature. From these values the olive oil sample will be classified according to the classifier, $cl(x, y)$, that used the values d and p as follows:

$$cl(d, p) = \begin{cases} \text{extra virgin} & d = (s_0, 0) \text{ and } p > (s_0, 0) \\ \text{virgin} & (d > (s_0, 0) \text{ and } d \leq (s_2, 0)) \text{ and } p > (s_0, 0) \\ \text{ordinary virgin} & (s_2, 0) < d \leq (s_3, 0.1) \text{ or } d \leq (s_2, 0) \text{ and } p = (s_0, 0) \\ \text{lampante virgin} & d > (s_3, 0.1) \end{cases}$$

In our example:

$$d = (s_0, 0) = \max\{(s_0, 0), (s_0, 0), (s_0, 0), (s_0, 0), (s_0, 0), (s_0, 0)\},$$

and $p = (s_3, 0)$ then

$$cl((s_0, 0), (s_3, 0)) \Rightarrow \text{extra virgin}.$$

The classification for the sample of olive oil is *extra virgin*.

6 Concluding Remarks

The sensory evaluation is a process in which the information provided by the experts involves uncertainty because it is acquired via human senses. Therefore, the use of linguistic information to model its variables can provide a suitable framework to deal with such uncertainty. Usually in such a case, uniform and symmetrically distributed term sets are used to assess the linguistic variables. However, we can find sensory evaluation problems in which the experts need a greater level of distinction in one side of the evaluation scale than in the other one. In this paper, we have presented a sensory evaluation model that offers an unbalanced linguistic evaluation framework to the experts in order to model linguistic scales for the evaluation process that are not symmetrical either uniformly distributed. And it provides an evaluation model that is able to deal with this type of information without loss of information.

Acknowledgements

This paper has been partially supported by the research project TIN2006-02121 and FEDER Funds.

References

- [1] J. Antes, L. Campen, U. Derigs, C. Titze, and G.D. Wolle. A model-based decision support system for the evaluation of flight schedules for cargo airlines. *Decision Support Systems*, 22(4):307–323, 1998.
 - [2] B. Arfi. Fuzzy decision making in politics: A linguistic fuzzy-set approach (lfsa). *Political Analysis*, 13(1):23–56, 2005.
 - [3] K.J. Arrow. *Social Choice and Individual Values*. Yale University Press, New Haven CT, 1963.
 - [4] D. Ben-Arieh and C. Zhifeng. Linguistic labels aggregation and consensus measure for autocratic decision-making using group recommendations. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A - Systems and Humans*, page In Press, 2006.
 - [5] P.P. Bonissone and K.S. Decker. *Selecting Uncertainty Calculi and Granularity: An Experiment in Trading-Off Precision and Complexity*. In L.H. Kanal and J.F. Lemmer, Editors., *Uncertainty in Artificial Intelligence*. North-Holland, 1986.
 - [6] D. Bouyssou, T. Marchant, M. Pirlot, P. Perny, and A. Tsoukia's. *Evaluation and Decision Models: A critical perspective*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
 - [7] C.T. Chen. Applying linguistic decision-making method to deal with service quality evaluation problems. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(Suppl.):103–114, 2001.
 - [8] C.H. Cheng and Y. Lin. Evaluating the best main battle tank using fuzzy decision theory with linguistic criteria evaluation. *European Journal of Operational Research*, 142:174–186, 2002.
 - [9] R.T. Clemen. *Making Hard Decisions. An Introduction to Decision Analysis*. Duxbury Press, 1995.
 - [10] G. Devedzic. Linguistic and choquet integral based evaluation in process planning. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(Suppl.):115–127, 2001.
 - [11] G.B. Devedzic and E. Pap. Multicriteria-multistages linguistic evaluation and ranking of machine tools. *Fuzzy Sets and Systems*, 102:451–461, 1999.
 - [12] G.B. Dijksterhuis. *Multivariate Data Analysis in Sensory and Consumer Science, Food and Nutrition*. Press Inc. Trumbull, Connecticut, USA, 1997.
 - [13] F. Herrera and E. Herrera-Viedma. Linguistic decision analysis: Steps for solving decision problems under linguistic information. *Fuzzy Sets and Systems*, 115:67–82, 2000.
 - [14] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and L. Martínez. A fuzzy linguistic methodology to deal with unbalanced linguistic term sets. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, page In press, 2007.
 - [15] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, L. Martínez, F. Mata, and P.J. Sanchez. *A Multi-Granular Linguistic Decision Model for Evaluating the Quality of Network Services*. *Intelligent Sensory Evaluation: Methodologies and Applications*. Springer, Ruan Da, Zeng Xianyi (Eds.), 2004.
 - [16] F. Herrera and L. Martínez. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(6):746–752, 2000.
-

-
- [17] F. Herrera and L. Martínez. A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multigranularity hierarchical linguistic contexts in multiexpert decision-making. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Part B: Cybernetics*, 31(2):227–234, 2001.
 - [18] V.N. Huynh and Y. Nakamori. A satisfactory-oriented approach to multiexpert decision-making with linguistic assessments. *IEEE Transactions On Systems Man And Cybernetics Part B-Cybernetics*, 35(2):184–196, 2005.
 - [19] A. Jiménez, S. Ríos-Insua, and A. Mateos. A decision support system for multiattribute utility evaluation based on imprecise assignments. *Decision Support Systems*, 36(1):65–79, 2003.
 - [20] A.C. Marquez and C. Blanchar. A decision support system for evaluating operations investments in high-technology business. *Decision Support Systems*, 41(2):472–487, 2006.
 - [21] L. Martínez. Sensory evaluation based on linguistic decision analysis. *International Journal of Approximated Reasoning*, 44 Num 2:148–164, 2007.
 - [22] L. Martínez, J. Liu, and J.B. Yang. A fuzzy model for design evaluation based on multiple-criteria analysis in engineering systems. *International Journal of Uncertainty , Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 14(3):317–336, 2006.
 - [23] S.A. Orlovsky. Decision-making with a fuzzy preference relation. *Fuzzy Sets Systems*, 1:155–167, 1978.
 - [24] D. Ruan and X. Zeng (Eds.). *Sensory Evaluation: Methodologies and Applications*. Springer, 2004.
 - [25] H. Stone and J.L. Sidel. *Sensory Evaluation Practice*. Academic Press Inc., San Diego, CA, 1993.
 - [26] V. Torra. Aggregation of linguistic labels when semantics is based on antonyms. *International Journal of Intelligent Systems*, 16:513–524, 2001.
 - [27] R.R. Yager. An approach to ordinal decision making. *International Journal of Approximate Reasoning*, 12:237–261, 1995.
 - [28] L.A. Zadeh. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. *Information Sciences, Part I, II, III*, 8,8,9:199–249,301–357,43–80, 1975.
-

A.6. Software Prototype

Finally, we have developed a *prototype software* that implements the models of sensory evaluation developed in this research memory, this software is a tool to support and help the experts in the process of sensory evaluation.



Figura A.3: Principal page to register in the system

We will present in detail every functionality of the prototype software *MESEL*. We will focus the presentation according to the type of user registered in the system:

- The administrator.
- The expert.

We are going to detail different options that each user will have in *MESEL*.

A.6.1. Functionality Manager

Figure A.4 shows the functionality for the user administrator.

In the main menu appears the options available for the administrator that are detailed below.



Figura A.4: Administrator's menu

1. **To Create Expert.** The administrator can create a new expert, the administrator will have to fill the form showed in Figure A.5.

The screenshot shows the 'Evaluación Sensorial' web application interface with the 'Añadir Nuevo Evaluador' form. The sidebar menu is visible on the left. The main content area has a header with the application title and a user login 'Usuario: admin (Salir)'. Below the header, the title 'Añadir Nuevo Evaluador' is highlighted. The text 'Debe rellenar el siguiente formulario para crear evaluadores' is followed by a form with the following fields: 'Identificador' (value: 'robles'), 'Contraseña' (masked with dots), 'Repetir Contraseña' (masked with dots), 'Nombre' (value: 'Javier'), 'Apellidos' (value: 'Robles Sánchez'), 'Dirección' (empty), 'Localidad' (empty), 'Provincia' (empty), 'Teléfono' (empty), 'e-mail' (empty), and 'Foto' (empty). There is an 'Examinar...' button next to the 'Foto' field with the text '(tamaño máximo 2MB)'. At the bottom of the form is a 'Guardar' button. A note at the bottom right says '(*) campos obligatorios'.

Figura A.5: Form to create an expert

2. **To Modify Expert.** The administrator will be able to consult and eliminate the experts' list. In addition, the administrator will be able to eliminate of the database any expert (see Figure A.6).

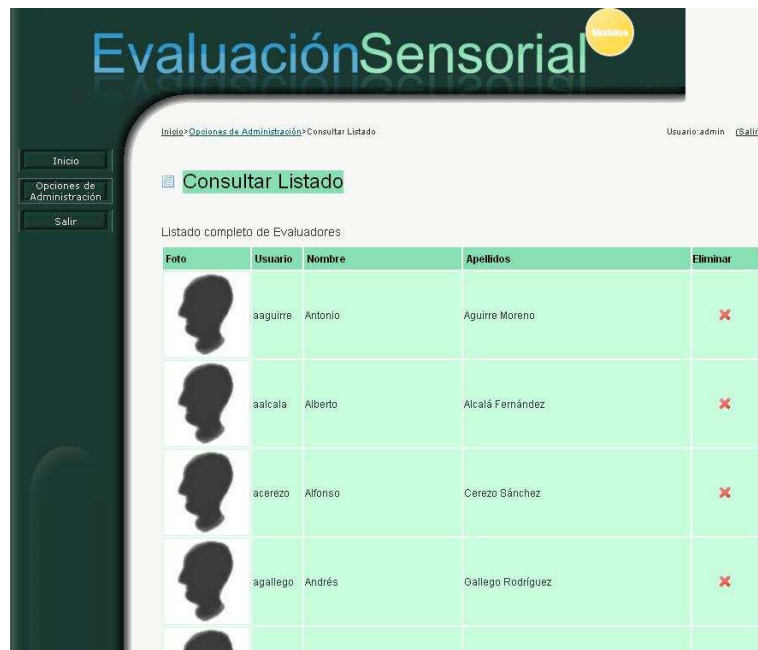


Figura A.6: List of experts

3. **To Create a Product.** The administrator can add a new product by filling the form showed in Figure A.7.

The screenshot shows the 'Evaluación Sensorial' web application interface for adding a new product. The breadcrumb trail is 'Inicio > Opciones de Administración > Añadir Nuevo Producto'. The page title is 'Añadir Nuevo Producto'. Below it, the text 'Debe rellenar el siguiente formulario para crear un producto' is followed by a form.

The form contains the following fields:

- Nombre:** A text input field containing 'Aceite Kyoipe'.
- Descripción:** A text area containing 'Aceite elaborado con aceitunas recolectadas a mano y seleccionadas por expertos entre las mejores variedades de aceitunas...'.
- Tipo de escala:** A dropdown menu with options 'No balanceada', 'Múltiples escalas', and 'No balanceada'.
- Nº de atributos:** A dropdown menu with the value '8'.

At the bottom of the form is a 'Guardar' button. A note at the bottom right indicates '(*) campos obligatorios'.

Figura A.7: Form to create products

A graphical example to add a product (a sample of olive oil) is showed in the Figure A.7.

4. **To Associate Attributes.** As soon as the product has been created, the administrator must create the sensory attributes associated with the product. Figure A.8 shows the attributes associated with the sample of olive oil defined previously.

Evaluación Sensorial

Inicio
Opciones de Administración
Salir

Inicio > Opciones de Administración > Añadir Nuevo Producto Usuario: admin (Salir)

Añadir Atributos a Producto

Debe rellenar el siguiente formulario para crear un producto

Nombre: Aceite Kyoipe
Descripción: Aceite elaborado con aceitunas recolectadas a mano y seleccionadas por expertos entre las mejores variedades de aceitunas.

Tipo de escala: No balanceada **Nº de atributos:** 8

Nº	Nombre de Atributo	Escala
1	Atrojado	No balanceada
2	Moho	No balanceada
3	Avinado	No balanceada
4	Borrás	No balanceada
5	Metálico	No balanceada
6	Rancio	No balanceada
7	Otros	No balanceada
8	Frutado	No balanceada

Guardar

Figura A.8: Form to link attributes

5. **To Modify Products.** The administrator can see the list of products available in the database and its attributes (see Figure A.9).
6. **To Create Evaluation.** The administrator can create an evaluation process for a product by associating a group of evaluators and fixing the name of the evaluation process and its date (see Figure A.10).



Figura A.9: Product List

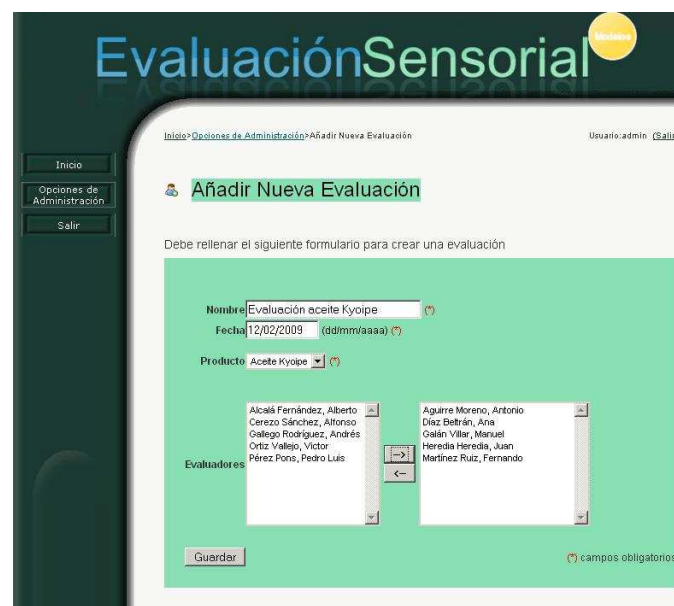


Figura A.10: Form to create evaluation

7. **To Consult Evaluations.** The administrator can consult all the evaluations and the assessment associated to the evaluated product (see Figure A.11).
8. **To Obtain Results.** When all the experts have provided their assessment for a

Código	Nombre	Producto	Fecha	Eliminar	Resultado
25	Evaluación de Aceite Kyoipe	Aceite Kyoipe	14/02/2009	X	

Figura A.11: List evaluations

product, the administrator will be able to consult the result. Figure A.12 shows the result of the sensory evaluation of a sample of olive oil.

Código	Producto	Nombre
25	Aceite Kyoipe	Evaluación de Aceite Kyoipe

Atributo	Intensidad	Categoría
Negativo con mayor intensidad	Moho (Suave, 0)	Virgen
Positivo	Frutado (Ligero, 5)	

Figura A.12: Result of a process of sensory evaluation

Each sensory evaluation process chooses the set of necessary aggregation operators to obtain the global valuation of a product. So far, our software prototype has implemented the following aggregation operators:

- The 2-tuple mean operator

- The 2-tuple median operator
- Operator of aggregation for the classification of the olive oil (See Section A.5).

A.6.2. Functionality Expert

Figure A.13 shows the functionality for the user expert.



Figura A.13: Expert's menu

When an expert logs in the system, he can see his evaluations and can modify his personal information. We are going to detail each of these options.

1. **To Fill an Evaluation Form.** If the expert selects an evaluation, he has to complete its associated form. An example of form is showed in the Figure A.14.
2. **To Update Personal Data.** The expert can update his/her personal data.

This software is still under construction and one of our future works will consist of its development.

The screenshot shows the 'Evaluación Sensorial' web application interface. The title 'Evaluación Sensorial' is at the top. A sidebar on the left contains buttons for 'Inicio', 'Opciones de Usuario', and 'Salir'. The main content area is titled 'Complete la Hoja de Perfil' and includes a breadcrumb trail: 'Inicio > Opciones de Usuario > Complete la Hoja de Perfil'. The user is logged in as 'Usuario: aalbin'. The form is for evaluating 'Aceite Kyolpe' and is filled out by 'Evaluador: Albín Rodríguez, Antonio'. The form contains two sections for attribute perception: 'Percepción de los atributos negativos' and 'Percepción del atributo positivo'. Each section has a table with columns for 'Nombre', 'Inapreciable', 'Suave', 'Ligero', 'Moderado', and 'Fuerte'. The 'Percepción de los atributos negativos' section lists attributes: Atrojado, Moho, Avinado, Borrás, Metálico, Rancio, and Otros. The 'Percepción del atributo positivo' section lists the attribute: Frutado. A 'Guardar' button is at the bottom of the form.

Figura A.14: To fill an evaluation form

The screenshot shows the 'Evaluación Sensorial' web application interface for updating personal data. The title 'Evaluación Sensorial' is at the top. A sidebar on the left contains buttons for 'Inicio', 'Opciones de Usuario', and 'Salir'. The main content area is titled 'Modificar los Datos Personales' and includes a breadcrumb trail: 'Inicio > Opciones de Usuario > Modificar Datos Personales'. The user is logged in as 'Usuario: pperez'. The form contains fields for 'Identificador: pperez', 'Nombre: Pedro Luis', 'Apellidos: Pérez Pons', 'Dirección', 'Localidad', 'Provincia', 'Teléfono', 'e-mail', 'Foto', and 'Examinar... (tamaño máximo 2MB)'. There is also a section for 'Cambio de Contraseña' with fields for 'Contraseña Actual', 'Nueva Contraseña', and 'Repetir Nueva Contraseña'. A 'Guardar' button is at the bottom of the form. A note at the bottom right indicates '(*) campos obligatorios'.

Figura A.15: Page of update personal data

A.7. Conclusions and Future Works

Finally, we will review our main proposals and results obtained in our research memory. Eventually, we will review our future works according to our findings.

A.7.1. Conclusions

The use of the scheme for decision analysis has produced successful results in evaluation. Our research is focused on sensory evaluation, therefore the use of the decision analysis has produced good results. Due to the fact that, sensory evaluation deals with information received through human senses that implies subjectivity and uncertainty (no-probabilistic uncertainty). The use of the fuzzy logic and the fuzzy linguistic approach are suitable tools to manage such uncertainty. Therefore, we have applied the fuzzy linguistic approach to sensory evaluation problems defined in frameworks with multiple linguistic scales and unbalanced linguistic scales.

Regarding the sensory evaluation problems defined in frameworks with multiple linguistic scales, we have proposed a new approach to deal with multiple linguistic scales, called Extended Linguistic Hierarchies, and then we have applied it to develop a sensory evaluation model able to deal with such a framework in a symbolic and precise way.

Afterwards, we have presented a new sensory evaluation model to deal with frameworks dealing with unbalanced linguistic scales, this model as well as the previous one deals with such unbalanced linguistic information in a symbolic and precise way.

Finally, we have implemented a software prototype that includes the proposed models to support the development of sensory evaluation process.

A.7.2. Future Works

Taking into account the previous results, our future works and research will focus on the following aims:

- To validate the sensory evaluation models in different processes in collaboration with companies.
- To make a comparative survey between the current models of sensory evaluation and the proposed models to look for possible improvements.
- To keep implementing the software prototype to obtain a final software with the models presented in this memory. In order to be used in different processes of sensory evaluation.
- To generalize the implemented software, assuming another type of Web technologies that facilitate the evaluation process, for example, the Internet Mobile technology (pdas, mobiles, etc.).
- To improve the approach to deal unbalanced linguistic information in order to manage different unbalanced linguistic scales.

The aims established in this research have been achieved by means of our proposals

A.7.3. Publications Related to this Thesis

To conclude we want to mention that the main contributions of this research have been published in different international journals and international and national conferences.

- Papers in International Journals:
-

- L. Martínez, M. Espinilla and L. G. Pérez. A Linguistic Multigranular Sensory Evaluation Model for Olive Oil. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 1(2):148-158, 2008.
 - L. Martínez, M. Espinilla, J. Liu, L.G. Pérez and P.J. Sánchez. An Evaluation Model with Unbalanced Linguistic Information: Applied to Olive Oil Sensory Evaluation. *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing*. Accepted.
 - L. Martínez, M. Espinilla and J. Liu. An Extended Hierarchical Linguistic Model for Sensory Evaluation. *Computational Intelligence: An International Journal*. Submitted.
- Lecture Notes in Computer Science:
- L. Martínez, L.G. Pérez, J. Liu and M. Espinilla. A Fuzzy Model for Olive Oil Sensory Evaluation. In *Proceedings Foundations of Fuzzy Logic and Soft Computing (Lecture Notes in Computer Science)*, pages 615-624, Cancún (Mexico), 2007.
- Papers in International Conferences:
- L. Martínez, M. Espinilla and L. G. Pérez. Linguistic Sensory Evaluation Model in Multigranular Linguistic Contexts. In *Proceedings of the 10th Joint Conference(12th International Conference on Fuzzy Theory and Technology)*, pages 1130-1139, Salt Lake City (USA), 2007.
 - L. Martínez, M. Espinilla and L. G. Pérez. Sensory Evaluation Model with Unbalanced Linguistic Information. In *International Conference on Intelligent Systems and Knowledge Engineering*, Chengdu (China), 2007.
-

- L. Martínez, M. Espinilla and J. Liu. Extended Linguistic Hierarchies. In *International Conference on Intelligent System and Knowledge Engineering*, Xiamen (China), 2008.
 - L. Martínez, M. Espinilla, L.G. Pérez and J. Liu. Extended Linguistic Hierarchies for dealing with Multi-granular Contexts in Decision Making. In *8th International FLINS Conference on Applied Artificial Intelligence*, Madrid (España), 2008.
 - Papers in National Conferences:
 - L. Martínez, M. Espinilla, L.G. Pérez and A. Salguero. Un Modelo Lingüístico Multi-granular para la Evaluación Sensorial del Aceite de Oliva. In *Actas del II Congreso Español de Informática (CEDI 2007). II Simposio sobre Lógica Fuzzy y Soft Computing (LFSC 2007)*, Zaragoza (España), 2007.
 - L. Martínez, M. Espinilla, L.G. Pérez and J. Liu. Modelo de Evaluación Sensorial con Información Lingüística Multigranular para el Aceite de Oliva. In *Congreso español sobre tecnologías y lógica fuzzy*, Mieres (España), 2008.
-

Bibliografía

- [1] G.I. Adamopoulos and C.P. Pappis. A fuzzy linguistic approach to a multicriteria sequencing problem. *European Journal of Operational Research*, 92(3):628–636, 1996.
- [2] J. Antes, L. Campen, U. Derigs, C Titze, and G.D. Wolle. A model-based decision support system for the evaluation of flight schedules for cargo airlines. *Decision Support Systems*, 22(4):307–323, 1998.
- [3] A. Anzaldúa-Morales. *La evaluación sensorial de los alimentos en la teoría y la práctica*. Acribia, Zaragoza. España, 1994.
- [4] A. Anzaldúa-Morales and J.G. Brennan. La medición de la textura de frutas y verduras i. frutas y verduras frescas. *Tecnología de los alimentos*, 19(2):22–30, 1984.
- [5] A. Anzaldúa-Morales and J.G. Brennan. La medición de la textura de frutas y verduras ii. frutas y verduras frescas. *Tecnología de los alimentos*, 19(2):30–38, 1984.
- [6] B. Arfi. Fuzzy decision making in politics: a linguistic fuzzy-set approach (LFSA). *Political Analysis*, 13(1):23–56, 2005.

- [7] K.J. Arrow. *Social choice and individual values*. Yale University Press, New Haven, 1963.
 - [8] K. Atanassov and G. Gargov. Interval valued intuitionistic fuzzy-sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 31(3):343–349, 1989.
 - [9] A. Bechara, D. Tranel, and H. Damasio. Characterization of the decision-making deficit of patients with ventromedial prefrontal cortex lesions. *Brain*, 123:2189–2202, 2005.
 - [10] G. Beliakov, R. Mesiar, and L. Valaskova. Fitting generated aggregation operators to empirical data. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 12(2):219–236, 2004.
 - [11] G. Beliakov and J. Warren. Appropriate choice of aggregation operators in fuzzy decision support systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 9(6):773–784, 2001.
 - [12] D. Ben-Arieh and Z. Chen. Linguistic group decision-making: opinion aggregation and measures of consensus. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 5(4):371–386, 2006.
 - [13] D. Ben-Arieh and Z. Chen. Linguistic-labels aggregation and consensus measure for autocratic decision making using group recommendations. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part A: Systems and Humans*, 36(3):558–568, 2006.
 - [14] T. Bilgiç. Interval-valued preference structures. *European Journal of Operational Research*, 105(1):162–183, 1998.
-

-
- [15] P.P. Bonissone. *Approximate Reasoning in Decision Analysis*. In: M.M. Gupta and E. Sánchez (Eds.). North-Holland Publishing Company, 1982.
 - [16] P.P. Bonissone. *A fuzzy sets based linguistic approach: Theory and applications*, pages 329–339. *Approximate Reasoning in Decision Analysis*, North-Holland, 1982.
 - [17] P.P. Bonissone and K.S. Decker. *Uncertainty in Artificial Intelligence*. In: L.H. Kanal and J.F. Lemmer (Eds.). North-Holland, Amsterdam, 1986.
 - [18] G. Bordogna, M. Fedrizzi, and G. Pasi. A linguistic modeling of consensus in group decision making based on OWA operators. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part A: Systems and Humans*, 27(1):126–133, 1997.
 - [19] G. Bordogna and G. Pasi. A fuzzy linguistic approach generalizing boolean information retrieval: a model and its evaluation. *Journal of the American Society for Information Science*, 44(2):70–82, 1993.
 - [20] G. Bordogna and G. Pasi. An ordinal information retrieval model. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(Supplement 1):63–75, 2001.
 - [21] P. Bosc, D. Kraft, and F. Petry. Fuzzy sets in database and information systems: status and opportunities. *Fuzzy Sets and Systems*, 156(3):418–426, 2005.
 - [22] D. Bouyssou, T. Marchant, M. Piriot, P. Perny, and A. Tsoukia's. *Evaluation and Decision Models: A critical perspective*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
 - [23] Z. Bubnicki. *Analysis and decision making in uncertain systems*. Springer-Verlag, Berlín/London/New York, 2004.
-

- [24] P. Burillo and H. Bustince. Construction theorems for intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 84(3):271–281, 1996.
 - [25] H. Bustince, E. Barrenechea, and V. Mohedano. Intuitionistic fuzzy implication operators: an expression and main properties. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 12(3):387–406, 2004.
 - [26] H. Bustince and P. Burillo. Mathematical analysis of interval-valued fuzzy relations: application to approximate reasoning. *Fuzzy Sets and Systems*, 113(2):205–219, 2000.
 - [27] H. Bustince and P. Burillo. Perturbation of intuitionistic fuzzy relations. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(1):81–103, 2001.
 - [28] T. Calvo, R. Mesiar, and R.R. Yager. Quantitative weight and aggregation. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 12(1):62–69, 2004.
 - [29] S.L. Chang, R.C. Wang, and S.Y. Wang. Applying a direct multi-granularity linguistic and strategy-oriented aggregation approach on the assessment of supply performance. *European Journal of Operational Research*, 117(2):1013–1025, 2007.
 - [30] S.J. Chen and C.L. Hwang. *Fuzzy multiple attribute decision-making: methods and applications*. Springer-Verlag, Berlín/New York, 1992.
 - [31] Z. Chen and D. Ben-Arieh. On the fusion of multi-granularity linguistic label sets in group decision making. *Computers and Industrial Engineering*, 51(3):526–541, 2006.
-

-
- [32] C.H. Cheng and Y. Lin. Evaluating the best main battle tank using fuzzy decision theory with linguistic criteria evaluation. *European Journal of Operational Research*, 142(1):174–186, 2002.
- [33] H. Chernoff. *Elementary decision theory*. Dover Publications, New York, 1987.
- [34] F. Chiclana, F. Herrera, and E. Herrera-Viedma. Integrating three representation models in fuzzy multipurpose decision making based on fuzzy preference relations. *Fuzzy Sets and Systems*, 97(1):33–48, 1998.
- [35] D.H. Choi, B.S. Ahn, and S.H. Kim. Multicriteria group decision making under incomplete preference judgments: using fuzzy logic with a linguistic quantifier. *International Journal of Intelligent Systems*, 22(6):641–660, 2007.
- [36] S.J. Chuu. Fuzzy multi-attribute decision-making for evaluating manufacturing flexibility. *Production Planning and Control*, 16(3):323–335, 2005.
- [37] G.V. Civile and A.S. Szczesniak. Guidelines to training a texture profile panel. *Texture Studies*, 4(2):204–223, 1973.
- [38] R.T. Clemen. *Making Hard Decisions. An Introduction to Decision Analysis*. Duxbury Press, 1995.
- [39] O. Cordón, F. Herrera, and I. Zwir. Linguistic modeling by hierarchical systems of linguistic rules. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10(1):2–20, 2001.
- [40] V. Correa, L. Estupiñán, Z. Garcia, O. Jiménez, L. Fernanda, A. Rojas, S. Rojas, and E. Cristancho. Percepción visual del rango de color: Diferencias entre género y edad. *Revista Med*, 15:7–14, 2007.
- [41] E. Costell. A comparison of sensory methods in quality control. *Food quality and Preference*, 13:345–353, 2002.
-

-
- [42] V. Cutello and J. Montero. Hierarchies of aggregation operators. *International Journal of Intelligent Systems*, 9(11):1025–1045, 1994.
- [43] M. H. Damasio and Costell E. Análisis sensorial descriptivo. generación de descriptores y selección de catadores. *Agroquímica y Tecnología de alimentos*, 31(2), 1991.
- [44] R. Degani and G. Bortolan. The problem of linguistic approximation in clinical decision making. *International Journal of Approximate reasoning*, 2(2):143–162, 1988.
- [45] M. Delgado, F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and L. Martínez. Combining numerical and linguistic information in group decision making. *Information Sciences*, 107(1–4):177–194, 1998.
- [46] M. Delgado, J.L. Verdegay, and M.A. Vila. Linguistic decision making models. *International Journal of Intelligent Systems*, 7(5):479–492, 1992.
- [47] M. Delgado, M.A. Vila, and W. Voxman. On a canonical representation of fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, 94:125–135, 1998.
- [48] G.B. Dijksterhuis. *Multivariate Data Analysis in Sensory and Consumer Science, Food and Nutrition*. Press Inc. Trumbull, Connecticut, USA, 1997.
- [49] J. Dombi. *Fuzzy logic and soft computing*, chapter A general framework for the utility-based and outranking methods, pages 202–208. In: B.B. Bouchon (Ed.). World Scientific, London, 1995.
- [50] D. Dubois and H. Prade. *Fuzzy sets and systems: theory and applications*. Academic Press, New York, 1980.
-

-
- [51] D. Dubois and H. Prade. Rough fuzzy-sets and fuzzy rough sets. *International Journal of General Systems*, 13(2-3):191–209, 1990.
- [52] R. Duncan and H. Raiffa. *Games and decision. Introduction and critical survey*. Dover Publications, New York, 1985.
- [53] J.M. Espinosa. *Evaluación Sensorial de los Alimentos*. Universitaria.
- [54] N.T. Faithfull. *Métodos de Análisis Químico Agrícola. Manual práctico*. Acribia, Zaragoza, España, 2005.
- [55] J. Fodor and M. Roubens. *Fuzzy preference modelling and multicriteria decision support*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994.
- [56] G. Fu. A fuzzy optimization method for multicriteria decision making: an application to reservoir flood control operation. *Expert Systems with Applications*, 34(1):145–149, 2008.
- [57] L.V. Garita and A. Manresa. Caracterización de la textura sensorial e instrumental del camarón de cultivo *Litopenaeus vannamei* en la camaronera de Tunas de Zaza. PhD thesis, Universidad de la Habana, 2008.
- [58] R.A. Gheorghe, A. Bufardi, and P. Xirouchakis. Fuzzy multicriteria decision aid method for conceptual design. *Cirp Annals-Manufacturing Technology*, 54(1):151–154, 2005.
- [59] D. Gómez and J. Montero. A discussion on aggregation operators. *Kybernetika*, 40(1):107–120, 2004.
- [60] S. Greco, B. Matarazzo, and R. Slowinski. Rough sets theory for multicriteria decision analysis. *European Journal of Operational Research*, 129(1):1–47, 2001.
-

- [61] F. Herrera, E. Herrera-Viedama, and L. Martínez. A fuzzy linguistic methodology to deal with unbalanced linguistic term sets. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, (2), 2008.
 - [62] F. Herrera and E. Herrera-Viedma. Aggregation operators for linguistic weighted information. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part A: Systems and Humans*, 27(5):646–656, 1997.
 - [63] F. Herrera and E. Herrera-Viedma. Choice functions and mechanisms for linguistic preference relations. *European Journal of Operational Research*, 120(1):144–161, 2000.
 - [64] F. Herrera and E. Herrera-Viedma. Linguistic decision analysis: steps for solving decision problems under linguistic information. *Fuzzy Sets and Systems*, 115(1):67–82, 2000.
 - [65] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, L. Martinez, F. Mata, and P.J. Sanchez. *A Multi-Granular Linguistic Decision Model for Evaluating the Quality of Network Services*. Intelligent Sensory Evaluation: Methodologies and Applications. Springer, Ruan Da, Zeng Xianyi (Eds.), 2004.
 - [66] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and L. Martínez. A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 114(1):43–58, 2000.
 - [67] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and J.L. Verdegay. A sequential selection process in group decision making with a linguistic assessment approach. *Information Sciences*, 85(4):223–239, 1995.
-

-
- [68] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and J.L. Verdegay. Direct approach processes in group decision making using linguistic OWA operators. *Fuzzy Sets and Systems*, 79(2):175–190, 1996.
- [69] F. Herrera and L. Martínez. Computing with words using the 2-tuple linguistic representation model: Analysis of consistency and description. In *Proceedings of the Eighth International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Bases Systems. IPMU'2000*, volume Vol II, pages 765–772, Madrid(Spain), 2000.
- [70] F. Herrera and L. Martínez. The 2-tuple linguistic computational model. Advantages of its linguistic description, accuracy and consistency. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(Suppl.):33–49, 2001.
- [71] F. Herrera and L. Martínez. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(6):746–752, 2000.
- [72] F. Herrera and L. Martínez. A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multigranularity hierarchical linguistic contexts in multiexpert decision-making. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part B: Cybernetics*, 31(2):227–234, 2001.
- [73] F. Herrera, L. Martínez, and P.J. Sánchez. Managing non-homogeneous information in group decision making. *European Journal of Operational Research*, 166(1):115–132, 2005.
- [74] E. Herrera-Viedma. An information retrieval system with ordinal linguistic weighted queries based on two weighting elements. *International Journal of*
-

-
- Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(Supplement 1):77–88, 2001.
- [75] E. Herrera-Viedma. Modeling the retrieval process of an information retrieval system using an ordinal fuzzy linguistic approach. *Journal of the American Society for Information Science and Technology*, 52(6):460–475, 2001.
- [76] E. Herrera-Viedma, S. Alonso, F. Chiclana, and F. Herrera. A consensus model for group decision making with incomplete fuzzy preference relations. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15(5):863–877, 2007.
- [77] E. Herrera-Viedma, F. Chiclana, F. Herrera, and S. Alonso. A group decision-making model with incomplete fuzzy preference relations based on additive consistency. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part B: Cybernetics*, 37(1):176–189, 2007.
- [78] E. Herrera-Viedma, F. Herrera, and F. Chiclana. A consensus model for multiperson decision making with different preference structures. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part A: Systems and Humans*, 32(3):394–402, 2002.
- [79] E. Herrera-Viedma and A.G. López-Herrera. A model of information retrieval system with unbalanced fuzzy linguistic information. *International Journal of Intelligent Systems*, 22(11):1197–1214, 2007.
- [80] E. Herrera-Viedma, A.G. López-Herrera, M. Luque, and C. Porcel. A fuzzy linguistic IRS model based on a 2-tuple fuzzy linguistic approach. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-based Systems*, 15(2):225–250, 2007.
-

-
- [81] E. Herrera-Viedma, A.G. López-Herrera, and C. Porcel. Tuning the matching function for a threshold weighting semantics in a linguistic information retrieval system. *International Journal of Intelligent Systems*, 20(9):921–937, 2005.
- [82] E. Herrera-Viedma, L. Martínez, F. Mata, and F. Chiclana. A consensus support system model for group decision-making problems with multi-granular linguistic preference relations. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 13(5):644–658, 2005.
- [83] E. Herrera-Viedma, G. Pasi, A.G. López-Herrera, and C. Porcel. Evaluating the information quality of web sites: a methodology based on fuzzy computing with words. *Journal of American Society for Information Science and Technology*, 57(4):538–549, 2006.
- [84] E. Herrera-Viedma and E. Peis. Evaluating the informative quality of documents in sgml-format using fuzzy linguistic techniques based on computing with words. *Information Processing & Management*, 39(2):195–213, 2003.
- [85] E. Herrera-Viedma, E. Peis, J.M. Morales del Castillo, S. Alonso, and E.K. Anaya. A fuzzy linguistic model to evaluate the quality of web sites that store xml documents. *International Journal of Approximate Reasoning*, 46(1):226–253, 2007.
- [86] U. Hohle and S.E. Rodabaugh. *Mathematics of fuzzy sets: logic, topology and measure theory*. Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 1999.
- [87] M. Hsu, M. Baht, R. Adolfs, D. Tranel, and C.F. Camarero. Neural systems responding to degrees of uncertainty in human decision-making. *Science*, 310:1680–1683, 2005.
-

-
- [88] V.N. Huynh and Y. Nakamori. A satisfactory-oriented approach to multiexpert decision-making with linguistic assessments. *IEEE Transactions On Systems Man And Cybernetics Part B-Cybernetics*, 35(2):184–196, 2005.
- [89] M. Inuiguchi. Generalizations of rough sets: from crisp to fuzzy cases. *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, 3066:26–37, 2004.
- [90] G. Jellinek. *Sensory evaluation of food. Theory and practice*. Ellis Horwood Ltd, London, UK, 1985.
- [91] A. Jiménez, S. Ríos-Insúa, and A. Mateos. A decision support system for multiattribute utility evaluation based on imprecise assignments. *Decision Support Systems*, 36(1):65–79, 2003.
- [92] J. Kacprzyk. Group decision making with a fuzzy linguistic majority. *Fuzzy Sets and Systems*, 18:105–118, 1986.
- [93] J. Kacprzyk and M. Fedrizzi. *Multiperson decision making models using fuzzy sets and possibility theory*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1990.
- [94] R.L. Keeney and H. Raiffa. *Decisions with multiple objectives: preferences and value tradeoffs*. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- [95] G.J. Klir and B. Yuan. *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications*. Prentice-Hall PTR, New Jersey, 1995.
- [96] S. Kundu. Min-transitivity of fuzzy leftness relationship and its application to decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 86:357–367, 1997.
- [97] J. Lawry. A methodology for computing with words. *International Journal of Approximate Reasoning*, 28:51–89, 2001.
-

-
- [98] H.M. Lee. Applying fuzzy sets theory for evaluating the rate of aggregative risk in software development. *Fuzzy Sets and Systems*, 79(3):323–336, 1996.
- [99] E. Levrat, A. Voisin, S. Bombardier, and J. Bremont. Subjective evaluation of car seat comfort with fuzzy set techniques. *International Journal of Intelligent Systems*, 12:891–913, 1997.
- [100] J. Lu, G. Zhang, and D. Ruan. Intelligent multi-criteria fuzzy group decision-making for situation assessments. *Soft Computing*, 12(3):289–299, 2008.
- [101] J. Lu, G. Zhang, and F. Wu. Team situation awareness using web-based fuzzy group decision support systems. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 1(1):50–59, 2008.
- [102] J. Ma, D. Ruan, Y. Xu, and G. Zhang. A fuzzy-set approach to treat determinacy and consistency of linguistic terms in multi-criteria decision making. *International Journal of Approximate Reasoning*, 44(2):165–181, 2007.
- [103] A.C. Marquez and C. Blanchar. A decision support system for evaluating operations investments in high-technology business. *Decision Support Systems*, 41(2):472–487, 2006.
- [104] L. Martínez, M. Barranco, L. G. Pérez, and M. Espinilla. A knowledge based recommender system with multigranular linguistic information. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 1(3):225–236, 2008.
- [105] L. Martínez, M. Espinilla, and L. G. Pérez. Linguistic sensory evaluation model in multigranular linguistic contexts. *Proceedings of the 10th Joint Conference(12th International Conference on Fuzzy Theory and Technology)*, pages 1130–1136, Salt Lake City (USA), 2007.
-

-
- [106] L. Martínez, M. Espinilla, and L. G. Pérez. A linguistic multigranular sensory evaluation model for olive oil. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 1(2):148–158, 2008.
- [107] L. Martínez, J. Liu, J.B. Yang, and F. Herrera. A multi-granular hierarchical linguistic model for design evaluation based on safety and cost analysis. *International Journal of Intelligent Systems.*, 20(12):1161–1194, 2005.
- [108] L. Martínez, L.G. Pérez, and M. Barranco. A multi-granular linguistic based-content recommendation model. *International Journal of Intelligent Systems*, 22(5):419–434, 2007.
- [109] L. Martínez. Sensory evaluation based on linguistic decision analysis. *International Journal of Approximated Reasoning*, 44(2):148–164, 2007.
- [110] M. Meilgaard, G. Civille, and B. Carr. *Sensory evaluation techniques*. CRC Press, Florida,USA, 1999.
- [111] J. M. Mendel. Computing with words and its relationships with fuzzistics. *Information Sciences*, 177(4):988–1006, 2007.
- [112] J. M. Mendel. Computing with words: Zadeh, turing, popper and occam. *Computational Intelligence Magazine, IEEE*, 2(4):10–17, 2007.
- [113] G.A. Miller. The magical number seven plus or minus two: some limits on our capacity of processing information. *Psychological Review*, 63(2):81–97, 1956.
- [114] R.K. Miller, D.M. Kinsman, A.W. Kotula, and B.C. Breidste. *Muscle Foods*. Chapman and Hall, New York, 1994.
- [115] J.N. Moderson and P.S. Nair. *Fuzzy mathematics*. Physica-Verlag, New York, 1998.
-

-
- [116] J. Montero. Arrow's theorem under fuzzy rationality. *Behavioral Science*, 32(4):267–273, 1987.
- [117] H. Nurmi. *Non-conventional preference relations in decision making*, chapter Assumptions of individual preferences in theory of voting procedures, pages 142–155. In: J. Kacprzyk and M. Roubens (Eds.). Springer-Verlag, Berlín, 1988.
- [118] S.A. Orlovski. Decision-making with fuzzy preference relations. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(3):155–167, 1978.
- [119] A.D. Pearman, J. Montero, and J. Tejada. Fuzzy multicriteria techniques: An application to transport planning. *Proceedings Lecture Notes In Computer Science*, 521:509–519, 2006.
- [120] W. Pedrycz. *Fuzzy modeling: Paradigms and practice*. Kluwer Academic, 1996.
- [121] W. Pedrycz and F. Gomide. *An introduction to fuzzy sets*. 1998.
- [122] R.A. Ribeiro. Fuzzy multiple attribute decision making: A review and new preference elicitation techniques. *Fuzzy Sets and Systems*, 78(2):155–181, 1996.
- [123] S. Ríos, C. Bielza, and A. Mateos. *Fundamentos de los Sistemas de Ayuda a la Decisión*. Ra-Ma, Madrid, 2002.
- [124] C. Romero. *Teoría de la decisión multicriterio: conceptos, técnicas y aplicaciones*. Alianza Universidad, Madrid, 1993.
- [125] M. Roubens. Some properties of choice functions based on valued binary relations. *European Journal of Operational Research*, 40(3):309–321, 1989.
- [126] M. Roubens. Fuzzy sets and decision analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 90(2):199–206, 1997.
-

- [127] M. Roubens and Ph. Vincke. *Preference modelling*. Springer-Verlag, Berlín/Heidelberg, 1985.
 - [128] D. Ruan and X. Zeng (Eds.). *Sensory Evaluation: Methodologies and Applications*. Springer, 2004.
 - [129] S. Saint and J.R. Lawson. *Rules for reaching consensus. A modern approach to decision making*. Jossey-Bass, San Francisco, 1994.
 - [130] P. Salminen, J. Hokkanen, and R. Lahdelma. Comparing multicriteria methods in the context of environmental problems. *European Journal of Operational Research*, 104(3):485–496, 1998.
 - [131] S. Seo and M. Sakawa. Fuzzy multiattribute utility analysis for collective choice. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 15(1):45–53, 1985.
 - [132] S.S. Stevens. *Mathematics, measurement and psychophysics*. Handbook of Experimental Psychology, New York, Wiley, 1951.
 - [133] H. Stone and J. L Sidel. Acceptance testing. *Sensory Evaluation Practices Academic*, 52:227, 1986.
 - [134] H. Stone and J. L Sidel. Strategic applications for the sensory evaluation in the global market. *Food Techonology*, 48(2):80, 1995.
 - [135] H. Stone and J. L Sidel. Quantitative descriptive analysis. *Application and The Future*, 52(8):48, 1998.
 - [136] H. Stone and J.L. Sidel. *Sensory Evaluation Practice*. Academic Press Inc., San Diego, CA, 1993.
-

-
- [137] A.S. Szczesniak. Sensory texture profiling. historical and scientific perspective. *Food Technology*, 52(8), 1998.
- [138] E. Szmidt and J. Kacprzyk. A consensus-reaching process under intuitionistic fuzzy preference relations. *International Journal of Intelligent Systems*, 18(7):837–852, 2003.
- [139] Y. Tang. A collective decision model involving vague concepts and linguistic expressions. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part B: Cybernetics*, 38(2):421–428, 2008.
- [140] T. Tanino. Fuzzy preference orderings in group decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 12(2):117–131, 1984.
- [141] T. Tanino. *On group decision making under fuzzy preferences*, pages 172–185. in: J. Kacprzyk and M. Fedrizzi, Eds., *Multiperson Decision Making Using Fuzzy Sets and Possibility Theory*. Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [142] H. Tirri. Search in vain: Challenges for internet search. *IEEE Computer*, 36(1):115–116, 2003.
- [143] M. Tong and P.P. Bonissone. A linguistic approach to decision making with fuzzy sets. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 10(11):716–723, 1980.
- [144] V. Torra. Negation function based semantics for ordered linguistic labels. *International Journal of Intelligent Systems*, 11(11):975–988, 1996.
- [145] V. Torra. Aggregation of linguistic labels when semantics is based on antonyms. *International Journal of Intelligent Systems*, 16(4):513–524, 2001.
-

- [146] C. Touraille and J. Hossenslopp. *Sensory evaluation: Guide of good practice*. ACTIA, Paris, Francia, 2001.
 - [147] E. Triantaphyllou. *Multi-criteria decision making methods: a comparative study*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 2000.
 - [148] R.C. Wang and S.J. Chuu. Group decision-making using a fuzzy linguistic approach for evaluating the flexibility in a manufacturing system. *European Journal of Operational Research*, 153(3):563–572, 2004.
 - [149] B.M. Watts, G.L. Ylimayi, L.E. Jeffery, and L.G. Elias. *Basic sensory methods for Food Evaluation*. International Development Research Center, Ottawa, Canada, 1992.
 - [150] E. Wittin-Penna. *Evaluación Sensorial: una Metodología Actual para Tecnología de Alimentos*. USACH, Santiago, Chile, 1980.
 - [151] Z.S. Xu. Goal programming models for obtaining the priority vector of incomplete fuzzy preference relation. *International Journal of Approximate Reasoning*, 36(3):261–270, 2004.
 - [152] Z.S. Xu. A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations. *Information Sciences*, 166(1–4):19–30, 2004.
 - [153] Z.S. Xu. On compatibility of interval fuzzy preference relations. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 3(3):217–225, 2004.
 - [154] Z.S. Xu. An approach based on the uncertain LOWG and induced uncertain LOWG operators to group decision making with uncertain multiplicative linguistic preference relations. *Decision Support Systems*, 41(6):488–499, 2006.
-

-
- [155] Z.S. Xu. Intuitionistic preference relations and their application in group decision making. *Information Sciences*, 177(11):2363–2379, 2007.
- [156] Z.S. Xu. Group decision making based on multiple types of linguistic preference relations. *Information Sciences*, 178(2):452–467, 2008.
- [157] R.R. Yager. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 18(1):183–190, 1988.
- [158] R.R. Yager. Aggregation operators and fuzzy system modelling. *Fuzzy Sets and Systems*, 67(2):129–145, 1993.
- [159] R.R. Yager. An approach to ordinal decision making. *International Journal of Approximate Reasoning*, 12(3–4):237–261, 1995.
- [160] R.R. Yager. Aggregation of ordinal information. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 6(3):199–219, 2007.
- [161] A. Yazici and R. George. *Fuzzy database modeling*. Physica-Verlag, New York, 1999.
- [162] L.A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3):338–353, 1965.
- [163] L.A. Zadeh. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. *Information Sciences, Part I, II, III*, 8,8,9:199–249,301–357,43–80, 1975.
- [164] L.A. Zadeh. A computational approach to fuzzy quantifiers in natural languages. *Computer & Mathematics with Applications*, 9(1):149–184, 1983.
-

- [165] L.A. Zadeh. Fuzzy logic = computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(2):103–111, 1996.
 - [166] H.J. Zimmermann. *Fuzzy sets: theory and its applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1996.
-